Promiliq

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM, LIBRI VNVS ET TRIGINTA.







Co Sagen   Ill. Comi

BASILEAE, PER EVSEBIVM EPISCOPIVM, & Nicolai Fratris hæredes.

ANNO M. D. LXIX.



ARGUMENTUM SCHOLARUM MAthematicarum.

Tres primi libri continent proœmium mathematicum, id est exhortationem ad mathematicas artes ad Catharinam Mediceam, reginam, matrem regis.

Duo proximi disputant præcipua quædam capita Arithmeticæ.

Reliqui ex ordine disserũt de quindecim libris euclideæ στοιχειώσεως.

DIPLOMA CAROLI NONI
DE REGIORVM PROFESSORVM institutione.

CAROLVS DEI GRATIA REX FRANCIAE omnibus hoc Diploma lecturis S.



RANCISCVS rex illustrißimus, dominus auusq; noster literas & literatos adeó coluit, ut omnium linguarum ac scientiarũ professores regio stipendio in academia parisiensi instituerit: eaque institutio successus tam secundos ac felices habuit, ut ex Europa universa doctißimi homines ad regias profeßiones optati, summum fructum ediderint, indeque infinitus numerus eruditorum virorum prodierit ad amplitudinem aui nostri per universum terrarum orbem testificandum, quod ab illustrißimo domino & patre nostro Henrico conservatum & cõtinuatum est: nosq; eadẽ voluntate ac mente fueramus, cúm in demortui professoris locũ designassemus professorem qui pro apto idoneoque nobis insinuatus esset. Verum P. Ramus nobis charißimus decanus professorum nostrorum animadvertit á nobis contra animi nostri sententiam designatum esse professorem, nullo doctrinæ nomine, nulla eruditionis fama notum, imó cúm ad prælegendum acceßisset, auditorio perridiculum. Itaq; nostrã parisiensem curiam, de fraude, quæ reipub. fieret, edocuit, & rogavit ut is, qui se factum professorem diceret, examinaretur: quod á senatu decretum, nobis quoq; ratum ac probatum est. Quamobrem ut in posterum dignitas profeßionum regiarum, doctißimis tantúm maximeq; idoneis mandetur, de consilii nostri sententia, deliberatione certa, mera ac regia authoritate vacationem regiæ profeßionis, cujuscunque vel linguæ vel scientiæ, per omnes celebres academias scholasque promulgari, omnesq; qui prælectionem & disputationẽ á decano & reliquis pro-

α 2   fesso-

fessoribus propositam subire voluerint, ad examen admitti volumus, & mandamus, ut ex omnibus qui prælegerint, disputarint, de quibus á decano, & professoribus reliquis renuntiatum nobis fuerit, potestas nobis sit optandi legitimeque designandi probatum maximè, maximeque idoneum: absque præjudicio tamen judicii in curia nostra jam facti, quod ad eum attinet, in quem examen decretum sit. Itaque mandamus charis & fidelibus nostris senatoribus parisiensibus, præfecto præfective legato privilegiorum conservatori parisiensis academiæ, ut nostrum diploma legēdum, publicandum, in publicas tabulas referendum, atq; observandum curent, nec ullo modo violari patiantur. Sic enim placitum nobis est, quæcunque contra diplomata intercesserint. In cujus rei fidem, diploma ipsum sigillo nostro obsignatum curavimus. Gergobinæ Bojorum, 7. Maii, anno 1566. & regni nostri 6.

Ex mandato regis, in regio consilio, ita signatum.

Albospineus.

SENATUS AUTHORITAS AD REGIS Diploma.

Secundo April. cùm Antonius Loeselus pro decano & collegio regiorum professorum postulasset á Senatu, ut diploma recitaretur, publicaretur, in tabulas publicas referretur: idque in tergo diplomatis testatum haberetur, Baptista Manilius regius orator pro generali procuratore regis consensit, & requisivit, ut ita fieret: tumque Christophorus Tutæus princeps Senatus, in diplomatis gratulationem pronuntiavit hos Juvenalis versus,

Et spes & ratio studiorum in Cæsare tantùm:
  Solus enim tristes hac tempestate camœnas.
Respexit.——

S. C. itaque laudante atque approbante senatu factum est, ut in tergo diplomatis adscriberetur, lectum, publicatum, in tabulas publicas relatam; audito, consentiente & requirente generali procuratore regis. Atque ita factum signatumque.

TILLETVS.

PRAEFA

IV

PRAEFATIO IN TRES PRIMOS LIBROS AD CATHARINAM MEDICEAM, *Reginam, matrem Regis.*



IMPETRAVIMUS, Catharina Medicea, regium hoc diploma de examinandis & nominandis regi professoribus, Ioanne Monlucio Valentinorum episcopo Blesis primum suadente: deinde Othone Castellonio cardinale palàm ad regium consilium apud Gergobinam Bojorum referente, sed te in primis approbante: cujus gratiam non solum quia maxima est omnium, quas adhuc à regibus suis regii professores consecuti essent, sed quia ad omnes populos nationesque pertineret, per orbem terrarum denunciandam, divulgandam, publicandam judicavi, ut omnes docti homines, quacunque è gente orti, intelligerent; regias academiæ nostræ professiones sibi communes esse, unáque perspicerent, quàm studiosum virtutis & doctrinæ regem nobis informares. Sed quoniam ingenui est animi, inquit orator, cui multum debeas, eidem plurimum velle debere, attende quid abs te regij professores præterea non postulent modò, sed propè jam expectent. Mediceorum domus publicum omni doctrinæ liberali hospitium Florentię fuit, & Cosmus Mediceus, Magnus propterea cognominatus est. Hîc enim Chrysoloras primus græcas literas tota Europa latina multis jam seculis intermortuas excitavit, unde Lutetiam à Tifernate Chrysoloræ discipulo protinus, indeq; in omnes Europę regiones delatę sunt. Hîc Argyropylus græcè Aristotelis philosophiam docuit, & è græco in latinum conversam, Cosmo nuncupavit: Hic Ficinus Platonem etiam latinè loquentem fecit, fructumq; cosmianæ liberalitatis singularem tulit, donatus elegante villâ Careggio Cosmi vicina, ubi liberius philosopharetur: Hic deniq; græci philosophi

losophi omnes, relicta Græcia in Italiam ad Cosmum hospitem profecti, interprete Ambrosio latinis cogniti sunt: Et quidem quó libentius docti cujusque doctrinæ homines Florentinam Cosmi academiam frequentarent, cœnobium sancti Marci magnificé á Cosmo ædificatum est, in eoque bibliotheca exornata libris omnium generum. Sed Laurentius Mediceus Cosmi nepos, avum etiam magnificentia vicit. Scholas duas, alteram Florentiæ, alteram Pisis fundavit, Chalcondylam, Vespucium, Landinum, Politianum, Baptistam Mantuanum, Lascarim, Marullum, Acciolum magnificentiæ suæ præcones habuit: Lascarim etiam per universa barbarorum imperia dimisit ad raros antiquorum authorum libros exquirendum. Itaque é Græcia, Ægypto, Syria, etiam voluntate permissuque Sultanorum, Laurentii studio faventium, conquisiti undique magno sumptu libri, & Florentiam comportati. tumque fama fuit græcos, imperio quidem á turcis, sed bonis artibus atque antiquis authoribus á Laurentio spoliatos esse. Ergo florentina bibliotheca illa á Cosmo instituta, á Laurentio nõ solúm tabulis & signis excellentium artificum, sed tot tantisque latinorum græcorumque virorum vigiliis & monimentis ornata, publicis studiosorum desideriis, tam grandibus impensis dicata, omnes orbis bibliothecas longissimé superavit. Quid vis amplius? Christiani principes Laurentii fama commoti sunt ad doctos homines impensius colendum, ad academias omnium liberalium artium & scholas construendum, ad bibliothecas instituendum, ut Sfortia dux Mediolanensium: sed & reges, Matthias Hungariæ, Ferdinandus Arragoniæ: maximé veró omnium Franciscus Franciæ, vel hoc uno bonarum artium ac literarum amore á francis Magnus cognominatus, ut antea Cosmus á florentinis. Lascaris nempe Laurentio mortuo ad Franciscum venit, ut Tifernas antea Lutetiam venerat, regemque suapte natura

audiendi

audiendi discendique cupidissimum, vehementius inflamma-
vit. Interea Budæum etiam erudivit, unde bibliotheca Fontis
bellaquei tanto rege dignissima, unde regii professores Lute-
tiæ instituti, id est fontes laudandarum disciplinarum aperti.
Ioannes Mediceus, qui decimus Leo pontifex fuit, majorum
bibliothecam discordiis civilibus afflictam restituit, & amore
excellentium ingeniorum nihilo inferior fuit. Sadoletus, Bem-
bus, Longolius mecœnatis sui virtutem testificantur. Quid
Cosmus Mediceus Florentiæ & Senæ dux? quid aliud adhuc e-
git, & bibliotheca ad fanum D. Laurentii constituta, & publica
tis pandectis, & ingenuis artibus fovendis colendisque, quàm
ut domesticum a vitæ laudis patrimonium tueretur? Vides igi-
tur, Catharina Medicea, quæ Mediceorum tuorum facta tibi
proponam? Potentia & opibus liberaliter uti ad patriam maxi
mis bonis complendum, fundare academias, ædificare palatia
musis, doctos homines præmiis ornare, neque facinore tantùm
præclaro hominibus prodesse, sed exemplo principes orbis ter
rarum ad æmulationem incendere. Atque hæc sunt paterni ge
neris. quid si á materna stirpe Bononiensium in Belgio comi-
tum cum regibus & imperatoribus sanguine conjunctorum
gloria repetatur? Gotthofredus Bononiensis tria amplissima
patrimonia, & suum & fratris & matris, sacræ militiæ consecra-
vit, & sacris ideo stipendiis summo Francorum, Italorum, Ger-
manorum consensu, Hierosolymorum regnum est adeptus:
Patrias nempe regii animi virtutes Franci complectebātur: Ger
mani suas ducebant, quòd antea sub Augustorum signis illuxe
rant: Itali colebant, quia bello italico singulares essent experti.
Quare in genere paterno sunt philosophi natura atque animo
patriæ veri principes, in materno sunt heroes virtutis admiratio
ne reges creati. In te verò cur degenerem, aut majoribus dissimi
lem animum interpreter? Superba palatia & tecta magnifica
Medi-

Mediceis tuis placuêre: Tegulariæ ædes quid visum antea, vel auditum Parisiensibus ostentant? Bibliothecæ nobiles illis præ grandi pecunia redemptæ sunt: tu rarissimos latini græcique generis, nequedum feré editos authores permagno numero, neque sumptu minore tibi comparasti, discendique cupidis communicari voluisti. Testem hujus laudis, præter innumerabiles alios, me quoque fecisti. Cosmus literatos coluit, Laurentius etiam literas studiosé didicit: Tibi disciplinæ nobiles, sed mathematicæ in primis á tenera ætate placuerunt. Gotthofredus sanctum regnum virtute sibi comparavit. Tu singularibus naturæ adeoque & fortunæ dotibus, Christianissimo regi nupsisti, ut regum perpetua deinceps sobole futurorum regina mater esses. Superest ad cumulandum Mediceam palmam, florentina musarum domus: Superest Florentiæ & Pisis fundata academia: Superest operis pars summa, ut mediceam, ut bononiensem famam exuscites, vicinique populi tuas laudes admirati, æmulari denique incipiant. Agedum, singulares illos animi atque ingenii tui motus, consecrandis per ædificia memoriæ tuæ monimentis, utlibet & quantumlibet admirentur alii: ego quidem tum demum non admirabor tantúm, sed fortunatos judicabo, cúm tali structuræ proprium solum invenerint. O' me fidei speiq; bonæ plenum! Enimveró quid de gloria tua & pud te dicentem erubescere necesse est? Nego igitur solum in terris aptius esse ullum ad præclaram Catharinæ Mediceæ memoriam æternæ posteritati consecrandum, cliuo parisiensis academiæ. Hic fundatum musarum illud palladium, despectus in omnes regiones latissimos & jucundissimos habebit. Cosmus & Laurentius in Hetruria amœnas villas habuere: in earum nulla bibliothecam condiderunt, quia agris & sylvis ista nequaquam præparantur: in media patriæ luce collocarunt, ubi civibus ingenuis fructus ingenii lõgé gratissimus in prom-

ptu

ptu esset. & de Bellaquei fontis bibliotheca, te ipsam idem mihi respondere memini. Ergo bibliothecam constituito in urbe regni, cujus regina es, urbium reliquarum principe, & in academia omnium academiarum antiquissima celeberrimaque: Hic Florentia & Pisæ abundè suppeditabunt: neque tibi Mahumete opus erit, à quo capta Constantinopoli grammatici, oratores, philosophi è Græcia expulsi in tyrrhenum litus ejiciantur. Adsunt omnes illi, prætereaque latini & hebræi: adsunt & mathematici, qui literas omnium linguarum atque doctrinarum liberalium, stipendio profitentur: sed stipendio à mille manibus emendicato verius, quàm à regibus donato: & quidem emendicato ea jactura & temporis & pecuniæ, ut bona pars tum temporis, quod studiosæ juventuti pro regio stipendio tribuendum sit: tum stipendii, quod pro mercede assidui laboris professoribus regi expensum fertur, in stipendii procurationem absumatur. Auditoria professoribus regiis Lutetiæ adhuc nulla sunt: aula, vel via potiùs eadem vicissim omnes, & quidem precario duntaxat utuntur, eaque lege, ut prætereuntibus bajulis & lotricibus, & quibuslibet interpellationum molestiis regiæ professiones obnoxiæ sint. Professoribus ipsis domicilia mercede conducenda sunt. At privatorum gymnasiorum professoribus conditio paulò est æquior: Victus suis horis paratus, auditorium quieto loco secretum, domicilium definitum, stipendiũ etiam paulò clarioribus à gymnasiarcho, minervale omnibus à discipulo persolvitur. Illa igitur incommoda jampridem deplorantur, & Franciscus magnus cùm fortè inaudisset, opimam abbatiam præter stipendium professoribus donavit: Sed Timarchides tum nescio quis dedit operam, ne abbatia collegio addiceretur: partitus est singulis quantum placuit, partem nequaquam deteriorem subsecuit sibi: atqui extinctis jam cunctis pro-

fessoribus illis, extinctum quoque regis beneficium est. Sed Franciscus magnus praeclarum his malis remedium comparabat. Gymnasium loco, aedificio, vectigali, ordine, genere professorum, discentium numero, sed praecipué insigni quodam gallicae nobilitatis prytaneo, diu multumque descriptum ac meditatum pené inchoaverat. Henricum ipse audivi de patris gymnasio differentem, palamque praedicantem, sese eadem omnia etiam magnificentius praestaturum: Bella tamen & inopinae mortes adhuc tantum bonum gallicis musis inviderunt. Quamobrem, Catharina Medicea, excita tuo uno eodemque monimento, Cosmi, Laurentii, Gotthofredi, Francisci, Henrici sempiternam memoriam. Situm gymnasii in medio academiae tanquam centro, quó facillimus undique é tot gymnasiis sit accessus, tibi designavi, ubi auditoria professionibus variis separentur, domicilia doctoribus & discipulis regiae liberalitatis alumnis assignentur: vectigal tantae fundationi congruens, aerarium tuum nihil exhauriet: verbo uno, eoque omnium verborum, quae humana voce unquam prolata sunt, justissimo sanctissimoque: verbo, inquam, uno haec omnia tantúm tibi constabunt. Dicam tamen de impensis quod sentio, apud animum ut largissimum liberalissimumque, ita largitionis & liberalitatis fructu dignissimum. Mortales liberi mortalem, immortales immortalem gloriam memoriamque parentibus adferunt, ait Plato: nec ob humanos liberos unquam vel templa, vel sacra cuiquam facta sunt: At contrá Lycurgus Lacedaemone colitur, propter leges Spartae & universae Graeciae servatrices: Honoratur & Athenis Solon, propter talem legum partum: Cosmo Laurentioque ab invidis multa detracta sunt: at parta é recte factis, id est immortalibus liberis gloria detrahi non potuit, quin corporibus extinctis, in intimis suorum civium pectoribus liberales

erga

erga patriam beneficique vivi animis perpetuó versentur. Hierosolymorum regnum jampridem defloruit: at heroicum Gothofredi regnum in animis hominum sempiterna gloria florebit. Quid igitur substructiones illæ, quas ingenti hominum fama atque admiratione ædificas, quandiu Catharinæ Mediceæ futuræ sunt? Hæredem certé nomine, quin animo fortasse longé differentem non ita multó post accipient: Et si tua, quandiu per naturam queant, futura sint, tamen marmora muta surdaque erunt: At nostra hæc, quandiu Francorum regum statu incolumi parisiensis academia steterit, Catharinæ Mediceę & erunt & appellabuntur, beneficentiamque gratissimis animis præ se ferent, omnibusque linguis & literis apud omnes populos in æternum prædicabunt, & quidem præconiis longiús latiusque resonantibus, quám vix credi possit. Etenim operæpretium sit Plinii sententiam cum præsenti argumento comparare. Serrani, inquit, Cincinnatique temporibus, annonæ uilitas Romæ summa fuit. Quænam ergo tantæ ubertatis caussa erat? Ipsorum tūc manibus imperatorum colebantur agri, ut fas est credere, gaudente terra vomere laureato & triumphali aratore: sive illi eadem cura semina tractabant, qua bella: eademque diligentia arva disponebant, qua castra: sive honestis manibus omnia lętiús proveniunt, quoniam & curiosiús fiunt. Hæc ille non minus veré, quám splendidé. At quorsum, inquies? Floruerunt, inquam, bonæ artes ac literæ Florentiæ & Lutetiæ, majoremque doctorum hominum & operū proventū seculo uno vidimus, quám totis antea quatuordecim seculis majores nostri viderant. Laureati nempe vomeres Cosmorū & Laurentiorū in Italia: triumphales aratores Frācisci, Henrici, Caroli in Gallia, illos ingeniorū proventus, illas doctrinarū fruges, illa musarū adorea cōduplicarūt. Ecquā igitur fœcunditatē & copiā nō speremus, si spes

Italiæ, si spes Galliæ cõjunganturː quos præcones, quibus vocibus, quàm alté Mediceã gloriã personantibus, futuros arbitramur? Literæ latinæ, græcæ, hebraicæ, philosophia tota, quæ putatur, lætissimo fructu animos hominum impleverunt. En etiã mathemata, qui pro una regia parisiensis academiæ mathematica professione (quam cæca improborum hominum turpisque cupiditas opprimere contendit) mille (ut bona spes est) mathematicas professiones tota Gallia primùm, deinde Europa reliqua excitabunt. Denique disciplinæ omnes uno variorum sonorum concentu, sempiternam beneficentiæ tuæ laudem concinere gestiunt. Hanc itaque vitam, Catharina Medicea, hanc memoriam, hanc posteritatis æternitatem complectere animo, per deum immortalem, totáque mente meditare.

INDEX IN TRES PRIMOS SCHOlarum mathematicarum libros.

INDEX IN SECVNDVM LIBRVM.

INDEX IN LIBRVM TERTIVM.

Ellipsis

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. I.



IBERALIUM artium commētationem duplicem instituimus, *ἀποδεικτικὴν* alteram, qua veritas artium utilitásque demonstratur, quomodo grammatica, rhetorica, logica adhuc expositæ sunt: Arithmetica & geometria mox sequētur, deinde reliquæ: *ἐλεγκτικὴν* alteram, qua contrariarum opinionum vanitas refellitur: quo de genere scholæ sunt grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, physicæ, metaphysicæ, & jam mathematicæ. Procemium hoc igitur mathematicæ cohortationis erit in tribus primis libris mathematicarum scholarum: quale procemium legum suarum Plato primis libris quatuor & quinti parte cōprehendit, suasionem legis procemii nomine significans. Primus igitur mathematicarum scholarum liber explicabit historiam præstantium mathematicorum, à quibus artes mathematicæ inventæ atque excultæ sunt: ut planū sit adversus importunos derisores, quantæ dignitatis hæ sint disciplinæ. Secundus, mathematum utilitates declarabit, ut calumniatores improbi convincantur, qui mathematicas artes palàm audent affirmare sine fine, sine usu populari esse. Tertius, Ptolemæi regis problema adversus Euclidem disputabit, de magis perspicua, magisque compendiaria via matheseos instituendæ, quo facilius ab omnibus perdiscatur & exerceatur. Quamobrem, ô singularis & eximia mathesis,

—— Quæ te tam leta tulerunt
Secula? qui tanti talem genuere parentes?

Lubet enim grato jucundóque laudationis & gratulationis argumento, ut trojanus orator ille reginam Carthaginis affatus est, sic disciplinam tam nobilis & ingenuæ eruditionis affari. Aristoteles igitur 1. cœli, & 1. meteor. artes æternas, ut mundum, arbitratur, sed earum tanquam stellarum varios ortus & occasus esse, ut modò excitentur & floreant, modò jaceant & contemnantur. Hæc magni philosophi magna prorsus sententia est, artes sunt æternarum & immutabilium rerum: at ipsarum apud homines notitia nequaquam est æterna. Græcia quondam nulla natio doctior, nulla eruditior fuit: Italia, Gallia, Britannia, Germania nulla indoctior. At, ut inquit ille,

In Latium spretis academia migrat Athenis.

Commigrationes gentium variæ commemorātur, commigrationes literarum & disciplinarum non pauciores commemorari possunt. Aristotelei nimirum sunt illi ortus atque occasus doctrinarum. Itaque ortus ejusmodi & occasus periodos quatuor Plin. lib. 18. cap. 25. astrologorum nomine prodidit: chaldæam, ægyptiam, græcam, romanam. Prima verò secundaque mathematum periodus sacris profanisque literis abundè testata est, mathesisque prima hominū scien-

tia, ut ex Josepho patet, ante mundi diluvium fuit, artibus mathematicis per primos patriarchas divino longissimæ & sanctissimæ vitæ beneficio repertis. Sic enim loquitur li.1.cap.3. de Setho. Hic educatus, ubi eo ætatis venit, ut jam quod rectum esset, discernere valeret, virtutis studiis se totum dedidit, & cum vir optimus evasisset, etiam nepotes sui imitatores reliquit, qui quoniam erant omnes bona indole præditi, & patriam absque seditione incolebant, in perpetua felicitate vitam exegerunt, sapientiamque cælestium rerum atque ornatum animadverterunt: Ne autem hæc inventa ex hominum notitia dilaberentur, & prius perirent quàm pernoscerentur, cùm Adamus universalem rerum interitum fore prædixisset, unum incendio, diluvio alterum, excitarunt duas columnas, alteram lateritiam, alteram lapideam: & utrique sua inventa inscripserunt, ut si lateritiam diluvio deleri contingeret, lapidea superstes hominibus discendi copiam faceret, & quæ inscripta continebat, spectanda exhiberet: ajunt enim lapideam illam ab ipsis dedicatam, quæ & nostris temporibus extat in Syria. Hæc Josephus 3. cap. de mathematis apud sanctos patriarchas ante diluvium, deque mathematum amore quodam singulari atque admirabili. Capta ab hostibus ciuitate, profugi ciues quæ charissima habuerant, rapiunt transferuntque secum.

Sum pius Aeneas raptos qui ex hoste penates
Classe veho mecum. —

At sancti patriarchæ de mathematum summorumque animi bonorum salute soliciti, Aeneæ pietatem tantò superarũt, quantò virtutum illustrium solida bona ficta penatium superstitione majora fuerunt ac diuturniora. Sed de mathematis postea diutissimè in eadem gente continuatis idem Josephus cap. 8. ejusdem libri idoneus author est de Abrahami mathematis mirifica prædicãs. Abrahamus, inquit, vir is fuit, qui & omnium rerum intelligentia præstaret, & facile audientibus persuaderet, neque in iis falleretur, de quibus conjectaret. Propterea virtute sapientiæ cæteris præstantior habitus, constituit vulgo receptam de deo persuasionem convellere & commutare. Ergo primus audet affirmare unum esse deum universorum opificem: De cætero si quid ad felicitatem conferat, id non nostris nobis viribus, sed illius voluntate contingere. Hoc veró colligebat ex terræ & maris affectionibus, tum eorum quæ circa solem ac lunam, & omnium quæ circa cælum contingerẽt: esse nimirum potentiam quandam, quæ his adsit & provideat singulari ordinis observatione. Hac autem cùm destituerentur homines, palam esse quæcunque ad nostram utilitatem attinent, non pro nostra ipsorum facultate, sed pro dei jubentis imperio & potestate suppeditari. Quapropter huic uni honorem deberi, huic gratias agi oportere. Quamobrem cum Chaldæi & Mesopotamii cæteri contra ipsum moverentur, consilium migrandi cepit, & voluntate auxilioque dei fretus Chananæam tenuit, ubi sedibus positis deo struxit aram, & hostias mactavit. Meminit autem patris nostri Abrahami Berosus quoque, non tamen eum nominans, his verbis. Post diluvium autem decima ætate apud Chaldæos erat quidam justitiæ cul-

tiæ cultor, vir magnus, & cælestium rerum peritus. Hæc igitur mathematum prima periodus est apud Josephum, à Diodoro Siculo brevius notata lib. 2. In Babylonis medio, ait, Semiramis templum Iovi erexit, quem uocant Babylonii Belum, de quo cum & scriptores discordent, & opus ipsum vetustate collapsum sit, certi nihil pronuntiari potest: constat tamen miranda altitudine fuisse: & à Chaldæis in ipso observationes factas esse, accurate cõsiderato & oriente & occidente propter operis altitudinem. Hic igitur Semiramis videatur templum Jovis nomine, mathematicis Chaldæis & mathematicis astrorum observationibus sacravisse: quo loco videatur Diodorus Babylonicam turrim sacris literis testatam attingere. Sed in eodem etiam libro Chaldæi dicuntur numerare annos, quibus illis observationibus vacaverunt usque ad Alexandri ascensum, 473000. quæ fabula refellitur à Callisthene missis ad Aristotelẽ Chaldæorum observationibus annorũ 1903. Sed enim Chaldææ matheseos ut Abrahamus factis, sic Berosus profanis literis artifex insignis perhibetur. E' Chaldæa gente Beroso, ait Plinius, ob divinas prædictiones Athenienses publicè in gymnasio statuam inaurata lingua statuêre. Sed mathematum originem in una præsertim astrologia M. Tullius primo de divinatione perspicuè palamque ab Assyriis repetit. Principio Assyrii, ut ab ultimis authoritatem repetam, propter planitiem magnitudinemque regionum, quas incolebant, quum cælum ex omni parte patens atque apertum intuerentur, trajectiones motusque stellarum observaverunt, quibus notatis, quid cuique significaretur, memoriæ prodiderũt. Qua in natione Chaldæi, non ex artis, sed ex gentis vocabulo nominati, diuturna observatione siderum, scientiam putantur effecisse, ut prędici posset quid cuique eventurum, & quo quisque fato natus esset. Quamobrem primus ortus mathematum apud Chaldæos ejusmodi fuit, cum prima Plinii periodo congruens. Sed ortæ & florentes apud Chaldæos mathematicæ artes tãdem ex Assyria in Aegyptum commigrarunt duce Abrahamo. Nam ut apud eundem Josephum est 9. cap. 1. lib. fame Chananæam invadẽte, Abrahamus audita Aegypti ubertate, proficisci illuc decrevit, tum ut copiis eorum frueretur, tum ut sententiam sacerdotum de divinitate cognosceret: aut secuturus illorum opinionem, si modo melior esset, aut ipse rectiora iis commonstraturus. Itaque, ut est in eodem capite paulo post, rex Aegypti Pharaotes Abrahamo magna pecunia donato potestatem fecit congrediendi cum præstantissimo quoque Aegyptiorum ac doctissimo: quo factum est ut ipsius virtus, virtutisque fama illustrior fieret. Nam cũ Aegyptii diversis moribus agerẽtur, patriasque leges inter se contemnerent, proptereaque variè conflictarentur, cum quolibet ipsorũ congrediens, eorumque opiniones refellens quas de patriis rebus haberẽt, vanas, nihilq; prorsus veritatis habere declaravit. Ob has igitur disputationes admirabilis factus est: cumq; magnã tam intelligendi, quàm eloquendi, docendique facultatẽ præ se ferret, arithmeticam astronomiamq; benignè illis communicavit. Nã ante Abrahami ad ipsos adventũ Aegyptii rudes erant hujusmodi disciplinarũ, quę à Chaldæis ad Aegyptios profectæ hinc ad Gręcos tandẽ pervenerunt.

runt. Hæc Iosephus de Abrahami singulari in mathematicis eruditione ac professione, deque cõmigratione mathematum à Chaldæis in Aegyptum. Proclus igitur istam periodum temporum secundam secutus, inventionem arithmeticę ad Phœnicas propter mercaturas & commercia, geometriæ ad Aegyptios propter inundationes Nili suo limo terminos agrorum obruentis retulit: Et quidem Berytus in Phœnicia oppidum etiam temporibus imperatorum, Athenarum instar professione disciplinarum floruit: atque Aegyptii possessionem quidem laudis hujus antiquiorem, ab Alexandro autem magno Alexandriam etiam disciplinarum istarum academiam habuere. Sed ante Alexandrum, ut dixi, multis seculis in Aegypto mathematicæ artes ab Abrahamo illuc traductæ, floruerunt, adeo, ut Aristoteles 1. cap. 1. metaphy. affirmet mathematicas artes in ægypto primum à sacerdotibus publica vacatione fretis inventas esse: & certè vacatio illa in genesi cap. 27. testata est, ut à rege Pharaone sacerdotibus ager in stipendium mathematicæ professionis esset assignatus. Quapropter mathematica otia apud hebræos sanctorum & divinorum patrum studia fuerunt: mathematica otia apud Aegyptios sacerdotum studia fuerũt, imo verò regũ ipsorum monimenta: hinc regali sumptu ædificatæ mathematicis armillæ, constructa magnis impensis generum omnium ad varias observationes gymnasia & instrumenta. Id nimirum Manilii carmina Augusto Cæsari cecinerunt de sacris vatibus & sacerdotibus mathematum magistris, ut deus regum & sacerdotum animos mathematis velut afflarit ad ipsius providentiam perspiciendũ: astrologiam tãtum attingit: at arithmeticam & geometriam antecedere necesse fuit. Sed paganus poeta Mercurium pro deo nominat.

Quem primum infernis licuit cognoscere terris
Munera cœlestum? quis enim condentibus illis
Clepsisset furto mundum, quo cuncta reguntur?
Quis foret humano conatus pectore tantum,
Invitis ut diis cuperet deus ipse videri?
Tu princeps authorque sacri Cyllenie tanti:
Per te jam cælum in terris, jam sydera nota.
Sublimes aperire vias, unumque sub orbem
Et per inane suis parentia finibus astra,
Nominaque & cursus signorum, pandere vires,
Major uti facies mundi foret, & veneranda
Non species tantum, sed & ipsa potentia rerum.
Sentirentque deum gentes, quam maximus esset.
Qui sua disposuit per tempora cognita ut essent
Omnibus, & mundi facies, cælumque supernum.
Naturæque dedit vires, seque ipsa reclusit,
Regales animos primum dignata movere
Proxima tangentes rerum fastigia cælo.
Quæ domuêre feras gentes oriente sub ipso,

Quæ

Quas ferat Euphrates, in quas & Nilus inundat,
Quà mundus redit, & nigras super evolat urbes.
Tum qui templa sacris coluerunt omne per ævum,
Delectique sacerdotes in publica vota
Officio junxère deum, quibus ipsa potentis
Numinis accendit castam præsentia mentem:
Inque deum deus ipse tulit patuitque ministris.
Hi tantum novère decus, primique per artem
Sideribus videre vagis pendentia fata.

Adhuc igitur penes Chaldæos & Aegyptios mathematicum magisterium divinum & sanctum, idemque sacerdotale ac regale fuit. Deinceps mathesis ex Aegypto græcum matre trajecit, & ad Græciæ philosophos tandē pervenit, annisque paulo plus ducentis à Thalete milesio & Pythagora samio ad Euclidem maturitatem suam quandam & perfectionem habuit: nos ætatem istam maturitatis longius ad Theonem usque produximus annis ferè mille. Thales enim ante Christum floruit annis 584. Theon post Christum annis 390, quibus additis summa est 974. Sed in hac secta etiam latinam complectimur: quam Proclus novam sectam nullam putavit propter cæsarianam astrologiæ descriptionem, quæ præsertim Sosigenis fuit. Quamobrem & nos à Proclo præcipua hujus historiæ capita mutuati, ex hac tertia periodo atque secta mathematicos complecti statuimus. Thales igitur milesius primus Græcorum, cum in Aegyptum venisset, Geometriam inde in Græciam transtulit, multaque ipse reperit, multa successoribus suis exposuit, τοῖς μὲν καθολικώτερον, τοῖς δ' αἰσθητικώτερον ἐπιβάλλων: aliis quidem plenius & uberius, aliis subtilius & minutius incumbens, ait Laertius. Hęc in mathematico logicæ laus est magna, & qua major, vel optari hodie non possit: sunt multa in elementis specialiter proposita, quæ ad generum paucitatem redigi queant: sunt generalia quædam, quorum specialis fructus ignoratur: imo totis elementis nullum de cujusquam propositionis usu verbum est: atque ut illic genera, ita hic species valde requirantur. Ergo Thales logicam istam secutus γραμμικὴν θεωρίαν de lineis cōtemplationem, quam prius Euphorbus Phryx inchoaverat, absolvit, & quandam de triangulis doctrinam attigit, ut 5.15. 26 p 1. sicuti Proclus recitat: item etiam adscriptionem trianguli & circuli, de qua sunt 2.3.4.5 p 4. cujus adscriptionis etiam lætitia elatus, bovem immolasse dicitur. ô Mathematicas musas vestris amatoribus initio tam difficiles durasque: tandem tam suaves ac jucundas, quæ vestri studiosos tantis laboribus exercetis, ac demum tanta voluptate perfunditis. Hæ nimirū mathematum voluptates eximiæ sunt & singulares, quarum exempla etiam in posteris nonnulla reperientur, mathematici tantum laboris propria, cum cæteris artibus minime communia: sed Thaletis aliæ quoque laudes sunt. Pyramides Aegyptias dimensus est, observato cùm corporibus umbræ essent æquales: quod accidit sole, 45. grad. eleuato: Sed geodæsia illa ex umbris facta est postea elegantior de quolibet tempore per triangula similia. Atque hic Thales non

tantum veritatem, ſed utilitatem mathematicam ſpectavit. Circa Aſtrologiam obſervauit quædam præcipuæ neceſsitatis ac difficultatis de æquinoctiis, ſolſtitiis, ut Laertius ait, itē de urſa minore, id eſt Cynoſura, ut Callimachus & Eudemus authores ſunt: denique primus ſolis eclipſim prædixit, ut Hyppias & Ariſtoteles tradiderunt, & lunæ eclipſim Cyro prædixit, ut Tzetzes author eſt. Simplicius tamen 2. cap. 1. Phyſ. ait à Thalete ſcriptum nihil eſſe præter Aſtrologiam quandam nauticam, cujus etiam mentio quædam erit in Proclo ad 26 p 1, quæque ad Cynoſuram illam ſpectabat: Erat enim nautis pro pyxide quæ nunc eſt, ut Arati verſibus intelligitur de Cynoſura,

Hac fidunt du.e nocturna Phœnices in alto. Et iterum,
Hæc veró parua eſt, ſed nautis uſus in hac eſt:
Nam curſu interiore breui conuertitur orbe.

Quapropter hic primus in Græcia mathematicæ ſcientiæ parens atque author fuit: Thaletis ætati ſuccreſcens Ameriſtus, vel Mamercus, vel Mamertinus Steſichori poētæ frater, ſummus in Geometria fuiſſe traditur, nullum tamē ejus inventum narratur. At Pythagoras Samius poſt Thaletem familiam mathematicorum ingentem extulit: maximé veró περὶ ἀριθμητικὸν εἶδος, circa arithmeticam ſpeciem elaboravit, ait Laertius: quod demōſtrat & Ariſtotelis adverſus Pythagoream philoſophiam contraria philoſophia, primo, tertio & duobus extremis metaphyſicæ libris, ubi Pythagorea quædam dogmata labefactantur. Geometriam veró, ait idem Laertius, ad ſummum perduxit, cum Moeris antea principia elementorum inveniſſet, mathematum principia altius repetens, res mathematicas ἀΰλως καὶ νοερῶς à materia abſtractas ſola mente conſideravit,

——Et quod natura negabat
Viſibus humanis, ea pectoris auribus hauſit.

Logica iſta fuit Thaletis logicæ ſimilis καθολικώτερα facientis, & logica ſapientiam ſingularem complexa. Primi in omnibus artibus obſervatores ſpecialia primó permulta animadverterunt: ſecundi ad ὑπάλληλα pervenerunt: poſtremi tandem & rari ſummum in quoque ſubjecto genus attigerunt. Itaque quo quiſque altius aſcenderit, eo plus veræ laudis meruit. Laudatus eſt iſta laude Thales primus, laudatur modó Pythagoras ſecundus. Pythagorea tamen ἀφαίρεσις, abſtractio quæ dicitur, magnos errores poſtea peperit, Pythagoræ ipſi minimé probatos de magnitudine abſtracta perpetuo dividua: cum Ariſtoteles nominatim Pythagoram reprehendat de magnitudine minima & individua: qua de re ſcholæ phyſicæ & metaphyſicæ copioſius diſſeruerunt. Verumenimveró in hac mentis elatione Pythagoras invenit 32. 44. 47. 48 p 1. ſed imprimis ob inventam 47 & 48 p 1. celebratur, cujus inventionis lætitia tanta inventor ipſe affectus fuiſſe dicitur, ut muſis bovem immolarit. Refert Apollodorus apud Laertium, hecatomben immolatam eſſe, deque eo factum hoc epigramma.

Ἕνεκα

ἥνικα Πυθαγόρας τὸ περικλεὲς εὕρατο γράμμα,
κεῖνος ἐφ' ᾧ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.
Quoniam Pythagoras insignem invenerat figuram,
Ille propterea inclytum celebravit sacrum.

Amores nempe mathematici sunt illi acerbi primùm difficilesque, tandem voluptatis plenissimi. Itaque Pythagoras qui Thaletis labores æmulatus esset, ejus quoque in lætitia simili gratulationem æmulatur. Idem veró Pythagoræ sacrum Athenæus l 10 c 3. testatur. Quanquam hoc ipsum Pythagoræ sacrum apud Ciceronem Academicus Cotta derisit, quia Pythagoras ne Apollini quidem Delio hostiam immolare voluerit. Atqui sive bovis unius, sive cētum, sive nullum omnino sacrum fuit, certé propositio Pythagorea in geometricis rebus pluris est, quàm mille boum armenta, tam mirabiles usus, tamque infinitis in rebus ex una propositione illa oriuntur. Tametsi 31 p 6. ad 47 p 1. generalis est latiusque patet, bouesque mille pro una Pythagorea bove mereatur. Et mirum reputanti fuerit authorem specialis inventi tam gloriose celebrari: generalis autem parentem ne nominari quidem. Sed tamen historiam parentis hujus tertii prosequamur. Inuenit Pythagoras 32, 47. 48 p 1. Inuenit etiam τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν, καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν, irrationalium tractationem, & mundanarum figurarum constitutionem, quæ decimi & posteriorum Euclidis Elementorum Geometria præcipua est, & qua nulla est in totis elementis sublimior contemplatio: sed contemplatio tamen in decimo præsertim libro, subtilis & spinosa magis, quàm utilis & ad usum necessaria, ut tum subtilius & accuratius in ipso opere á nobis explicabitur. Atque hæc Pythagorea arithmeticæ & Geometriæ inventa sunt. Astrologiam veró & Musicam Pythagoras impensé & docuit & exercuit: Et Astrologica prognostica futurorum varia reliquit (ait Tzetzes) Quin musicam in astris deprehendit, á plerisque postea mirifice celebratam: ab Aristotele tamen derisam. Sed musica exercitatio illa fuit insignis, mentes á cogitationum intentione cantu & fidibus ad tranquillitatem traducere, ut est 4. Tusc. At Pythagoras maximé uno argumento in cælum tollendus est, non solùm quod acuté & subtiliter invenerit multa in mathematicis, sed multó magis quód mathematicam philosophiam in speciem liberalis & ingenuæ doctrinæ primus redegerit, ludumque aperuerit, in quo juventus tam honestas, tamque nobiles exercitationes haberet: Ea siquidem in totum genus hominum singularis fuit & immortalis gratia. Non quosvis, ait Gellius libro primo capite nono in disciplinam admittebat, sed ἐφυσιογνωμόνει ex oris & vultus ingenio, totoque corporis habitu explorabat anté & probabat, ne ἄμουσοι, ἀθεώρητοι, ἀγεωμέτρητοι otio & ludo disciplinæ tam liberalis abuterentur. Tria veró doctrinæ genera Pythagoras scripta reliquit, ait Laertius, παιδευτικὸν, φυσικὸν, πολιτικὸν, é quibus παιδευτικὸν illam liberalis doctrinæ formam continebat. Nam cum Pythagorei tempore silentii peracto ἀκουστικοὶ, ut apud eundem Gellium est eodem loco illo, esse desinerent, μαθηματικοὶ nominabantur, á cognitione mathematum: Deinde physicis studiis informati, physici dic-

ci dicebantur: postremus eruditionis gradus erat in moribus & administratione civitatum & rerumpub. unde politici appellabantur, ut politicum hic ethicum complectatur. Pythagorei tamen tanquam generali nomine μαθηματικοὶ ab Aristotelis interpretibus appellantur, ut à Syriano 13. lib. metaphy. Ergo tantus mathematicæ eruditionis fator & propagator Pythagoras fuit: Cujus, utinam παιδευτικὸν illud liberalis & ingenuæ institutionis fundamentũ, paulo diligentius ab hominibus attenderetur, propria humanitatis elementa tandiu à scholis nostris nequaquam abessent. Linguæ & grammaticæ studia tum nulla erãt, patrio & populari sermone ingenuæ artes instituebantur: Rhetorica tropos & figuras, logica locos argumentorũ & syllogismorum modos nondum in scholas importarant. Initia doctrinæ & elementa à mathematicis erant, absolutio à Physicis & politicis deinde petebatur. Triplicia modo à Grammaticis, Rhetoribus, logicis elementa antè perdiscenda fune cultum animi atque ornatum multiplicatum equidem laudo: verùm cum huc perventum sit, cur præteritis mathematis, ad physica & politica conuolatur? Atqui mathemata sunt physicorum & politicorum elementa & fundamenta: neque physicum, aut politicum naturæ, aut reipub. magistrum atque artificem quenquam idoneum Pythagoras judicabat, qui non antè mathematum magister atque artifex fuisset. Ridiculum est in Academia Parisiensi de scholasticis, qui pro legitimo philosophici triennii labore ac studio cùm menses aliquot in liberalia studia impenderũt, magistri tamen artium publica & voce & authoritate nominantur. Hi vulgò per saltum magistri appellantur. At, bone deus, saltum hic longè dissimilem, & ubi fossa interjecta nulla existimatur, tamen multo magis præcipitem superatis mathematum principiis & elementis Pythagoras appellaret, & Thebani ænigmatis dignum hic quiddam statueret, ut magister liberalium artium habeatur, qui liberales artes, vel solas, vel certè principes ne à limine quidem salutarit. Verum pergamus, sæpius ista Pythagorę querimonia nobis conquerenda erit. Pythagoras summus & singularis mathematicus fuit, ut Pythagorei mathemata primi & attigisse & auxisse Aristoteli videãtur 5 c 1. metaph. sed Aristoteli inventores Aegyptios oblito. Agedum, à Pythagora discedamus. Qui mathematicæ parẽtes successẽre? Anaxagoras Clazomenius & Oenopides Chius secuti, magnum in mathematicis nomen habuêre: Et tanquam virorum mathematica laude illustrium, Plato in amatoribus meminit, ubi adolescentes in descriptionibus circulorum & sectionum circularium dicuntur de Anaxagora & Oenopide contendere. Ab Anaxagora Geometriam quandam scriptam esse indicat Aristotelis liber de lineis individuis adversus Anaxagoram citatus à Græcis interpretibus: indicant & Astrologiam tractatam esse apud Laertium illa, de sole majore Peloponneso, de habitationibus in luna. Oenopidi verò Proclus 12 & 23 p 1. attribuit. Aelianus 7. cap. 10. de varia historia aliã ex Astrologia laudem attribuit, cùm dedicaret in Olympiis legum tabulam, inscripsit in ea Astrologiam quinquaginta novem annorum, affirmans hunc esse magnum annum. Zenodotus Oenopidis discipulus quædam geometrica conscripsit, unde

pſit,unde

psit, unde & Proclus assumpsit differentiam problematis & theorematis lib. 2. cap. 8. Atque hi tres proximi, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, ut antea Ameristus, magis nomine & fama, quam testatis monimentis aut exemplis virtutum suarum clari perhibentur: nisi forte & à Proclo verisimile est virtutes ipsas præteritas esse, quod historia Theophrasti vel Eudemi de iis amplior in manibus haberetur. Quare duo sunt adhuc insignes & eximii mathematum principes, Thales & Pythagoras. Sed Hippocrates Chius, Briso, Antipho, vel Aristotelis reprehensione mathematici nobiles perhibentur. Hippocrates Chius prorsus admirabilis fuit naturæ, dicam, an fortunæ miraculo? Hic enim, ut ait Philoponus in primum Aristotelis physicum, mercator, cum in piratarum navim incidisset, Athenas venerat prædones accusandi gratia, & cum diu Athenis persequendi criminis caussa moraretur, accessit ad philosophos, quorum consuetudine tantùm in Geometria profecit, ut duas res in geometria maximas tentarit, valdeque promouerit, τετραγωνισμὸν, quadraturam circuli, & duplicationem cubi. Circuli quidem quadraturam non invenit, sed cum quadraret lunulam, falso arbitratus est ex hac circulum quadrari. Nam ex lunula quadrata circulum quadratum esse arbitrabatur. Hæc breviter Philoponus. Itaque Aristoteles primo physico Hippocratis veluti legitimé & secundum geometrica principia philosophantis elencho respondendum censet esse. Hippocratis certé tetragonismus boni saltem hoc attulit, quod veré & mathematicé demonstravit obliquilineum, ut lunula est, certam habere rationem ad rectilineum. neque heterogenia hic ulla est, ut quidam ætatis nostræ, alioqui præstantes mathematici crediderunt, quod & Eutocius doctissimus Archimedis interpres jam olim quoque docuerat. Peripheria, ait, circuli est magnitudo quædam, & quidem ad unum dividua, cujus speciei & recta est. Est enim utraque magnitudo tantùm longa, & eo tantùm genere divisibilis: ac tametsi nondum constiterit, quomodo peripheria rectæ possit æquari: attamen natura esse quandam rectam peripheriæ æqualem, à nullo unquam est dubitatum. Hæc Eutocius in primum theorema Archimedis de dimensione circuli, ubi affirmat à nemine mathematico unquam esse dubitatum, quod non solùm dubitatur à nonnullis, sed plané negatur. Quare quadrati & circuli ratio, quamvis nondum nota sit, non tamen notionem habet impossibilem: Veraque ideo est Aristotelis sententia, multa sciri posse, quæ nondum scita sunt, ut τετραγωνισμὸν circuli: Scientia quidem ejus nondum est, αὐτὸς δὲ ἐπιστητόν ἐστι, ipse autem scibile quiddam est, ut ait in Categoriis, & aliis præterea locis, ut ejus sententia nemini attento, & in philosophi verba intento, dubia possit esse. Et sic Marinus in protheoria Datorum, affirmat circuli scientiam (quamvis nondum percepta sit) percipi tamen posse. De laudibus igitur Hippocratis nobilis imprimis ista laus erit in quadrato circulo: Apud Eutocium autem in Eratosthenis cubo, majus etiam Hippocratis ingeniū declaratur. Primus enim tentavit cubi duplicationem per duas in dupla ratione rectas duarum continué proportionalium extremas: quam viam ut singularem & unicam, omnis

B posteri-

posteritas approbavit. Ergo laus hæc Hippocratis altera prorsus egregia est: sed & laudes sunt insuper aliæ. Proclus enim ait ab Hippocrate in dubiis diagrammatis ἀπαγωγὴν deductionem ad impossibile factam esse, multaque in geometria reperta. Sed ἀπαγωγῆς logica tandem amplius expendetur, quantumque in mathematicis ea demonstratio mereatur, planum faciemus. Præstantior certè logica fuit Thaletis καθολικώτερα & Pythagoræ νοερώτερα facientis. Hippocratis tamen encomia dicantur. Supra omnia, meo judicio, illud est quod omnium mortalium in diagrammatis solertissimus fuisse dicitur. Logica in hoc mercatore, videlicet, naturalis singulorum enuntiatorum fuit, qualem Proclus in Cratisto postea commemorat fuisse, qui sine arte, solo naturæ acumine prompté problema quodvis dijudicaret. Vulgus poëtas nasci arbitratur & mentis furore ad egregia carmina fundendum excitari. At impetus iste naturalis communis est omnium virtutum omniumque disciplinarum, in quibus excellet nemo, nisi qui naturæ indole atque bonitate impelletur, vel potius rapietur. Nascuntur in pratis herbæ sua sponte: sed in aliis aliæ fœcundiores & uberiores. Sic existimandum est artium semina hominum mentibus à natura ingenerari, sed in aliis alia abundantius. Quapropter credibile est mathematicam speciem atque ideam aliquam in animo Hippocratis insedisse, ut è mercatore, id est alienissimi studii opifice, tantus geometres existeret. Sed Hippocrates primus στοιχειώτης & Elementorum author ac scriptor fuisse à Proclo dicitur, tanquã Thales & Pythagoras & antea reliqui permulta eruerint ac deprompserint, Hippocrates cũcta composuerit & formarit, quo nomine primus mathematicæ verus parens & pater haberetur. Methodus nempe & uniuersus artis ordo hanc Hippocrati laudem attulit: ut non tantùm inventionis solertia, sed syllogisticæ conclusionis, sed maximé methodicæ collocationis naturali quodam lumine excelleret. Teneamus igitur hunc è mercatore philosophum prẽstantem in mathematicis authorem fuisse, non solùm quia circuli quadraturam, & cubi duplicationem in mathematicis elementis aggressus est, multaque alia invenit, sed multó magis quia mathematica Elementa diligentius demonstrarit & luculentius ordinarit. Primus mathematicæ in schola magister Pythagoras fuit, sed ut de primis initiis credi par est, minus distinctus, ut στοιχειώτης ideo non appelletur: sed tamẽ quidquid sit, Hippocrates Pythagoræ magnitudine minimè deterritus mathematicum magisterium auxit, & exornavit elementis ordine, viaque pleniore & uberiore deductis. Sed duo prætерea mathematici reprehensione Aristotelis nobilitati sunt, Briso & Antipho: nec enim adversus ignavos & inertes athletas Aristoteles luctatus esset, ut discipulus ejus Alexander reges athletas deposcebat, cùm ad Olympicam coronã invitaretur. Quid igitur Briso? quid Antipho simile Hippocratis habuerũt? Brisonis quadratura citatur ab Aristotele primo posteriorum, & primo elenchorum, quod cõmunibus principiis quadraturam circuli demonstrarent. Et Alexander demonstrationis illius summam ait fuisse. Quadratum circumscriptum majus est circulo: inscriptum autem minus: Intermedium igitur quadratum circulo æquale erit. At in quem locum signorum in-

termediorum æquale quadratum caderet, Briso nõ demonstravit. At Philoponus Alexandrum in eo falli putat: quia tum non communibus & heterogeneis uteretur. Sed tamen Briso cum sic tetragonismum pollicetur, nihil præstat tantùm concludit circulum quadrari posse, & veritati propinquum aliquid ostendit: sed tamẽ neq; satis mathematicè neq; satis accuratè: sunt enim comparationes pleræque ejusmodi in mathematicis fallaces & captiosæ: ut si inscriptæ sint æquales, subtendunt peripherias æquales, & contrà verum est: Item si inscriptæ sint inæquales, subtendunt peripherias inæquales, & contrà, verum item est. At si hinc cõcludas, Ergo peripheriæ subtensis sunt proportionales, falsum Ptolemæus convicit ad 9. cap. 1. construct. Sic neq; sequitur, Datur in circulo angulus major recto, datur minor recto, ergo dabitur æqualis recto. Quare Briso captiosa ratiocinatione deceptus est, ac si nil aliud invenerit, nil admodum invenit. Quid Antipho? quid hic describit? Antipho eodem Posteriorum loco citatur à Philopono, & repetitur primo physico: sed gravior ejus paralogismus ostenditur, quam fuit Brisonis. Multangulum tantum, ajebat, inscribi potest, ut tãdem sit æquale circulo: At quadratum æquatur cuilibet multangulo: quadratũ igitur æquatur circulo. Propositio syllogismi falsa est, & geometricis principiis contraria. Quærit hic Simplicius cui principio geometrico sit contraria, & Alexandrum reprehẽdit, qui attulit è tertio libro Elementorum, circulum tangi à recta unico puncto: tum ipse profert magnitudinem infinité dividi posse, idque principium ait ab Eudemo proferri: quod magis cõsentaneum est, quamvis Aristoteles principia hic nõ appellet solùm axiomata vel postulata, vel definitiones: Nec enim tali ullo principio usus est Hippocrates, à quo principia servari Aristoteles profitetur, sed vel elementa demonstrata, quomodo in demonstratione 2 p 12. Euclides demonstravit è 1 p 10, & 6 p 4, nullum rectilineum tantum circulo inscriptum esse, quin majus inscribi potuerit: quod penitus contrarium est illi Antiphontis propositioni, statuenti multangulum inscribi posse æquale circunscripto circulo. Quamobrem Briso Antiphoque nihil admodum problema istud promoverunt: Sed è problemate tamen intelligitur, si non facultate, certè voluntate Hippocrati similes fuisse, qui quæstionem in mathematicis præcipuam sibi tractandam & discutiendam proposuerint. Quapropter conatus iste index aliorum quoque studiorum ac laborum hactenus probandus & laudandus est. Democritus cùm in physicis tum in mathematicis admirabilis fuit scriptis libris, de numeris deq; geometria generatim, item expositiones, sed & speciatim de differentia gnomæ, de lineis irrationalibus & solidis, de cõtactu circuli & sphæræ, de astronomia, cosmographia, de parapegmatis, polographia, actinographia, de sideribus vagis, de magno anno, de musica plurima, ut Laertius author est. Theodorus Cyreneus deinde celebratur nomine, nõ monimentis, ut antea Mamertinus, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, nomine tamen magnus est, quod Platonis in mathematicis magister fuisse memoratur: imo quod à Platone ipso in Theæteto, ut Dialecticæ, sic Geometriæ, Astrologiæ, musicæ doctor insignis describitur, & mathesis ipsius quædã attingitur de lõgitudine & potẽtia magnitudinũ, qualis Pythagoræ geometria fuit irrationaliũ.

In politico etiam Theodorus appellatur præstantissimus circa ratiocinationes & res geometricas. Itaque præconia ista magna sunt à tanto præsertim præcone Theodoro tributa. Sed unus mathematicorum omnium, tanquam Homerus, habetur Plato, qui non solùm à Theodoro Cyreneo in Græcia, à Pythagoreis in Italia, à sacerdotibus in Aegypto mathematica tum inventa didicit, sed per sese multa exprompsit. Primus nominavit στοιχεῖον elementum in mathematis, unde στοιχειώσεις & στοιχειωτὰς, ut intelligamus Platoni Pythagoram imprimis in eo placuisse, quod elementa juuenilis institutionis in mathesi collocaret. Plato (inquam) primus mathemata ingenuæ eruditionis ac doctrinæ elementa nominavit, tanquam principia & rudimenta: nominavit item ἑτερομήκη oblongum numerum: primus inchoavit sectiones, non quales sunt secundo Elementorum libro de ratione quadrati & oblongi è sectione unius rectæ, sed quales sunt sectiones conicæ & cylindricę. Invenit etiam modum demonstrationis per analysin, ut Laertius ait, & Proclus ad 1 p 1. Analyseos autem illius exempla superant ad 1.2.3.4.5 p 13, item 2. Archimedis de sphæra: quæ ad caussas ex eventis atque effectis exquirendum, singulare adjumentum plerumque adferat. Cætera mathemata, tum imprimis Geometriam maximis accessionibus amplificavit, studio incredibili in eam collocato. Itaque philosophiæ suæ libros mathematicis rationibus distinxit, ac frequentavit, ac quicquid in mathematicis admirabile, cumque philosophia conjunctum esset, excitavit: Sic à mathematis reliquæ philosophiæ demonstrationem ac splendorem repetivit: imó veró philosophiam suam ἀγεωμετρήτοις occultam & incognitam esse voluit: Itaque tam propositum tamq; charum fuit hoc studium Platoni, ut in Academiam neminem admitteret, nisi Geometriæ peritum, vel certé capacem auditorem & idoneum: unde illud vestibulo Academiæ inscriptum, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, nullus Geometriæ expers accedito, quod ad iustitiam é geometrica proportione Tzetzes retulit: sed allegoriam historia & veritas respuit. Aemulatus est Plato hac in re magistrum Pythagoram, qui non diagrammate vestibuli, sed Physiognomonico illo judicio arcebat à schola sua ἀμούσους, ἀθεωρήτους, ἀγεωμετρήτους. Quæ cúm de duobus præstantissimis ingenii & doctrinæ præceptoribus cogito, animo certé non commoveri non possum, Academiam Parisiensem omnium, quæ unquam in terris fuerunt, Academiarum multis laudibus aliis longissimè principem: tamen ista laude tam dissimilem deprehendi. Linguarum latinæ, græcæ, hebraicæ professio in grammaticis & rhetoricis eximia est & laudabilis: Logicam sæpe conquestus sum sophisticis tantúm de arte ipsa altercationibus exerceri: at mathematum nullam in philosophiæ studiis rationem; nullam professionem esse, equidem sine scelere tacere non possum. Fundamentum Pythagoricæ scholæ in mathematicis fuit, fundamentum Academiæ Platonicæ in mathematicis fuit, & ἀγεωμέτρητον philosophis illis esse, idem prorsus erat, quod ἀθεώρητον esse & ἄμουσον. Verumenimveró publicis Academiæ nostræ legibus patent philosophicarum scholarum fores omnibus ἀγεωμετρήτοις & ἀμούσοις, ut qui triennii primo anno & altero logicas spinas nescio quas, tertio quasdam physicorum opi-

rum opiniones audierit, etiam planè ἀγεωμέτρητος καὶ ἄμουσος, mathematumque omnium rudis & ignarus, liberalium artium magister, tanquam Pythagoras vel Plato aliquis coronetur. Ergo Pythagoras Academiæ Parisiensi mathematicas artes optabit: Ergo Plato in Academia Parisiensi mathematicas artes desiderabit: & uterque Parisiensem Academiam, tum Pythagoream, & Platonicam esse judicabit, cùm mathematicis primas in philosophia detulerit. Sed ad Platonem revertamur, de quo vivo Græciæ judicium insigne atque illustre fuit, cum Apollo interrogatus de sedanda pestilentia à Deliis, ut Philoponus 7. cap. 1. posterio. author est, cubicam altaris sui figuram duplicari jussisset, Deliique cubum cubo superimponentes, prisma oblongum, non cubum fecissent, nec propterea pestilentia cessaret, deum denuo sciscitati, responsum ferũt, oraculo satisfactum non esse. Ad Platonem igitur, tanquam mathematicorum principem, Deliacum problema delatum est. Quid igitur hic Plato ad Apollinis oraculum respondit? Equidē si verè temporibus iisdem Demosthenes dixit Pythiam φιλιππίζειν, sic crediderim jam nunc quoque πλατωνίζειν: neque oraculum falsum illud quidem, sed solerti Platonis commento expressum suspicor ad Geometriæ studia excitandum. Quapropter audito Apollinis oraculo, Plato respondit Græcos neglectæ Geometriæ nomine à deo accusari: proindeque è vestigio volare Platonis literæ ad omnes familiares in Italiam, in Aegyptum, in Græciam universam, omnesque præstantes Geometras excitare ad hoc problema demonstrandum. Itaque commento isto, Plato Apollinem mathematicum, imo tanquam matheseos censorem atque castigatorem effecit. Enimverò Academiæ Parisiensi neque Deliorum pestilentiam, neque fabulosam Apollinis Pythiam, sed certè tam nobilis tamque ingenuæ disciplinæ Platonicum amorem illum vehementer exoptabo, ut explosis & ejectis infinitarum nugarum sophismatis, mathemata succedant, idque brevi spero futurum. P. Ramus Veromanduus sum, non Atheniensis Plato: neque Apollinis Pythiam commento illo possum excitare, sed possum, ut in procemio constituendæ & conformandæ Parisiensis Academiæ jam tentatum est, & nisi temporis calamitas obstitisset, perfectum jam esset: possum, inquam, regem meum, regis doctissimos & elegãtioris doctrinę amantissimos domesticos & familiares de tantis Academiæ bonis admonere, proque mea quantulacunque facultate eniti & contendere, ut Pythagoras & Plato in Academiam Parisiensem regiis legibus, imo regiis privilegiis ac muneribus accersantur. Dionysius licet tyrãnus is, qui describitur, attamen philosophiæ amore tanto captus fuisse prædicatur, ut Platonem Athenis maximis & muneribus & honoribus evocaret, Platonisque tanquam numinis alicujus adventu ignes & sacra per totam Siciliam fieri juberet: Quanto Christianis veraque pietate & humanitate præditis regibus ac principibus aptius & cōvenientius fuerit, optimi maximique dei dona in publicas scholas publicis privilegiis ac stipendiis inducere? Possum (inquam) regem regisque familiares de tantis bonis admonere: imò verò & eodem argumento omnes orbis principes ad studium mathematicæ eruditionis adhortari. Itaque detur nobis hoc loco egressionis extra re-

B 3 gni fines,

gni fines,venia.Britanniam Galliæ bis antea magistram fuisse accepimus.Veterum Gallorum disciplina,inquit Cæsar,in Britannia reperta,atque inde in Galliam translata esse existimatur:Et tunc qui diligentius eam rem cognoscere vellent, plerumque illò discendi caussa proficiscebantur. Hoc antiquum magisterium fuit: Deinde cum barbaries, afflicta Romanis bellis Galliæ libertate omnem quoque disciplinam afflixisset, ex eadem insula Flaccus Albinus vel Alcuinus Carolo Magno honorificè acceptus liberales artes in Gallia rursus excitavit: primaque parisiensis academiæ fundamenta posuit: Sic iterum Britannia Galliæ magistra fuit. Itaque ut Gallia nec ingrati nec immemoris animi monimentum erga principem eruditionis atque humanitatis suæ parentem testatum haberet,Franciscus rex primus regias linguarum atque artium liberalium professiones instituit: unde & Britannia tanquam fructum communicatæ quondam doctrinæ legitimo fœnore repeteret: unde etiam tanquam municeps publici muneris honorem caperet.Itaque Rod. Bainum Britannum professorem regium Lutetia habuit. Sed Carolus avi laudē æmulatus,publicum de regii professoris excellentia judicium esse voluit,eoque idoneos omnes, velut ab aratro Cincinnatos ad philosophiæ dictaturam evocari. At Elisabetha Anglorum regina,Angliam tuam Galliæ discipulam diutius fieri ne sinito, sed Gallos vicissim in Angliam provocato,doctrinæ principatum pluris quàm regnum quodvis æstimato. Natura & fortuna plerasque reginas efficit: at nobilium linguarum peritas,laudandarum doctrinarum studiosas & amantes,id est tui similes, sola virtus efficit.In duabus eruditissimis regni tui Academiis sciscitando didici regiis stipendiis honorari professores linguæ græcæ,hebraicæ: medicinæ, juris civilis,theologiæ.Regia sunt illa regni ornamenta. At mathematicis artibus præmium regale nullum esse constitutum. Macti igitur estote professores regii, duobus mathematicis collegii regii collegis:alter mathematicis elementis Arithmeticam & Musicam,Geometriam,eique adjunctas Geodæsiam,Opticam,Mechanicam: alter reliqua φυσικώτερα in astrologicis, & geographicis profiteatur. Hoc votum apud te & de te Elisabetha, eò sanctius concipio, quia Anglia doctissimos innumerabiles,sed è regibus etiam ipsis quosdam mathematicos habuit, Ethelstani nempe regis astrologicum opus in vestris annalibus comperio. Quid verò orationis tuæ in Academia cantabrigiensi conspectis majorum tuorum magnificis gymnasiis, gemitus ille generosum Cæsaris animum verè referens (*At nihil tale feci*) Quid illa in doctissimo conventu eximii operis & ad perpetuam nominis tui memoriam monimenti promissio: nonne palam loquuntur & proclamant potius, Optate à regina singulare aliquod ingenuis literis ornamentum, cumulatè ac magnificè præstabit. Itaque opto regios reginæ Elisabethæ in Academia & cantabrigiensi & oxoniensi mathematicos professores, qui sempiterna præclarissimi beneficii laude memoriam tuam exornent. Toletani Elisabetham reginam astronomicis tabulis prædicant:imo verò Angli reginea in suis Academiis collegia perinde ut regia concelebrant, ut Anglorum reginæ cum regibus de gloria literarum certasse videantur. Angli igitur Eli-

tur Elisabetham reginam regali mathematicarum professionum honore prædicabunt & celebrabunt. Neque dubito quin factum probet ac laudet Nestor ille tuus Guilielmus Cæcilius non solùm quia cantabrigiensis Academiæ cancellarius est, sed quia patriæ amantissimus. Neq; tu Dee aut tu Aconti tantum reginæ decus contemnetis. Enimverò vicini Scotiæ reges insulæ communem gloriam facere contendunto. Maria regina est ingenio variis & naturę & doctrinæ dotibus ornato: Ornatum verò sororis reginæ Jacobus Steuartus Moraviæ comes, si discipuli quondam nostri insignis & probitas & prudentia mihi bene perspecta est, cùm cæteris ornamentis, tum mathematicis hisce gemmis perlibenter augebit. Sed cohortationis hujus, Georgi Buccanane, partes tuę sunt, ut in Academia præcipuè andreana ad professiones linguarum, latinæ, græcæ, hebraicæ, Philosophiæ, Medicinæ, Jurisprudētiæ, Theologiæ, adjungantur mathematum professores duo, & liberalium artium quondam solæ, certè principes ac reginæ regium stipendium regiumque honorem tua persuasione cōsequantur. Poëta es Europa tota clarissimus, cantatis præsertim suavissimo sono divini vatis carminibus: At mihi crede, jam carmen istius persuasionis carmine luculentius nullum abs te cantari potest. Bassantinus Scotus Francis Euclidem fruendum dedit, dabit & libentius Scotis. Sed mathefeos amore digredior ab instituta historia longius, domum redeo. Plato mundum universum mathematicæ studio per deliacum illud duplicandi cubi problema incendit atque inflammavit. Philoponus scribit Platonicorum commentationes de cubi duplicatione periisse, quod in interprete Græcorum interpretum doctissimo & μαθηματικωτάτῳ valde miratus sum. Extant enim apud Eutocium sententię duodecim summorum mathematicorum, quarum prima & ingeniosissima est Platonis, cujusquę mesographus ad duas medias protinus inveniendum, singularis est: Mathematicæ itaque laudis principatus tum penes unum Platonem fuit. Sed principatus in eo maximè excelluit, quod è Platonis ludo, vel certè consortio quodam & contubernio, tanquam ex equo trojano innumerabiles mathematicæ philosophiæ principes exierunt. Tredecim Platonis familiares á Proclo deinceps commemorantur, quorum studiis mathematica sit absoluta. Hinc Leodamas Thasius, Archytas Tarentinus, Theætetus Atheniensis, à quibus mathemata sunt amplificata, καὶ εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν, & in accuratiorem & magis scientificum statum adducta, inquit Proclus. Logica laus illa fuit ante in Thalete & Pythagora mathesin facere καθολικωτέραν ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν. Ita nunc in Academia Platonicorum logica est εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν erigere. Leodamas Thasius à Platone didicit analyseos modum, de quo dixi, perque analysim multa in Geometria reperit, ait Laertius, & Proclus ad 1 p 1. Archytas Tarentinus Pythagoreus nobilis, alter Platonis in mathematicis, post Theodorum magister, vel certè socius & consors fuit. Platonem enim ferunt, ait Cicero, ut Pythagoreos cognosceret, in Italiam venisse, in ea cùm alios permultos, tum Archytam Timæumq; cognovisse & didicisse Pythagorea omnia. Archytas verò scripsit, cum alia mathematica, tum imprimis illam

illam cubi duplicationem per semicylindrum, cujus demonstrationem Eutocius integram habet. Verumenimverò mathematicus iste unus verè parens mathematicæ disciplinæ dici meritò habcrique potest, qui non genuit tantùm, sed aluit atque exercuit. Primus enim singularem mathematicę fructum aggressus, mechanicam mathematicis principiis usus artificiosè tractavit, primusque motum organicum in figuram geometricam adhibuit: unde & lignea columba ab eo facta volasse apud Gellium prædicatur: ita scilicet libramentis suspendebatur, & aura spiritus inclusa atque occulta concitabatur: Ex eodem illo mechanicæ & organicæ fonte orta sunt αὐτόματα Dædali & similium artificũ, fabulis poëticis, propter artis occultam facultatem similia. Notum enim illud poëtę nostri:

Dædalus, ut fama est, fugiens minoia regna,
Præpetibus pennis ausus se credere cælo,
Insuetum per iter gelidas enavit ad arctos:
Chalcidicaque levis tandem superastitit arce.
Redditus his primum terris tibi Phœbe sacravit
Remigium alarum, posuitque immania templa.

Talia igitur Dædali signa illa sunt in Menone Platonis, eo artificio facta, ut nisi revincta sint, aufugiant: Tales Vulcani tripodes apud Homerum 18. Iliados, qui rotis interioribus acti, spontè prælietur, commissoque prælio domum redeant. Sic enim poëta loquitur:

Τὸν δ' εὗρ' ἱδρώοντα ἑλισσόμενον περὶ φύσας
Σπεύδοντα. τρίποδας γὰρ ἐείκοσι πάντας ἔτευχεν
Ἑστάμεναι περὶ τοῖχον ἐϋσταθέος, μεγάροιο.
Χρύσεια δέ σφ' ὑπὸ κύκλα ἑκάστῳ πυθμένι θῆκεν.
Ὄφρα οἱ αὐτόματοι θεῖον δύσονται ἀγῶνα.
Ἠδ' αὖτις πρὸς δῶμα νεοίατο θαῦμα ἰδέσθαι.

Quæ ad verbum ita sunt.

Hunc autem invenit sudantem versum circa folles
Properantem: lebetes enim viginti omnes fabricaverat
Stare circa parietem firmæ domus:
Aureas autem ipsis sub rotas unicuique fundo posuerat,
Ut ei per se divinum ingrederentur certamen,
Et iterum ad domum redibant, mirabile visu.

Hæc Dædali & Vulcani αὐτόματα primo politico ab Aristotele repetuntur. Verum ad Archytam redeo. Hic mathematicus non solùm mathematicæ usum ludicris oblectamentis adhibuit, sed in patriis bellis, quinquies enim copiis civium suorum præfuit, & quinquies vicit. Quinetiam, si quid Vitruvio in prooœmio libri septimi creditur de machinationibus, geometriam mechanicam & organicam conscripsit. Quare magnus mathematicus Archytas fuit, non solùm ob insignem matheseos scientiam, sed ob eximiam scientiæ utilitatem. Itaque & Horatius 1. Carm. tanquam de excellente mathematico dixit,

Te maris & terræ numeroque carentis arenæ

Mensorem

Mensorem cohibent Archytæ.

Theætetus veró Atheniēsis magnæ famæ in Astrologia præsertim fuit, à quo etiam primó inscripta esse dicuntur illa quinque solida, quæ primus Pythágoras invenerat. Magnus veró imprimis est Theætetus Platonis commendatione in dialogo Theæteti nomine inscripto: in cujus initio magnæ laudes Theæteti continentur. Sed Leodamanti, Archytæ, Theæteto vicini fuere Neoclides, ejusque discipulus Leo. Neoclidis nomen tantúm famaque celebratur: Sed discipulus Leo, quantus magister fuerit, facile declaravit. A' Leonte modus est inventus, quo problema statueretur posibile vel imposibile. Logica naturalis fuit in Cratisto antea istius acuminis & subtilitatis. Modus veró in mathematicis elementis traditur, de quarto proportionali 18, & 19 p 9, utrum posibile an imposibile: At hic modus in totis elementis generalis nullus est: & tamen si tanti judicii theorema ullum fuit, valde interfuit propositum esse. Sed Leo mathematicæ universæ elementa conscripsit, τῷ τε πλήθει καὶ τῇ χρείᾳ τῶν δεικνυμένων ἐπιμελέστερον, tum multitudine, tum usu demonstratorum accuratius. Auxit igitur Leo numerum elementorum: imó veró ad usum aptiorem reddidit: Logica Thaletis μᾶλλον καθολικωτέραν, logica Pythagoræ ἀϋλοτέραν καὶ νοερωτέραν: Logica Archytæ ἐπιστημονικωτέραν fecit: Logica Leontis modo facit τῇ χρείᾳ ἐπιμελεστέραν. Quam laudem equidem permagnam esse judico. Thaletem, Pythagoram, Hippocratem mathematico ipso artificio celebramus: Archytam & Leontem etiam artificii fructu & usu: at ut fructus arborum radicibus, sic artium usus præceptis gratiores esse solent. Itaque mathematicum istum non solúm de præceptis, sed de usu solicitum imprimis admiror & suspicio. Leo igitur tertius mathematicæ philosophiæ non solúm magister & doctor, sed scriptor Pythagora & Hippocrate usus laude perfectior & accuratior fuit. Secundus στοιχειώτης Leo fuit, & logicam hactenus novam attulit, non solúm qua dijudicaretur posibile problema esset, an imposibile: sed quod præcipuæ laudis est, qua Geometriæ usus facilius & expeditius tractaretur. Hos enim non tam doctores, quám exercitatores artis præcipué laudo. Talis antea fuit unus Archytas, talis subinde erit Eudoxus. Eudoxus enim Cnidius æqualis superiorū, in arithmeticis magnus ad analogias à veteribus traditas alias tres adjunxit: imo si Scholiastæ Græco creditur, totum in Elemētis quintum librū de analogiis invenit: De quarum sophisticis demonstrationibus dicetur suo loco: doctrinā sectionū à Platone inchoatarum auxit, usus in hac inventione, Platonis analysi, ut antea usus est Leodamas, perque has lineas curvas, duplicationem cubi aggressus est, in qua deo similem Eratosthenes Eudoxum postea faciet: hanc tamen duplicationem Eutocius, ne sua quidem recitatione dignatus est. Deniq; Geometriam descripsit, quam ex Archyta didicerat, & generalium theorematum numerum amplificavit. Logica videlicet illa fuit Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis: ita nunc Eudoxi mathesim generaliorem facere. Hic astrologicas hypotheses ἀνελιττουσῶν revolventium sphærarum primus reperit, ut ex Aristotele & Alexandro ejus interprete perspicitur, postcaque perspicietur in Aristotele atque in astrologia do-

ctissimorum hominũ judicio (ait Tullius) facile princeps fuit, & ita Cæsar apud Lucanum sensit, dum se Astrologiam Eudoxi emendaturum ita gloriatur,

Nec meus Eudoxi vincetur fastibus annus.

Disseruit Eudoxus (ait idem Tullius) contra Chaldæorum prædictiones de natali die. In quo ingenium Eudoxi imprimis suspiciendum arbitror, qui in istas vanitates invectus sit: ut enim plurima in physicis rebus, ut georgicis, medicis, nauticis, prædictio vera sit, plurima item est in spontaneis & cõsilio subjectis rebus fallacia prædictionis & impostura. Sed hac de re aliàs Eudoxum persequamur. Eudoxi nomine extant hodieque brevia φαινόμενα, cum explicationibus Hipparchi. Sed enim, ut antea Archytas & Leo mechanicam & organicam, id est, Geometriæ usum impensius coluerunt: sic & Eudoxus eidem studio maximè deditus fuit. Archytas enim & Eudoxus, ait Plutarchus in Marcello, mathematicas contemplationes ab animo & rebus in mentis intelligentiam tantùm cadentibus ad rerum sensilium & corporearum exempla traduxerũt, Geometriam exornantes varietate demonstrationis non solùm logicæ, sed etiã practicæ, usum omnino Geometriæ in vita permagnum esse docuerunt. ὀργανικὴ καὶ μηχανικὴ, hæc Geometriæ facultas dicta est machinalis & instrumentaria. Verùm indignatus Plato quòd nobilissimam philosophorum possessionẽ in vulgus indicarent ac publicarent, & velut arcana philosophiæ mysteria proderent, utrumque ab instituto deterruit. Quod factum Platonis equidem laudare non possum: nisi forté possum tam nobilis disciplinæ contemplationem quidem otiosam laudare, fructum verò & usum vituperare, finemque artis improbare. Enimverò Plato divine, quænam ista penè muliebris zelotypia abs te in philosophiam inducitur? Sic pontifices Romani, fastus quondam suos: sic theologi plerique nostri theologiam populo ignotam esse voluerunt. Romæ, ait Dion in Tiberio, porticus maxima in alteram partem inclinarat. Architectus quidam contra omnium opinionem machinis erexit & in pristinum statum restituit. Tiberius admiratus opus, opifici invidit, pecuniaque remuneratum urbe expulit: Cumque aliquanto post Romam Architectus reversus impetrandæ veniæ gratia, vitreum poculum, veluti manibus forte elapsum collisumque coram Tiberio redintegrasset, Tiberius interfici jussit. Flexibile vitrum ait fecerat: Tiberius necari jussit, ne ut Plinius 36. lib. cap. 26. author est, æris, argenti, auri metallis pretia detraherentur. Quid igitur, utrum Platoni morbus idem, qui imperatori? Vilesceret aurum, ait romanus, si vitrum flexibile malleoque tractabile fuerit: ita modò philosophus, Vilescet philosophia, si mathesis mechanicis opificum manibus exponatur. O' philosophum philosophiæ amore aliquanto intemperantius captum atque incensum! At quanto melius ac rectius judicasti, cùm philosophos à schola & otio ad Rempub. gerendam, à contemplatione artium ad ipsarum utilitatem exercendam cogendos esse dixisti? Fructum geometriæ mirabilem afferunt mechanica & organica, & sine his humana vita, ferarum non hominum vita esset, ut secundo libro percipietur.

cipietur. Mechanicam & organicam Archytas & Eudoxus adamarunt: objurgas utrumque tanquam facinus indignum faciant. Apagete, ais, desinite philosophiæ dignitatem contaminare, & quod philosophis proprium ornamentum est, cum imperitis opificibus cōmunicare. Atqui, inquam, mallem utrumque ad mechanicam & organicam exercendum & celebrandum, pro tua singulari & authoritate & eloquentia cohortatus esses: usum enim mathematicæ mul tó uberiorem teneremus: nec ereptus philosophis propterea suus honor esset, sed tantorum emolumentorum accessionibus esset amplificatus: Neque enim Geometria, ut verissimé Pappus in mechanica disseruit, mechanicis operibus contaminatur, sed ornatur & honoratur, perfectaque tum mathematica esset & absoluta, quando perfectum & absolutum usum, id est, finem propter quem est inventa, consecuta esset, & tum philosophi tanti boni authores & doctores justius observarentur & colerentur. Maxima igitur Platonis in mathematicis gloria fœdissimam ejusmodi maculam sibi aspersit. Verum perge, maximis virtutibus & maxima quoque vitia vicina sæpe sunt. querimonia ista gravis est: conquesti sumus exclusas é philosophiæ scholis & ejectas mathematicas artes: & Pythagoram Platonemque vindices appellavimus: modó conquerimur usum mathematicarum artium celari & occultari. Utrumque enim in philosophiæ schola volumus, & mathemata, & mathematum usum. Agedum mathematicos reliquos prosequere. Amyclas Heracleotes Platonis familiaris, & Menechmus Eudoxi discipulus, usúsque Platonis consuetudine & frater ipsius Dinostratus longé perfectiorem Geometriam reddiderunt: Amyclas tamen & Dinostratus nomina sunt, ut antea Mamertinus Anaxagoras, Oenopides, Neoclides Zenodotus. Quantum veró Menechmus valuerit in mathematicis, indicant sectiones conicæ ab eo repertæ, quibus duas medias invenit, cujusque inventio cæterorum inventionibus ab Eratosthene apud Eutocium est præposita. Geometriam etiam videtur scripsisse, unde Proclus assumpsit omnia propositionum genera problemata appellari. Hinc Theudius magnus vir in mathematicis, non solúm in reliqua philosophia præstans, elementa nempe conscripsit, & é peculiaribus veterum inventis, pleraque fecit universaliora, nec odiosum sibi, nec invidiosum putavit Pythagoræ, Hippocratis Leontisque στοιχείωσιν corrigere & emendare, sed gloriosum fore judicavit tam nobilis disciplinæ terminos longé lateque propagare. Hæc logica Thaletis laus prima anté fuit, alia καθολικώτερον, alia αἰσθητικώτερον explicantis: Deinde Pythagoræ quod mathemata ἀΰλως καὶ νοερῶς consideravit, tum Leodamantis, Archytæ, Theæteti, qui theoremata εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν adduxerunt. Deinde Eudoxi qui generalia theoremata amplificavit: Postremo Leontis, qui & multitudine & usu mathematicam ἐπιμελεστέραν fecit. Tertius hic igitur στοιχειώτης in mathematicorum patrum ordine, tertium laudis hujus locum obtinebit. Et eodem quidem logicæ laudis argumento quod mathesim καθολικωτέραν fecerit. Hinc etiam Helicon Cyzicinus Atheniensis iisdem temporibus, cúm cæterorum mathematum, tum Geometriæ studio floruisse dicitur. Sic antea plerique nomi-

nati, nullis præcipuis inventis ornati. Hic (ut Plutarchus in Dione author est) cùm minori Dionysio solis eclipsim prædixisset, in ingenti fuit admiratione, & argenti talento donatus est. Astronomicæ Ephemerides tum nullæ fuerant: Gloria ista Regiomontani postea prædicabitur. Hermotimus veró Colophonius á Theæteto & Eudoxo præculta & præparata fecit ampliora: imo veró tanquam de ingenii industriæque laude cum Hippocrate, Leonte, Theudio certaret, στοιχείωσιν novam instituit, elementa multa reperit, & quosdam locos præscripsit: Cur igitur στοιχειώτης Hermotimus quartus habitus est? quia per se multa nova invenit, veterumque inventa fecit ampliora. Ergo quó quisque mathesim fecit magis universalem atque generalem, id est præceptis breviorem usuque faciliorem, eo majorem laudis fructum tulit. Neque hic calumniæ vel obtrectationis nomen audiebatur, sed discipulis & successoribus semper honestum & laudabile fuit magistrorum & superiorum doctrinam, emendatione, additione, conformatione meliorem facere. Quamobrem in elementorum mathematicorum patribus, Hermotimus nobis quartus στοιχειώτης erit. Philippus Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque incitatus ad mathematicum studium, quæstiones ad Platonis expositionem instituit, omniaque sibi ad explicãdum proposuit, quæ Platonis philosophiæ conducere arbitraretur, quẽ laborem etiam Theon Smyrnæus postea suscepisse dicitur. Platonici Philippi Alexander Aphrodiseus in meteoris, & Vitellio meminit 65 p 10, quod compererit materiam iridis in profundo irradiari, & observarit opticum illud iridis admirabile, quod insequẽtes fugiat, fugientes insequatur. Atque omnes hi Platonici in Academia unà conversati, & communibus inter se quæstionibus exercitati, mathematicam philosophiam ad perfectionem deduxerunt, ait Proclus. Ita Procli judicio Platonis Academia mathematum inventrix, vel altrix, certé perfectrix efficitur: istaque periodus est tertia pauló plus ducentis annis comprehensa. In qua sit operæpretium contemplari singularem præstantium ingeniorum æmulationem, nulla quantumlibet excellentis magistri doctrina contentorum, quin melius, perfectius, fructuosius semper aliquid speraret & exquirerent. Pythagoras, ut hunc etiam tanquam στοιχειωτὴν numerem, in formulam liberalis disciplinæ mathematicas artes conclusit, easque juventuti cognoscendas & fruendas exhibuit. Laus egregia est Pythagoræ. Hippocrates istam laudem æmulatus, elementa demonstrationibus exornata, descripsit & publicavit, indeque gloriam permagnam est adeptus. Leo tertius in isto curriculo superioribus parta ingenii præmia, nõ illa quidem eripuit, multitudine tamen Elementorum majore usuque ampliore, majorem quoque & ampliorem palmam obtinuit. Nec tamen propterea quartus Theudius, quintus Hermotimus de contentionis suæ remuneratione desperarunt, si prius illi metam attigisse viderentur, quàm hi é carceribus essent emissi. Theudius veterum commentationes in altioris scientiæ gradum extulit, totaque elementa clarius & elegantius explicavit: Hermotimus accuratius exoluit, novisque inventis locupletavit. Ergo

—Sunt hic etiam sua præmia laudi.

Denique

Denique in istorum hominum mentes, invidiæ, calumniæ, malevolentiæ mendo nulla suspicio ve incidit: amor de liberalibus doctrinis bene merendi: ardor mathematicas artes absolvendi ac perficiēdi tantùm accendebat. Atqui periodus ista est, in qua putat Proclus mathematicam in numeris & figuris inventam & perfectam fuisse. Magna tamen & longa variarum accessionum ab Academicis illis successio numeratur, ut Proclus nobis interdum ὑπερβολαῖς loqui videatur. Xenocrates enim scripsit de numeris & numerorum contemplatione libros duos, de geometria duos, de geometricis rebus quinque, de astrologia sex: & magistri Platonis illud arctè tenuit οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Nam cùm quidam mathematum imperitus auditor ejus esse vellet: Abi (inquit) λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας, ansas enim philosophiæ non habes. Sed Aristoteles Xenocratis condiscipulus multa nominatim mathematica opera conscripserat, ut mathematicum, mechanicum, opticum, musicum. Ptolemæus opticam Aristotelis habuit, eamque copiosam fuisse testatur. Simplicius in Categoriis Geometricos ab Aristotele libros & mechanicos appellat: itemque plurima de Pythagoræ & Archytæ philosophia περὶ στοιχείων, in quibus par est credere στοιχείωσιν aliquam mathematicam fuisse: & geometricos illos Simplicii libros στοιχεῖα ista complexos esse. Mechanica adhuc extant superiore anno á nobis publicé exposita: attribuitur item de lineis individuis liber, sed falsó, cùm satis é lectione appareat esse interpretis cujusdam, nec admodum eruditi. Scripserat tamen librum aliquem in hoc argumento, ut antea patuit adversus Anaxagoram. Neque minus ἀγεωμέτρητος auditor Aristoteli quàm Platoni vel Xenocrati displicuit: testis est auscultatio matutina, ad quam nemo admittebatur nisi cujus elementa prius explorata essent. Ergo Aristotelis judicio στοιχείωσις reliquam philosophiam physicam & politicā antecedat necesse est: Secus in philosophiæ scholam nemo admittatur. Tam sanctum fuit Platonicis omnibus principia philosophiæ in mathematicis elementis constituere. Aristotelis veró liberum illud vereque philosophicum ingenium hîc imprimis veneror animo, ac mente suspicio. Plato dehortatus est Archytam & Eudoxum, ne mechanicam in vulgus ederent: Aristoteli autem dehortatio illa, cohortatio fuit: Nec Platonis authoritas apud philosophum pluris fuit, quàm publica rerum utilitas. Itaque mechanicam docuit, literisque proditam publicavit, eaque laude Platonem, Archytam, Eudoxum magnificé superavit. Sed Aristoteleum mathematici amoris ardorem astrologica præcipué demonstrant. Astrologia apud Græcos exilior adhuc erat: hypotheses quas Eudoxus primus invenerat, cum Callippo Aristoteles correxit, ut in libris de cælo Græci interpretes prodiderunt. Et certé Aristoteles in quæstione de numero sphærarum cælestium duodecimo philosophiæ libro hæsitans, & ad Astrologos tanquam judices idoneos recurrens, non alias hypotheses quàm Eudoxi & Callippi & suas de concentricis orbibus numeravit: neque tamen sibi satisfecit, ut & illic, & in problematis de altitudinis differentia significatum est. Itaque ad primum illum mathematicæ philosophiæ fontem, recursum est. Alexander Asiam tum fulminabat, & Callisthenes

C 3 pro Ari-



pro Aristotele datus Alexandro, monitus est, ut si Babylon caperetur, Astrologia Babyloniorum à Chaldæis exquireretur, atque in Græciam mitteretur. Hæc enim opima orientis spolia à philosopho expetita sunt, & certè Babyloniæ illæ de quibus jam dixi observationes annorum 1903. ad Aristotelem à Callisthene missæ memorantur. Quare summa, & vix credibilia Aristotelis studia in mathematicas artes agnoscimus. Verumenimverò necesse est in isto philosopho & mathematico, querimoniam de mathematicis à philosophico studio seclusis renovare. Aristoteles omnium philosophorum qui sunt, qui fuerunt, liberrimus in philosophia, & veritatis amantissimus fuit. Veteres logicos, mathematicos, physicos, ethicos acerrimè exercuit: neque omnino philosophum judicavit, nisi scientiæ, veritatis, sapientiæ non custodem dunraxat integrum & fidelem, sed adversus omnes propugnatorem ac vindicem. Pythagoras neminem philosophum futurum putavit, nisi qui mathemata primum percepisset. Plato ἀγεωμετρήτους ab Academia repulit. Quid Aristoteles? quali judicio in philosophiæ institutione fuit? An ἀγεωμέτρητον philosophiæ discipulum probavit? An in Lycei spatia & ambulationes admisit? Etenim si manibus Aristotelis placet, Aristotelei philosophi inventi sunt, qui mathemata non modò ad Aristoteleam philosophiam minimè necessaria confirmarent, sed prorsus inutilia esse prædicarent. Verum est. Scientia, ajunt, non habet inimicum præter ignorantem, neque porcis margaritæ luto pretiosiores solent esse. Verùm quid si reviviscat Aristoteles, quid stolidam feritatem, non'ne de Lyceo flagris exterminandam præcipiet? Didicit in Academia Platonis mathematicas artes, & ab iis reliquas philosophiæ partes deductas deinde cognovit: Docuit similiter & scripsit mathematicas artes, & ab iis consequentes philosophiæ partes derivavit. Ecquo mœrore futurum arbitramur, si scholæ suæ dignitatem atque honorem tam indignè tamque misere contaminari videat? Sed ista labes Academiæ vindicanda nobis alio loco vehementius est. Si spectetur quæ fuerit mathematum progressio, στοιχειωταὶ deinceps ut ætatibus, ita laudibus στοιχειώσεως crevere. Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: sin usus στοιχειώσεως & utilitas cõsideretur, Archytas, Eudoxus, Aristoteles principatum sibi vindicabunt: authoritate verò & nominis amplitudine Thales, Pythagoras, Plato supra omnes erunt. Sed mathematicam Aristotelis scholam persequamur. Aristotelis discipuli præcipuè duo hic effloruerunt, Theophrastus & Eudemus. Theophrastus libros reliquit de numeris duos, de historia geometrica quatuor, de lineis individuis unum. Sed & Eudemus historiam illam geometricam conscripserat, ut Laërtius ait, & citant Aristotelis interpretes, & in Archimedem Eutocius: sed imprimis Proclus ipse in commentariis: scripserat etiam librum de angulis, qui citatur secundo Procli commentario. De hac tamen peripatetica schola, verbum in historia nullum Proclus fecit: eos saltē nominasset, unde historiam mutuatus erat, vel potius unde detruncarat. Satis enim constat è plerisque locis per Aristotelis interpretes citatis, historiam mathematicam plenè & integrè ab Eudemo descriptam fuisse, cujus vix levia indicia à Proclo attingũtur. Quapropter

propter Aristoteles, & Aristotelis discipuli nullam philosophiam, nisi mathematicis fundamentis fundatam coluerunt. Aristæus ante Euclidem, ut Pappus ait 5. libros de solidis scripserat, unde etiam Euclides assumpserat. Decimo autem quarto & decimo quinto comparatio quinque ordinatorum ex Aristæo etiam nominatim repetitur, ut ab Isidoro quædam de laterum inclinatione, qui magnus magister & præstantissimus vir ab Hipsicle nominatur. Aristarchus ab Archimede citatus, græce apud nos est de magnitudinibus & intervallis solis & lunæ: tametsi istorum tempora nobis minus perspecta sunt. Meminerimus igitur mathematicam adhuc è Procli sententia perfectam in Academia fuisse: cùm tamē plurima deinceps à posteris inventa sint: στοιχειωταὶ quatuor adhuc expositi sunt Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: Quintus Euclides deinde à Proclo Platonicis commemoratis pauló junior efficitur, & dicitur sub Ptolemæo primó floruisse, eique etiam notus fuisse in Aegypto. Valerius tamen ait libri octavi capite decimo tertio conductores sacræ aræ modum & formam ejus cùm Platone conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire jussos, scientiæ ejus cedente, imo professioni. Sed Proclus Geometriæ magister a Theophrasto atque Eudemo præsertim hac de re veritatem edoctus, sed Eratosthenes de quo mox in hac historia mihi verisimilior est, quàm Valerius: nec duplicati cubi quicquam ad Euclidem, sed ad Platonem principem totum referri comperio. Nec Euclides in Elementis quicquam nominatim de duplicando cubo proposuit: alioqui tamen si hæc vera essent, non taciturus. Itaque Euclidem Platone & Platonicis juniorem á Proclo accipio. Utrum veró tantus author Euclides fuerit, quantum facere Proclus videtur, considerandum postea tertio libro fuerit: nunc historiam tantúm propono. Quid igitur Euclides? quid in mathematicis invenit? Elementa, inquit Proclus, collegit, in iisque pleraque Eudoxi composuit, pleraque Theæteti perfecit, aliaque à veteribus negligentius demonstrata, demonstrationibus iis affirmavit, quæ neque refelli, neque redargui possint. Magna laus Euclidis, si vera ista sunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, sed maxime omnium, indigesta componere. Hæc (inquam) magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, sed expositio operis & exornatio. Ergo Euclides στοιχειωτὴς hactenus efficitur á Proclo, ut sit elementorum non inventor, sed demonstrator, sed compositor: Quo jure superiores στοιχειωταὶ omnes palmam sunt adepti & imposterum adipiscentur, si qui talem logici judicii prudentiam ad mathematicas instituendas attulerint. Quid tum? quæ præterea sunt hujus ingenii monimenta? Nominantur musica, optica, catoptrica, liber de divisionibus, ubi docuerat figuras quæ secarentur in figuras similes vel dissimiles, ut Proclus ait ad 14 d i ψευδάρια, id est mendacia, quales Aristotelis sunt elenchi. Atque hic τῶν ψευδαρίων liber optabilis quidem fuerit: ut enim mathesis veritates longê certissimas, ita ψευδογραφίας habet multó fallacissimas: Adduntur etiam á nonnullis φαινόμενα & δεδομένα, apparentia & data. Pappus lib. 7.

lib.7. Euclidi librum unum datorum tribuit: item 2. locorum ad superficiem, & 3. πορισμάτων, id est corollariorum: Attribuitur etiam fragmentum de levitate & gravitate, quod tamen græcè videre nondum cōtigit. Hæc opera sunt & monumenta Euclidis. Præcipué veró quispiam Euclidis Elementa admiretur, in quibus superiorum illorum Hippocratis, Leontis, Theudii, Hermotimi elementa omni genere laudis longissimé superavit, ait Proclus. Proindeque trans maria in Aegyptum usq;, apud Ptolemæum regem celebris habitus est: στοιχειώσεως tamen Euclideæ rationem & viam videtur rex ille non probasse, neque Euclides ipse satis liberaliter regi fecisse. Rex enim Euclidem aliquando interrogasse fertur, num qua ad Geometriam via magis compendiaria esset, quam στοιχειώσεως ab eo compositæ: cui Euclides, Semita, (inquit) ô rex, ad geometriam regia nulla est: Quo responso videtur significasse viam elementorum à se compositorum esse latam, apertam, simplicem, directam & tanquam militarem, ideoque regiam esse: Semitam autem breviorem esse lubricam & ancipitem, neque ideo regiam. Sed istud problema tertio libro plenius edisseretur, Regisne hac in re judicium, an Euclidis λογικώτερον fuerit. Pergamus igitur. Qui deinde mathematici commemorantur: Euclidem sequuti sunt centum fere póst annis duo mathematici insignes, ætatibus inter se æquales, Eratosthenes & Archimedes: ille ob excellentiam doctrinæ minor Plato vocatus est, eoque nomine regię bibliothecæ in Aegypto præfectus. E' scriptis ejus variis, poéticis, historicis, mathematicis, philosophicis nil extat, quod audierim, præter cribrum arithmeticum in Nicomacho, præterque harmonica quædam in Ptolemæo, & epistolam & epigramma cū mesolabio duplicandi cubi, quæ Eutocius recitat in secundo Archimedis de sphæra: Eas tāti ingenii reliquias subjiciā in epistola & epigrammate.

REGI PTOLEMAEO ERATO-*sthenes S.*

E Veteribus tragicis, ut ajunt, quidā Minoa induxit Glauco sepulchrum extruentem, auditoque quod undique centum pedum esset, cum parvum improbaret regalis sepulchri monimentum, dixisse, Duplum esto: cúm autem cubi ignarus Architectus esset, duplicans crassitudine unumquodque latus sepulchri, videbatur erravisse: Lateribus enim duplicatis planum quidem quadruplum efficitur, solidum veró octuplum. Quærebatur itaque etiam à Geometris, quomodo datum solidum manens in eadem figura quispiam duplicaret: ac vocabatur tale problema cubi duplicatio. Supponentes enim cubum, quærebāt ipsum duplicare. Cúm mortales omnes diu multumque hæsitassent, primus Hippocrates Chius intellexit: quod si inventum esset, quomodo inter duas rectas lineas, quarum major minoris esset dupla, duæ mediæ proportionales sumerentur in continua proportione, duplicaretur cubus. itaque difficultas in aliam difficultatem nō minorem conversa est. Aliquanto veró póst ajunt Delios grassante morbo, secūdum oraculum duplicare quandam aram jussos, incidisse

incidisse in eandem anxietatem, tumque implorando Platonicos in Academia Geometras oravisse, ut quæstionem dissolverent. Cum igitur accuratè seipsos cohortati investigarēt, duabus datis duas medias assumere, Archytas Tarentinus dicitur per semicylindros invenisse: Eudoxus autē per lineas, quæ curvæ dicuntur. Atque his omnibus accidit, ut apodicticè quidem describerent, at manu atque opere exequi & in usum deducere non possent, præterquam paulu‑lum quiddam Menechmus, idque ægrè ac difficulter. Verùm à nobis inventa quædam facilis organica, qua reperiemus duabus datis, non solùm duas medias, sed quot quis jusserit. Hoc autem invento poterimus omnino datum solidum parallelogrammis comprehensum in cubum constituere, aut ex alio in aliud figurare, & simile facere, & augere observando similitudinem: itaque & aras & templa. Poterimus autem & humidorum mensuras & siccorum, verbi gratia medimnorum metretam in cubum constituere, ac per ejus latus vasa dimetiri ipsorum capacia, quantū capiant. Quinetiam nobilis ista cognitio fuerit cupientibus augere catapultica, & organa lapides jaculantia. Necesse enim est omnino proportionaliter augeri & crassitudines & magnitudines, & perforationes & funium vias, iisque trajectos nervos, si cura consiliūmque sit proportionalis augmenti. Hæc autem fieri absque mediarum inventione non possunt. Hactenus est Eratosthenis epistola, demonstratio est in Eutochio de qua suo loco: Epigramma Græcum apponam reddamque ad verbum. ita redi

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον, ὦ γαθὲ, τεύχειν
    Φράζεαι· τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι· τὸ δέ τοι παρὰ κἂν σύγε μάνδρην
    Η σῖρον, ἢ κοίλου φρέατος εὐρὺ κύτος
Τῇδ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
    Συνδρομάδας, δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων,
Μὴ δὲ σύγ' ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
    Μὴ δὲ μεναιχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
Δίξηαι, μὴ δ' εἴ τι θεουδέος εὐδόξοιο,
    Κάμπυλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δὲ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μύρια τεύχοις
    Ῥεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος
Εὐαίων πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ συνηβῶν
    Πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω, τὸ δ' ἐς ὕστερον, οὐράνιε ζεῦ,
    Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις ἀνθεμα λεύσσων,
    Τοῦ κυρηναίου τοῦτ' ἐρατοσθένεος.

Si cubum ex parvo duplum, ô bone, construere
Cogitas: solidam omnem in aliud naturam
Bene transformare: præterea etiam si tu speluncam
Aut sirum, aut cavi putei latam capacitatem

D *Sic men‑*

Sic mensus fueris, medios quando finibus extremis
Concursus duplicium intus sumpseris regularum,
Neque tu Archytæ difficilia opera cylindrorum,
Neque Menechmeos coni secare ternarios
Quæsieris, neque si qua deo similis Eudoxi
Curva in lineis species adscribitur.
Sed his in tabulis mesographa innumera construxeris
Facilè ex modico fundo incipiens,
Aevi beati Ptolemæe, pater, quod puero convivens
Omnia & musis & regibus chara
Ipse dedisti, ille veró imposterum, cælestis Juppiter,
Etiam sceptra ex tua consequetur manu.
Atque hæc quidem velut perfecta sint, dixerit quis votivam tabulam videns,
Cyrenæi hoc est Eratosthenis.

Quapropter ista deduplicando cubo Eratosthenis geometria fuit aggreganda ad Thaletis, Leontis, Archytæ, Eudoxi, Aristotelis mathematicam non solum veritatem, sed vtilitatem: cúm duplicati cubi usum iam studiosè interpretetur in geodæsia humidorum, siccorum, catapulticorum, puteorum, sirorum, antrorum: Itaque tali duplicandi cubi inventione, Eratosthenes sic affectus est, ut Thales antea & Pythagoras affecti sunt. Sed voluptatis affectionem elegantiore & illustriore sacrificio declaravit: Illi nempe immolatis bobus lætitiam suam uno die consecrarunt: hic, mentis sacrificium mente ipsa sempiternum fecit, tabulamque præclari inventi interpretem & nuntiam in templo deorum, ἀνάθημα scilicet ingenii sui perpetuum consecravit. Mathematicus igitur is Eratosthenes fuit, qui de duplicando cubo, id est de extrema summaq; Geometriæ laude cum principibus certaret. Ad Archimedem venio, cujus vitam descripserat Heraclides, ait Eutocius, qui liber si extaret, jucundum nobis esset præstantis artificis imaginem á bono pictore expressam intueri: Colligemus tamen studiosè quidquid de tanti viri laudibus nobis é lectione præteritorum temporum in memoriam redierit. Voluit deus in omnibus artibus aliquam velut ideam singularem esse, quam omnes ejus disciplinæ studiosi ad imitandum sibi proponerent: ut in eloquẽtia, Demosthenem & Ciceronem: in medicina Hippocratem & Galenum: sic in mathematicis Archimedem. Fuit enim Archimedes ingenio ad mathematicam imprimis admirabili: studio autem partubus infinitis admirabiliore fuit: atque ita dulcedine sirenes cujusdam geometricæ correptus, ut cibi & potionis cultusque reliqui immemor tota cogitatione atque mente mathematicis incumberet. Quin si quando á servis & ministris ad balnea duceretur, figuras in cinere describebat, lineasque in corpore peruncto digitis ducebat. Archimedes veró inventione judicioque rerum singularum summus fuit: methodo tamen, & tota docendi via perobscurus, quanvis Plutarchus valdé facilem judicet, libris tamen ipsis obscuritas arguitur: Magnus in omnibus mathematicis disciplinis fuit. Pappus octavo libro

τευνα

τῆς συναγωγῆς author est Arithmeticam & Geometriam studiose ab Archimede conscriptas esse. Arithmeticam ejus ad Zeuxippum citat libellus de numero arenæ: sed multó maximé declarant pleræque propositiones, ut in secundo de sphæra proportionibus numerorum demonstratæ. Maxima enim propositionum illarum subtilitas non nisi numeris explicatur. Quin pro Cluentio orator cùm dicit 64. millia sexdecim judicibus esse divisa, hoc Archimedes, (ait) non potuit melius describere. Hic tanquam proverbio Arithmetica Archimedis jactatur. Verùm Archimedes non Arithmeticæ, sed Geometriæ gloria præcipué commendatur, ad quam totam communiter attinet liber περὶ ἰσοπεριμέτρων, quem tamen nondum videre nobis licuit: ad Geometriam de planis spectant dimensio circuli, tractatio volutarum: ad Stereometriam veró de solidis referuntur libri de sphæra & cylindro, de sphæroidibus & conoidibus, quadratura parabolæ: Citantur etiam 3 p de quadratura parabolæ & 3 p de conoidibus & sphæroidibus elementa conica, quæ ipsius fuisse videantur: hæc geometrica sunt: Sed labor in geometricis rebus Archimedi gratissimus fuisse dicitur, de ratione sphæræ & cylindri: Ideoque amicos oravit, ut sepulchro suo imponerent cylindrum sphæra comprehensum, præscripta ratione comprehendentis ad comprehensum, tanquam id geometricarum vigiliarum & inventionum palmarium esset: quæ ratio demonstratur ad 33 p 1. de sphæra & cylindro. Atqui laboriosi inventi videlicet ea conscientia fuit, quæ fuerat anté in Thalete, Pythagora, Eratosthene, unde sacra & anathemata. Sepulchrum autem ipsum jampridem nullum esset, nisi quinta in Tusculana immortalitati esset á Cicerone consecratum. Commemorat enim Tullius illud Archimedis sepulchrum, cùm de Dionysio Syracusanorum tyranno loquitur. Ex eadem urbe, ait, humilem homunculum á pulvere & radio excitabo, qui multis annis póst fuit, Archimedem, cujus ego quæstor ignoratum à Syracusanis, cum esse omnino negarent, septum undique & vestitum vepribus & dumetis indagavi sepulchrum. Tenebam enim quosdam senariolos, quos in ejus monumento esse inscriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphæram esse positam cum cylindro. Ego autem cùm omnia collustrarem oculis (est enim ad portas Agrajanas magna frequentia sepulchrorum) animadverti columellam non multum é dumis eminentem, in qua inerat sphæræ figura & cylindri. Atq; ego statim Syracusanis (erant autem principes mecum) dixi me illud ipsum arbitrari esse, quod quærerem. Immissi cum falcibus multi purgarũt & aperuerunt locum. Quó cùm patefactus esset aditus, ad adversam basim accessimus. Apparebat epigramma excisis posterioribus partibus versiculorum dimidiatis feré. Ita nobilissima Græciæ civitas, quondam veró etiam doctissima, sui civis unius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset. Hæc Tullius de Archimedis sepulchro, deque sphæra & cylindro, rationeque utriusque senariolis comprehensa. Verumenimveró geometrica laus Archimedis usu & utilitate rerum multo illustrior fuit quàm scientia. Vetus illa jam inde à Platone mathematicis perversa & præpostera opinio fuit, mathematicæ usum

non esse vulgo communicandum, sed ad philosophiæ authoritatem, tanquam Palladium aliquod in arce philosophica recondendum & custodiendum. Sic Archytas & Eudoxus à Platone deterriti, mechanicam & organicam colere desierunt. Sic Euclides fortasse Ptolemæo succinctiorem & faciliorem viam requirenti, morosior fuit, dum negavit regiam ad geometricum studium semitam esse. Verùm Archimedes, tametsi Platonis errore imbutus, contemplationem Geometriæ, si Plutarcho creditur, longissimé anteponeret usui, attamen roganti Hieroni Siciliæ regi, multó gratior & humanior fuit, quám Euclides Aegyptio regi anté fuerat. Nam cum Archimedes coram Hierone de præstantia Geometriæ dissereret, fiduciaque artis jactaret paradoxum illud, de quo Plutarchus in Marcello, & Synesius in epistolis, & Pappus in mechanicis & Tzetzes, Datis viribus datum pondus tollere: ac si mundus alteram terram haberet, ut Democriti decreto ferebatur, hanc illuc posset adducere: vel ut apud Pappum est, Δός μοι (φησὶ) πῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Da mihi (inquit) ubi consistam, & movebo terram: cum inquam, id iactaret Archimedes, rex geometram admiratus, rogavit, ut tantæ confidentiæ periculum faceret. Quapropter Archimedes emptam é navibus regiis unam & in siccum littus eductam graviusque oneratam, solus machinis suis ad se perinde pertraxit, ac si in mari velis remisque moveretur: contra postea simili Geometriæ facultate Alexandrinam ejusdem regis navim é littore in mare deduxit, quod omnes Siciliæ vires non potuerant, ut apud Athenæum est lib. 5. cap. 7, & apud Proclum lib. 2. cap. 3. Et apud Tzetzem Archimedes trispasto manu læva & sola, quinquies millenum modiorum pondus attraxit: Quibus ingenii miraculis rex permotus dixit, Archimedi quidlibet affirmanti credendum esse, tanquam tali artifici nihil posset esse difficile. Itaque & Archimedem oravit, ut tantisper à studii geometrici meditatione ad exempla rebus humanis necessaria animum abduceret: atque inde machinæ illæ extiterunt, quibus Syracusæ postea adversus Marcellum ab ipso machinatore ita defensæ sunt, ut in illa oppugnatione Briareus & centimanus appellaretur à Romanis, tanquam poëticis fabulis celebratos gigantes, vel Jouem potius ipsum viribus æquaret. Ut enim Juppiter fulgure tonitruque terret orbem terrarum: sic Geometra unus suis tormentis & machinis tantum exercitum perculit. Oppugnatio urbis propugnatioque à Græcis Polybio & Plutarcho, sed parcius à Livio memoratur his verbis, Inde terra marique simul cœptæ oppugnari Syracusæ, terra ab Hexapulo, mari ab Actadina, cujus murus fluctu alluitur, & quia, sicut Leontinos terrore, ac primo impetu ceperant, non diffidebant vastam disjectamque spatio urbem parte aliqua se invasuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuisset tanto impetu cœpta res fortunam, nisi unus homo Syracusis ea tempestate fuisset. Archimedes is erat, unicus spectator cæli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum operumque, é quibus ea quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles pleraque alta & difficilia aditu summissa quædam ut quæ

planis

planis vallibus adiri possint, ut cuique aptum visum est loco, ita omni genere tormentorum instruxit. Acradinæ murum, qui ut antè dictum est, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat: ex cæteris navibus sagittarii funditoresque & velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis est, vix quenquam sine vulnere consistere in muro patiebantur: hi quia spatio missilibus opus est, procul muro tenebant naves. junctæ, aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cùm exteriore ordine remorum, velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adversus hunc navalem apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit, in eas quæ procul erant naves, saxa ingenti pondere emittebat, propiores levioribus, eoque magis crebris petebat telis: postremo ut sui vulnere intacti tela in hostem ingererent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cavis aperuit, perque cava pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem. Quæ propius quidem sub bant naves, quo interiores ictibus tormentorum essent, in eas tollendas desuper murum eminentem ferrea manus firmæ cathenæ illigata, cum injecta proræ esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum, suspensa prora navim ad puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum ita undæ affligebat, ut etiam si recta recideret, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio est elusa, omnisque vis est aversa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat Hieronis impensis, curaq; per multos annos Archimedis unica arte: natura etiam adjuvabat loci. quod saxum, cui impositа muri fundamenta sunt, magna ex parte ita proclive est, ut non solùm missa tormento, sed etiam quæ pondere suo provoluta essent, graviter in hostem inciderent. Eadem caussa ad subeundum arduum aditum instabilémque ingressum præbebat. Ita consilio habito cùm omnis conatus ludibrio esset, absistere oppugnatione atque obsidendo tantùm arcere terra marique commeatibus hostem placuit. Hæc Livius. Quæ eadem Tzetzes & Plinius, & post Plinium Quintilianus lib. 1. cap. 10, ubi de Geometria: Transeamus, ait, quod Archimedes unus obsidionem Syracusarum in longius traxit. Veruntamen quamvis tantùm tanque singularem Geometriæ usum Archimedes singularibus exemplis & admirandis operibus ostenderit, propter quæ non humanæ, sed divinæ scientiæ laudem sit adeptus, hæsit tamen, si Plutarcho credimus, in illa Platonis persuasione, nec ullam mechanicam literam prodere voluit. Et Carpus Antiochenus apud Pappum libro octavo ait ab Archimede in mechanicis nil nisi librum de compositione sphæræ editum esse: cætera mechanica scripta velut indigna contempsisse. Atqui utinam Archimedi potius in mentem venisset, artium finem esse usum, non contemplationem, maximeque hominum ac certissimæ utilitati cõsulere maluisset, quam nescio cujus opinionis errori obsequi, habuisset enim posteritas præstantis ingenii non theoremata solum eruditionis altæ protfusque reconditæ, sed ipsorum theo-

rum theorematum longè gratiorem humanæ vitæ & optabiliorem fructum. Denique Archimedem tantis miraculis attonita non suspiceret solùm, sed imitando proficiendoque amaret & coleret. Hæc cæca Platonis ambitio, Geometriæ non solùm usum, sed scientiam ipsam penè perdidit. Nam quo tempore Geometriæ usus tenebatur, studium quoque Geometriæ cognitioque viguit. At postquam in scholis usus Geometriæ nullus tractatus est, Geometria despici paulatim & contemni cœpit, nec sesquimillesimo ab hinc anno litera ulla ad Geometriam addita est: imò de tot mathematicis authoribus antè commemoratis, quota pars tandem nobis est reliqua? Sed tamen Plutarchus de archimedeo mechanicæ contemptu considerandus videatur. Vitruvius enim inter machinationum scriptores Archimedem numerat, & nominatim 7. cap. 8. lib. citat Archimedem de librationibus aquæ, cujus schema sphæroides Archimedi videatur. Nominatur & à Pappo liber περὶ ὀχουμένων de his quæ vehuntur aqua, qui liber hodieque corruptus latinè circumfertur, hoc anno Commandini diligentia castigatior prodiit. Nominantur & à Pappo Archimedis σύζυγα conjugata: qui mechanici operis titulus fuit, quo nomine & Tryphon apud Athenæum libro quarto commentaria de instrumentis nominavit. Sed ab Archimede mechanica ipsius bis appellantur 6 & 10 p de quadratura paraboles: quibus tamen in locis isorropica videntur appellari, ubi mechanica multiplex instituitur. Et Tzetzes memorat inter Archimedis scripta mechanicam de Barulco, pneumatico & hydrauscopico & plerosque Archimedis libellos sibi lectos ait esse, unde Heron, Anthemius & omnis mechanographus hydrica & pneumatica, barulca thalassometra scripserunt: Itaque deridet eos qui affirmant ab Archimede mechanicum nil, præter unicum libellũ scriptum esse. Plutarchum videlicet & Carpum ita redarguit. Veruntamen Archimedes geometra talis ac tantus fuit. Citantur à Theone primo lib. magnæ constructionis catoptrica Archimedis, in quibus mirabile & illud est memoratum à Galeno de temperamentis lib.3.cap.3, & repetitum ab Anthemio, cujus hodieque fragmentum habemus, & à Tzetze eodem loco ex Anthemio propositum: librum hac de re nominatim citat Archimedis κατόπτρων τὰς ἐξάψεις speculorum incensiones, ut Archimedes speculo triremes hostium deusserit, & Maurolycus affirmat extare Archimedis libellos de speculis comburentibus, in quibus docet speculo, ut fit ad comburendum efficacissimum, formam dandam esse à parabola. Simile quiddam est à nescio quo autore, Gogava interprete conversum. Astrologiæ verò & reliquarum rerum, quæ vulgo mathematis adnumerantur, quantam scientiam Archimedes habuerit, pleraque testimonia sunt, ut disputatio de numero arenæ è legibus Astrologiæ petita, ut liber ille à Carpo citatus de fabrica sphæræ, ut scioterica, perque umbras corporum dimensiones indicantia, sphæræ angulique ad solis magnitudinem visu deprehendendam, quæ ad Marcellum in arcula deferebat, quo tempore interemptus est: & ita à Livio Archimedes appellatur, unicus spectator cæli siderumque. Majus etiam hac de re Ciceronis testimonium est prima Tusculana. Nam cum Archimedes ait, Lunæ, Solis, quin-

lis, quinque errantium motus in sphæram alligavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Platonis mundum ædificavit deus, ut tarditate & celeritate dissimillimos motus una regeret conversio: Hanc sphæram Claudianus vitream fecit, & his versibus cecinit,

Juppiter in parvo cùm cerneret æthera vitro
Risit, & ad superos talia dicta dedit:
Siccine mortalis progressa potentia curæ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumque fidem, legemque virorum
Ecce Syracusius transtulit arte senex.
Inclusus variis famulatur spiritus astris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium, mentitur signifer annum,
Et simulata novo Cynthia mense redit.
Jamque suum volvens audax industria mundum
Gaudet, & humana sydera mente regit.
Quid falso insontem tonitru Salmonea miror?
Aemula naturæ parva reperta manus.

Tales autem sphæras Lutetiæ duas vidimus, non vitreas tamen, sed ferreas: alteram apud Ruellium medicum, è bellicis Siciliæ rapinis huc allatam: alteram apud Orontium mathematicum professorem regium germanico bello similiter direptam: Sed quibus multo jam nobiliores in Germania prædicantur, de quibus postea. Astrologus igitur magnus Archimedes fuit, nõ arithmeticus aut geometra tantum. Latius etiam in physicæ partes æqueponderantia Archimedis penetrant, unde permisti cum auro argenti furtum deprehensum, ut est apud Proclum lib.2.cap.3. Sed Vitruvius libri 9.cap.5. rem subtilius commemorat his verbis. Archimedis verò cùm multa inventa & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia id, quod exponam, videtur esse expressum nimium. Hiero enim Syracusis auctus regia potestate, rebus bene gestis, cùm auream coronam votivam, diis immortalibus in quodam fano constituisset ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad sacoma appendit redemptori. Is ad tempus, opus manufactũ subtiliter, regi approbavit, & ad sacoma pondus coronę visus est pręstitisse. Posteaquã judicium est factum, dempto auro, tantundẽ argenti in id coronarium opus admixtum esse: indignatus Hiero se contemptum, neq; inveniens qua ratione id furtũ deprehenderet, rogavit Archimedẽ, uti in se sumeret sibi de eo cogitationẽ. Tunc is cùm haberet ejus rei curã, casu venit in balneũ, ibiq; cùm in soliũ descẽderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tãtùm aquæ extra soliũ effluere. Itaq; cùm ejus rationẽ explicationis offendisset, nõ est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, & nudus vadẽs domũ versus, significabat clara voce invenisse quod quęreret. Nã currens identidẽ græcè clamabat, εὕρηκα, εὕρηκα. Tum verò ex eo inventionis ingressu, duas dicitur fecisse massas æquo põdere, quo etiam fuerat corona, unam ex

nam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam. Cujus quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquæ effluxit. Ita exempta massa, quanto minus factum fuerat, refudit, sextario mensus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit quãtum ad certum pondus argenti certa aquæ mensura responderet. Cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vase demisit, & ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quàm argenti. Postea veró repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquæ defluxisse in argenteam, quam in auream eodem pondere massam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in massa ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mistionem, & manifestum furtum redemptoris. Hæc Vitruvius. Proclus tamen Geloni regi attribuit lib. 2. cap. 3. quod alii cum Vitruvio tribuunt Hieroni. Atqui ista de coronis archimedea lætitia, Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis lætitiam retulit, quam etiam Plutarchus apertius ostendit, dum Archimedem ait, tum veluti divinitus afflatum exclamasse illud εὕρηκα. Ergo mathesεos afflatum illum novo genere Archimedes declaravit. Thales inventa adscriptione trianguli & circuli mathematicis musicis bovem immolavit. Pythagoras inventa ratione laterum trianguli rectanguli hecatomben immolavit. Eratosthenes inventa cubi duplicatione votivam tabulam cum epistola, demõstratione, epigrammate suspendit. Quid hic Archimedes inventa permisti auri atque argenti ratione, quid vovit? quid consecravit? animam certé corpusque, idest Archimedem totum. neque tum credo, Archimedes syracusano populo insanire aut furere potius visus est, quam divinam mathẽsim aliquam tam insolenti specie portendere. Graves sunt nempe mathematicorum studiorum labores & magni, ideoque cum voluptatibus magnis compensari solent. Ex his igitur tam multis argumentis manifestum est variæ ac multiplicis scientiæ thesauros in uno Archimedis ingenio fuisse, propter quos etiam apud hostem Marcellum gloriam summam consecutus est. Edixerat enim Marcellus, cùm civitas caperetur, ut Archimedes servaretur, & interemptum militari imprudentia, graviter tulit. Sic enim Livius: Archimedem memoriæ proditum est in tanto tumultu, quantũ capta urbs in discursu diripientium militum ciere poterat, intentum formis, quas in pulvere descripserat, ab ignaro milite quis esset, interfectum, ægre id Marcellum tulisse, sepulturæque curam habitam, propinquis etiam inquisitis, honori præsidioque nomen ac memoriam ejus fuisse. Sic idem fere Plinius lib. 7. cap. 37. Grande & Archimedi Geometriæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli contigit interdicto, cum Syracusæ caperentur, ne violaretur unus, nisi fefellisset imperium militaris imprudentia. Ergo mortuo Archimedi mathematica etiam gloriosa apud hostem fuit: & quidem sic mihi persuadeo Marcello gloriosius futurum fuisse, Archimedem vivum, quàm totam Archimedis patriam Romano imperio adjunxisse. Archimedis enim machinis nulla Marcello civitas inexpugnabilis,

gnabilis, nullus hostis insuperabilis fuisset: Annibal deníque aut fugisset, aut Archimedis manibus Marcello victus esset. Verùm ab Archimede divelli non possum, cujus facta singula hæc studiosius à nobis collecta sunt, ut tantum tam que excellentem mathematicum, quantum in me esset, non solùm ab oblivione hominum vindicarem, sed modis omnibus studiisque cognoscendum & amplectendum persuaderem. Credat enim mathematicæ disciplinæ studiosus se plurimum profecisse, cui Archimedes plurimùm placuerit. Hactenus historia Procli progressa est, & in uno Archimede conclusa. Quamobrem in græca periodo mathematicæ inventores & tanquam parentes adhuc enumerati sunt: è quibus quinque στοιχειωταὶ nominantur, Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides: Sed virtutis honore quodam nobilissimi sunt Thales, Pythagoras, Hippocrates, Plato, Archytas, Eudoxus, Aristoteles. At enim Archimedes unus

—Tantum supra caput extulit omnes,
Quantum lenta solent inter viburna cupressi.

Multi præterea mathematici nobiles fuêre, ut Hipparchus Plinio nunquam satis laudatus, ut quo nemo magis approbaverit cognationem cum homine siderum: animasque nostras partem esse cæli, novam stellam & aliam in ævo suo genitam deprehendit: ejusque motu, qua die fulsit, ad dubitationem est adductus, anne hoc sæpius fieret, moverenturque & eæ, quas putamus affixas. Idemque ausus, rem etiam deo improbam, annumerare posteris stellas, ac sidera ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ singularum loca, atque magnitudines signarent: ut facilè discerni posset ex eo, non modò an obirent, nascerenturque, sed omnino aliqua transirent moverenturve, item an crescerent minuerenturque, cælo in hæreditate cunctis relicto, si quisquam qui rationem eam caperet, inventus esset. Ptolemæus Hipparchi mětionem ferè nullam facit, sine aliquo novo laudis titulo. Hipparchus verò duodecim libros de subtensis scripserat, sicut alia pleraque, è quibus supersunt hodieque perbreves quædam explicationes in Arati & Eudoxi φαινόμενα, quæ quidam Eratosthenis esse suspicantur. Superest è veteribus & Apollonius Pergæus, qui egregiæ laudis encomio, geometra magnus appellatus est, & certè è præstantis ingenii monimentis ad elementa Euclidis adjecti sunt libri, decimus quartus & quintus ab Hypsicle contracti: in quibus Euclidis Geometriam multò altius extollere voluit: Ad hunc numerum aggregandi sunt, qui numerantur à Pappo libri septimi initio περὶ ἐπαφῶν de contactibus l. 2 inclinationum lib. 2. rationis apotomes 2. spatii apotomes 2. locorum planorum 2. conicorum 8. quorum quatuor græcè manu descriptos habemus, nunc nuper à Commandino latinè redditos & explicatos: quos tametsi Pappus idem ait ab Euclide antea fuisse inchoatos: Attamen Apollonius in eorum proœmio Euclidem nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum: nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas: ac vix quidem unam satis feliciter. Hic igitur Geometra magnus inter Geometriæ proceres erit. Aeneas Hierapolita compendium elementorum conscripsit.

scripsit. Amphinomus, qui propositiones omnes mathematicas appellabat theoremata. Sed è geometris geometrici usus magistris & mechanicis duo præcipuè appellantur à Proclo Ctesibius & Hero. Ctesibius inter θαυματοποιητικῶν mirandarum rerum artifices præcipuus habetur à Proclo, sed tota historia à Vitruvio subtilius exponitur lib. 9. cap. 9. de inventoribus horologiorum. Sunt (inquit) ex aqua conquisitæ ab eisdem scriptoribus horologiorum rationes: primumque à Ctesibio Alexandrino, qui etiam spiritus naturales, pneumaticasque res invenit. Sed uti fuerunt ea exquisita, dignum studiosis est agnoscere. Ctesibius enim fuerat Alexandriæ natus, patre tonsoreis ingenio & industria magna præter reliquos excellens, dictus est artificiosis rebus se delectare. Namque cùm voluisset in taberna sui patris speculum ita pendere, ut cùm educeretur, sursumque reduceretur, linea latens pondus deduceret, ita collocavit machinationem. Canalem ligneum sub tigno fixit, ibique trochleas collocavit, per canalem lineam in angulum deduxit, ibiq; tubulos struxit, in eos pilam plumbeam per lineam dimittendam curavit: ita pondus cùm decurrendo in angustias tubulorum premeret cæli crebritatem vehementi decursu per fauces frequentiam cæli compresione solidatam extrudens, in aërem patentem, offensione & tactu sonitus expresserat claritatem. Ergo Ctesibius cùm animadvertisset ex tactu cæli & expressionibus, spiritus vocesque nasci, his principiis usus, hydraulicas machinas primus instituit. Item aquarum expresiones αὐτομάτους porrectit rotundationisque machinas, multaq; deliciarum genera, in his etiam horologiorum ex aqua comparationes explicuit, primumque cōstituit cavum ex auro perfectum, aut ex gemma terebata: ea enim nec terūtur percussu aquæ, nec sordes recipiunt, ut obturentur. Namque æqualiter per id cavum influens aqua, sublevat scaphum inversum, quod ab artificibus phellos, sive tympanū dicitur, in quo collocata regula, versatilia tympana denticulis æqualibus sunt perfecta: qui denticuli alius alium impellentes versationes modicas faciunt & motiones. Item aliæ regulæ aliaque tympana ad eundem modum dentata, quæ una motione coacta, versando faciunt effectus varietatesque motionum: in quibus moventur sigilla, vertuntur metæ, calculi aut tona proficiscuntur, buccinæ canunt, reliquaque parerga. Hæc Vitruvius, aliaque plura deinceps eodem capite. Hoc idem Plinius. Laudatus est Ctesibius, ait lib. 7. cap. 37. pneumatica ratione & hydraulicis organis repertis. Meminit & Ctesibii Athenæus lib. 4. cap. 24. de musicis instrumētis, quorum inventorem Ctesibium facit, è quibus omnibus admirabilem naturæ facultatem operæpretium sit intueri: Hippocratis antea mercatoris ingenium cum tonsoris ingenio comparato & judicato verum esse quod antea monui, herbas in pratis non magis à natura, quam artes in hominum ingeniis ingenerari. At non omnibus ingeniis ea natura est, fateor, neque inquam,

— *Omnis fert omnia tellus.*

Sed Ctesibiani ingenii præclarum monimentum à Vitruvio de hydraulica machina altissimè aquam extollente pluribus verbis exponitur cap. 12. lib. 10. unde li-

unde licebit petere. Hæc tamen (ait ibidem Vitruvius) sola ratio Ctesibii fertur exquisita, sed etiam plures & variis generibus aliæ, quæ ab eo liquore pressionibus coacto, spiritu efferre à natura mutuatos effectus ostenduntur: uti merulæ quæ motu voces edunt, atque engibata, quæ bibentia tandem movent sigilla, cæteraque, quæ delectationibus oculorum & aurium sensus eblandiuntur. Ergo (inquam) Ctesibius licet tonsor non magis doctoribus & magistris multis indiguit ad occultissima Geometriæ mysteria concipiendum, quam Hippocrates antea indiguerat: horologia, organa (quæ modo dicũtur) & in his luscinias cantantes, concertantes icunculas, cæteraque generis hujus reperit. Quid Hero, qualis tandem mechanicus fuit? Certê cognomentum publicæ laudis consensum quendam indicat. Ctesibius licet tam mirabilis opifex, non appellatur tamen mechanicus, sed Heronis palma ista propria est. Hero igitur Mechanicus omnem Geometriæ varietatem, elegantiam, subtilitatem videtur persecutus esse. Studiosé vel curiosé potius Heronis opera nobis exquisita sunt, tandemque é variis bibliothecis collecta græce & manu descripta πνευματικὰ integra, αὐτοματοποιητικὰ multis locis corrupta, fragmenta quædam geodetica: alia veró pleraque Heronis prædicantur, ut de machinis bellicis, earumque figuris eleganter descriptis, περὶ βελοποιίας, quod opus vel idem, vel affine est: mechanica dicuntur esse in Vaticana bibliotheca Romæ, & quidem latine etiam conversa: Hic liber μηχανικὰ εἰσαγωγὴ ab Eutochio dici videtur 2. de sphæra: Geometria denique ipsa apud Diegum Hurtadum esse dicitur. Duplicatio cubi, quæ Geometriæ coronis summa est, in Eutocio integra legitur, eaq; à Pappo lib. 3. Theo. 7. præ cæteris approbatur. Itaque Hero videtur apud Proclum lib. 3. μεσολαβήτης fieri. Quamobrem iste mihi imprimis placet author, qui Platonis Geometriam cum Archimedis mechanica, qui artem cum artis usu tam solerter atque industrié conjunxerit. Itaque ad Atchytam, Leontem, Eudoxum, Aristotelem, Archimedem adnumero Heronem, & magnis illis mathematici & artificii & operis authoribus comparo. Sed Geminus logica in mathematicis facile par superioribus fuit, adeó ut Proclus non dubitarit aliquando Euclidis judicio Gemini judicium præponere. Libros geometricarum enarrationum sex conscripferat, à quibus plerisque in locis Proclus est adjutus. Præcipué veró circa curvarum linearum species elaboravit, demonstravitque omnium omnino linearum tres tantum species similares esse, rectam, circularem, cylindraceam: Sed prima Gemini laus fuit é particularibus elementis universalia facere, qualem Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis, Eudoxi, Theudii logicam antea fuisse commemoravimus. Neque veró Geometra tantúm, sed astrologus & physicus hic author fuit, ejusque in phænomena & meteora isagoge fertur in quibusdam Italiæ bibliothecis asservari. Perseus ad idem cum Gemino de lineis curvis argumentum aggressus, tres illas species, parabolem, hyperbolem, ellipsim invenit. Gestiens igitur eadem lætitia inventori contigit, quæ antea Thaleti, Pythagoræ, Eratostheni, Archimedi contigerat, idque versibus his est attestatum.

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὑρὼν τᾶς ἀπειρικὰς
Περσεὺς, τῶν δ' ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

Ad verbum autem ita sunt:

Tres lineas cùm in quinque sectionibus spirales invenisset
Perseus, earum gratia dæmonas propitiavit.

Quarto igitur exemplo mathematicas voluptates experiamur, & innumerabiles ejusmodi fuisse futurasque esse omnibus animis mathematum seriò studiosis credi par est, ita quoties diagramma laboriosius investigatum apparuerit Archimedeum εὕρηκα vel tacitis animis personet, propptereaque votum musis concipiatur. Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Posidonius interdum à Proclo appellantur: Extant Plutarchi Mathematica problemata. Posidonii nil præter nomen & citatos quosdam locos. Sphæram Posidonii 2. de nat. Cicero his verbis commemorat, Quod si in Scythiam aut in Britanniam sphæram aliquis tulerit, hanc quam nuper familiaris noster effecit Posidonius, cujus singulæ conversiones idem efficiunt in sole & in luna & in quinque stellis errantibus, quod efficitur in cælo, singulis diebus & noctibus, quis in illa barbarie dubitet quin ea sphæra sit perfecta ratione? Item Menelaus Alexandrinus, qui vulgo in libris ex Arabico conversis Mileus appellatur, post Hipparchum sex de subtensis libros conscripserat: item sphærica in tribus libris, quæ à Theone citantur, quæque hodie ex arabico per Platonem Tiburtinum conversa sunt in manibus. Zenonis Epicurei geometrica quædam fuerant à Posidonio refutata. Sosigenes à Iulio Cæsare, ait Plinius libri 18. cap. 25. adhibitus ut annum ad solis cursum corrigeret. Ea tamen ipsa ratio postea comperto errore correcta est, ita ut 12 annis continuis non intercalaretur, quia cœperat sidera annus morari, qui prius antecedebat. Et Sosigenes ipse tribus commentationibus, quanquam diligentior esset cæteris, non cessavit tamen addubitare ipse semet corrigendo. Hæc Plinius de Sosigene, quo authore Cæsar dictator visus est quartam Astrologiæ sectam facere. Ptolemæus verò adversus Euclidem appellatur in Procli commētariis: at quantus & quam celebris mathematicus? Edita enim de cælestibus rebus volumina omnium superiorum ætatum sectarumque, quod de Aristotelis libris sæpe testatus sum, bibliothecam quandam continent, sed via & arte ut credi par est, cōmodiore definitam & distributam: Hipparchi nempe libros duodecim, Menelai sex de subtensis videmus ab eo quinque theorematis contractos esse: astrologia reliqua, astrologiam Aegyptiam, Græcam, imo Latinam Cæsaris imperio subductam compendio pari complectitur. Quadripartitum verò observationes Chaldæorum nominatim appellat: Musica, apotelesmata, itinerarium stellarum, planisphærium, analemma, geographia, totidem nobilis ingenii decora sunt, & credi par est è mathematicis nullum genus à tanto doctore non explicatum esse. Itaque cum Ptolemæus viderit Thaletem, Pythagoram, Archytam, Platonem, Aristotelem, Eratosthenem, Archimedem, cæterosque illos,

Permistos Heroas, & ipse videbitur illis.

Sed mathematicos reliquos breviter complectamur. Extant ab Eutocio de duplicando cubo sententiæ Pappi, Philonis, Dioclis, Nichomedis, Spori, tan-

quam summorum in mathematicis magistrorum. Sed ex his, quorum scripta superant, præcipuus est Pappus: deinde Theodosius de sphæra, de habitationibus, de diebus & noctibus: Diophantus cujus sex libros, cùm tamē author ipse tredecim polliceatur, græcos habemus de arithmeticis admirandæ subtilitatis artem complexis, quæ vulgo Algebra arabico nomine appellatur: cùm tamen ex authore hoc antiquo (citatur enim à Theone) antiquitas artis appareat. Scripserat & Diophantus harmonica. Nicomachus arithmeticam, geometriam, musicam scripserat. Arithmeticæ libri duo publicati sunt. Geometriam ajunt esse Venetiis apud Diegum Hurtadum. Author hic antiquus etiam fuit: Nominatur enim à Pappo. Serenus cujus de sectione cylindri duos libros diu quæsitos possidemus, & hoc anno à Commandino conversos. Proclus ipse denique, licet logica leviter instructus, attamen eximius mathematicus fuit: certé libris & monimentis ejus recēsendis libro fuerit opus, ita multiplices unius ingenii fœtus memorantur. Geometricarum veró in Euclidem expositionum, libri quatuor diligentiam magnam testificantur. Atque utinam, ut in primum Euclidis librum industrius esse voluit, sic in reliquos parem industriam cōtinuasset: sed videtur aliis viam laboris indicare voluisse, laboris ipsius parte cōtentus fuisse. Astronomica de sphæra, de astrolabo, de hypothesibus astronomicis in manibus hominum versantur. Tantus igitur mathematicus Proclus fuit. Fuit veró & Proclus alter à Zonara memoratus, qui non solùm Archimedis inventa tenuit, sed ex sese nova quædam attulit. Suis enim machinis apud Byzantium classem hostium delevit: Urentia nempe specula ex ære fabricaverat, eaque de muro é regione hostilium navium suspenderat, in quæ cùm solares radii incidissent, ignis deinde fulminis instar erumpens classiarios classemque combussit. Talis geometra fuit & Priscus ille apud Dionem in Severo, de quo in obsidione Byzantii historicus ita loquitur. Inerant nonnullis machinis harpagones, quas emittebant, retrahebantque celeriter. Harum navium atq; machinarum magnam partem Priscus municeps meus fecerat, quam ob caussam postea & reus capitis factus & absolutus est. Nam Severus cognitā ejus arte, vetuit ipsum morte mulctari, ejusque opera deinceps, cùm in multis aliis rebus, tum in Atrorum expugnatione est usus. Solæ enim machinæ, quas ille fecerat, non sunt à barbaris exustæ. Severus igitur ob artis excellētiam Prisco pepercit, ut Marcellus Archimedi parci jusserat, sed imperium Severi vivo Prisco salutare atq; honorificum fuit: Archimedi tantùm mortuo Marcelli imperium gloriosum accidit. Lubet veró ad Proclum & Priscum adjungere Diognetum in exemplo non tam arte magno quàm eventu mirabili. Diognetus fuerat Rhodius (ait Vitruvius libri decimi capite vicesimo secundo) architectus, & ei de publico quotannis certa merces pro arte tribuebatur ad honorem. Eo tempore quidam architectus ab Arado, nomine Callias Rhodum cùm venisset, acroasim fecit, exemplumque protulit muri, & supra id machinam in carchesio versatili constituit, qua helepolim ad mœnia accedētem corripuit, & transtulit intra murum. Hoc exemplar Rhodii cùm vidissent, admirati ademerunt Diogneto, quod fuerat ei

quotannis constitutum,& eum honorem ad Calliam transtulerunt. Interea rex Demetrius, qui propter animi pertinaciam Poliorcetes est appellatus, contra Rhodum bellum comparãdo Epimachum Atheniensem nobilem architectum secum adduxit. Is autem comparavit helepolim sumptibus immanibus, industria laboreque summo, cujus altitudo fuerat pedum 125. latitudo pedum 60. ita eam ciliciis & coriis crudis confirmavit, ut posset pati plagam lapidis balistæ immissi pondo 360. Ipsa autem machina fuerat millia pondo 360. Cùm autem Callias rogaretur à Rhodiis, ut contra eam helepolim machinam pararet, & illam, uti pollicitus erat, transferret intra murum, negavit posse. Non enim omnia eisdem rationibus agi possunt: sed sunt aliqua, quæ exemplaribus non magnis, similiter magna facta habent effectus: alia autem exemplaria non possunt habere, sed per se cõstituuntur. Nonnulla verò sunt, quæ in exemplaribus videntur verisimilia, cùm autem crescere cœperunt, dilabuntur, ut etiam possumus hinc animum advertere. Terebratur terebra foramen semidigitale, digitale, sesquidigitale: si eadem ratione voluerimus palmare facere, non habet explicationem: semipedale autem majusve, ne cogitandum quidem videtur omnino. Sic item quemadmodum in nonnullis parvis exemplaribus factum apparet, in non valde magnis fieri posse videtur, non tamen eodem modo in majoribus id consequi potest. Hæc cùm animadvertissent Rhodii eadem ratione decepti, qui injuriam cum contumelia Diogneto fecerant, posteaquam viderunt hostem pertinaciter infestum, & machinationem ad capiendam urbem comparatam, periculum servitutis metuentes, & nil nisi civitatis vastitatem expectandam, procubuerunt Diognetum rogantes, ut auxiliaretur patriæ. Is primo negavit se facturum: sed posteaquam ingenuæ virgines & ephebi cum sacerdotibus venerunt ad deprecandum, tunc est pollicitus his legibus, uti si eam machinam cepisset, sua esset. His ita constitutis, quà machina accessura erat, ea regione murum pertudit, & jussit omnes publicè & priuatim, quod quisque habuisset aquæ, stercoris, luti, per eam fenestram, per canales effundere ante murum. Cùm ibi magna vis aquæ, luti, stercoris, nocte profusa fuisset, postero die helepolis accedens antequam appropinquaret ad murum, in humida voragine acta consedit, nec progredi, nec regredi postea potuit. Itaque Demetrius cùm vidisset sapientia Diogneti se deceptum esse, cum classe sua discessit. Tunc Rhodii Diogneti solertia liberati bello, publicè gratias egerunt, honoribusque omnibus eum & ornamentis exornaverunt. Diognetus autem eam helepolin reduxit in urbem, & in publico collocavit & inscripsit, Diognetus è manubiis id populo dedit munus. Hæc Vitruvius de helepoli Calliæ & Diogneti: illa geometrici artificii quippiam habuit, hæc potius physici. Quapropter geometria mechanicos in Archyta, Eudoxo, Aristotele, sed mechanicos centumanos & Briareos, imo civitatis patriæq; defensores & propugnatores in Archimede, in Proclo, in Prisco, Diogneto machinata est. At historia hæc infinita fuerit, & Græcos veteres è tertia periodo tantùm mihi proposueram. In Theone itaq; perorandi tempus esto: Euclidis virtutes antea descriptæ sunt. Theon videtur Euclidẽ longissimè

gissimé superasse, & στοιχειωτὴς ultimus fuisse. Etenim mathematica elementa, quæ Euclidi vulgò tribuuntur, videntur Theoni tribuẽda. Nec enim ullius propositionis inventio inter Euclidis laudes à Proclo numeratur, sed demonstrationum accuratior explicatio. Cujus rei fidem amplissimam nactus sum, comparandis primo Elementorum libro Procli demonstrationibus cum Theonis qualibet demonstratione. Proclus ætate major Theonem minorem neque videre, neque nosse potuit. Proclus floruit proximo post Christum seculo, Theon fere quarto. Proclus veras Euclidis demonstrationes habuit, in quibus appellatur Euclides per excellentiam modò στοιχειωτὴς, modò γεωμέτρης, interdum suo nomine Euclides appellatur. Compara igitur Theonis demonstrationes, quæ modò Theonis nomine leguntur, recognosces vestigia quædam euclid earum demonstrationum. Neque enim Grammatici, Rhetores, Logici, atque artifices omnino novi artem ullam sic immutare possunt, quin plurima communia retineant: Recognosces, inquã, antiquæ Geometriæ, sive Hippocraticæ, sive Leontiæ, sive Theudiæ, sive Hermotimeæ, sive Euclideæ, sive etiam Heroniæ nonnulla, sed & plurima immutata comperies, certoque judicio mathematicorum Elementorum demonstrationes non Euclidis, sed ut appellantur, Theonis esse judicabis. Sed ne qua hac de re dubitatio existeret, Theon ipse suas editiones in elementa nominatim citavit in commentariis in 1. lib. constructionis magnæ Ptolemæi. Theon igitur eodem jure elementa sibi vindicabit, quo sibi Euclides antea vindicaverat. Forma est caussa, per quam res est, id quod est: formæ itaque novus author, novus item author est essentiæ. Hac conditione atque lege quinque vel sex στοιχειωταὶ continua successione ad ejusdem hæreditatis possessionem adierunt, Hippocrati Leo, Leonti Theudius, Theudio Hermotimus, Hermotimo Euclides, Euclidi Hero successit atque hæres fuit: sic modò Theon Euclidi vel Heroni succedito, mathematicam possessionem cernito, & στοιχειωτὴς sextus vel septimus esto, itaque Theon ista laude tanto major est Euclide, quanto præstantior antiquis Euclides habitus est. Ptolemæum veró videtur longè alio loco Theon, quàm Euclidem habuisse: & Alexandrinus populari suo pietatem nescio quam præstitisse. Euclidis στοιχείωσιν sustulit: at Ptolemæi Astrologiam in astris ipsis collocavit: testes sunt græce publicati doctissimi in Ptolemæum commentarii: testes astronomicæ tabulæ, quæ apud regiam fontis bellaquei bibliothecam custodiuntur: é quibus omnibus planum efficitur Ptolemæum Theoni doctorẽ longè præstantiorem visum esse. Itaque & Ptolemæus Astrologiæ regnum adhuc obtinuit. Euclides nominatur στοιχειωτὴς, sed revera ac veritate Theonis στοιχείωσις ista est. Demõstrationes opticorum Theonis item videntur esse, ut in opticis idem Theon præstiterit, quod in Elementis: Zambertus φαινόμενα similiter ad Theonem authorem refert, & Valla διδόμενα Theonis esse scribit, ut Euclidi præter inane nomen nihil admodum relinquatur: pleraque etiam alia, ut in Aratum, in Platonis etiam mathematicos locos, Theoni adscribuntur: Tot tantisque tamque locupletibus testimoniis admirabilis

eruditio

eruditio comprobatur. Theonis igitur ingenio mathesis, mathematica elementa debebit, optica, φαινόμενα, διόπτρα, astrologiæ denique firmamenta vel ornamenta debebit. Quapropter mathematum Græci doctores & authores tot ac tanti à Thalete ad Theonem hunc in modum breviter propositi adscriptique sunt. Spero autem aliquem nostro exemplo excitatum recentiores mathematicos descripturum esse, ab eoque præcipué Fräciscum Flussatem Candallam, genere quidem illustrem principem, sed mathematica gloria universæ Galliæ longe principem celebratum iri. Sed antiquos tantùm mihi proposui. Quorũ excellentes & dissimili genere laudabiles virtutes animadvertimus. Nam si mathematicæ institutionis compositio & conformatio spectetur, στοιχειωταὶ Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon principem fructũ laudis ferent, si nobilitas mathematicæ scholæ & amplitudo perpendatur, mathematum authoritas ad Pythagoram, Platonem, Aristotelem pertinebit: si, quod summum est, mathematum non solum scholastica veritas & é libris demonstratio, sed popularis usus atque utilitas æstimetur, Archytas, Eudoxus, Eratosthenes, sed maximé atque altissimé supra omnes unus Archimedes in cælum ferendus erit. Quamobrem si tot talesque mathematici fato aliquo ab inferis in hanc lucem redivivis corporibus excitati pro foribus tuæ basilicæ (Catharina Medicea) adstarent, postularentque ut in auditorio regio perceptis studiis Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ proximus ante Physicam & Politicam mathematis locus esset & honos, neque juventus, nisi mathematis erudita ad Physicam & Politicam admitteretur, moveret opinor, præstantium personarum authoritas, & postulantium dignitas, rem per se justam atque optabilem facilius impetraret. Si ad hanc institutionem operam suam pollicerentur, ecqua animi reverentia audirentur? qua liberalitatis alacritate exciperentur? Dionysius ut prædixi, ignes tota Sicilia incendit Platonis unius adventu: quinam igitur tot Platonibus honores quamque novi exquirerentur? Adsunt veró ac pené oculis corporis cernuntur, audiuntur certé & agnoscuntur. Quamobrem tuæ jam hospitalitatis erit hospites majorum tuorum, hospites regum nostrorum, hospitio tuæ amplitudini consentaneo excipere.

PROOEMII MATHEMATICI LIBRI
primi, Finis.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER SECVNDVS.



RIMUS scholarum mathematicarum liber nobis adhuc fuit de mathematicæ primis inventoribus & authoribus, unde artis dignitas præstantiaq; intelligeretur: Sed duæ mathematicis artibus graves adversariæ opponuntur, inutilitas & obscuritas. Hæc siquidem pestifera duplex opinio jampridem per animos hominum pervasit, persuasitque vulgo imperito mathematicas artes inutiles esse: hæc est prima mali labes. Deinde ut utilitatis nonnihil habeant, tamen perobscuras perque difficiles esse: quod malum etiam superiore perniciosius est. Ergo duæ istæ existiabiles persuasiones ex animis hominum nobis evellendæ sunt, si mathematicas artes populares efficere contendimus: imò verò, si crimine inertiæ liberari volumus. Quoties enim dum Euclidis Elemēta prælēgimus, reprehensi sumus à maledicis: quod nostræ professionis aliena, imò verò etiam incognita doceremus? quod in re inutili nimium studii atque operæ poneremus? Denique quod regiæ professionis otio abuteremur? Voces enim quotidianæ ac ferè perpetuæ ejusmodi fuerunt, quæ constantiam nostri studii non philosophiam, sed pertinaciam esse clamarent. Ergo his vocibus satisfiat, & de nostræ professionis fructu respondeatur. Professor eloquentiæ & philosophiæ factus sum, fateor. Mathesis, ajunt reprehensores nostri, philosophicæ professionis aliena est: Certè homines ita judicant, & philosophiam eam solam arbitrantur esse quam didicerūt. At Pythagoras, Plato, Aristoteles philosophiæ physicæ & politicæ principia in mathematicis statuerunt, & bellam istorum philosophorum sapientiam, sine capite, vel potius sine corde esse docuerunt. Cum igitur Henrico primum, deinde Francisco, tum Carolo Regibus profitendæ philosophiæ fidem dedi, truncam principe corporis parte sophisticam ad nostrorum reprehensorum fatuam calumniam nequaquam recepi, sed doctissimorum & omni philosophiæ laude facile principum judicio religionem meæ professionis obligavi. Nihil igitur alienum philosophicæ professionis facio, si via descriptis, usuque legitimo confirmatis Grammatica, Rhetorica, Logica, deinceps ex ordine Arithmeticam & Geometriam persequor, & eum laborem spōte suscipio, quem ne mathematicus quidem professor quisquam ante me in regia cathedra susceperat. Primus enim mathematica Euclidis elementa ab initio ad extremum in regia cathedra prælegi, & alios docui, quod mihi persuaseram, quemadmodū nihil esset grammaticè compositum, quod à Grammatico explicari non posset, sic ratione & logicè nihil esse demonstratum, quod à logico retexi non posset: Denique Maronis sententiam illam veram esse,

—— Labor omnia vincit
Improbus. ——

Sed liber proœmii hujus deinde tertius & ab eo mathematicarū scholarum

 reliqui

reliqui libri, imo verò mathematicarum artium libri de laboris hujus improbitate loquentur amplius. Verùm, inquis, ignota tibi & antea nunquam audita profiteris. At, inquam, prima nobis ætas mathematicis studiis dedita fuit, & quinto abhinc ac vicesimo anno Arithmeticam, sex primos Euclidis libros, sphæram in Mariano gymnasio publicè docui, & extat ex illo etiam tempore latinus Euclides epistola nostra commendatus. Non igitur mihi novam, & antehac inauditam disciplinam profiteor. Sed philosophos nostros simplices ac minimè malos familiariter admonere cupio, quam misere ætatem in sophismatis egerint. Attendant igitur singulares hi doctores, quid hìc respondeam. Aristoteles piscator, auceps, venator, apiarius, arator, in foro orator, rerumpub. gubernator nunquam fuit. Quomodo igitur hominum istorum artes describere potuit? Hìc homines ignari quantum solida logica in explicatione & tractatione artium omnium possit, attoniti obstupescunt, & Aristotelem tot artium scriptorem divinitus, ac nescio quo naturæ miraculo factum arbitrantur. Verùm ista naturæ miracula, logica miracula fuerunt: totaque vis ista, facultatis logicæ fuit: materiæ sibi ab opificibus vel opificum commentariis accumulatæ, genera generumque species secernere: generalia generaliter, specialia specialiter suis locis atque ordinibus distinguere atque explicare. Artem igitur hanc Aristoteles habuit, faciendæ artis artium omnium longè maximam præstantissimamque: cujus imperiti, rerum licet ipsarum peritissimi, tamen artem instituere & componere nequeant. Quamobrem reprehensores nostri mirari desinant, quanam facultate potissimum confisus, ad mathemata tractandum accedam. Aetatis bona pars, non in mathematis solùm, sed multo magis in logico illo fabricandarum artium instrumento, & poliendo, & acuendo, & modis omnibus exercendo nobis consumpta est. Neque mathematicis artibus illustrius ullum vel utilius argumentum optare potui, in quo Aristoteleam illam logicæ facultatis excellentiam demonstrarem. Quare nec incognita nunc primùm aggredior, neque imparatus, neque inermis, neque rerum, quamvis maximarum difficultatibus animo inferior. Verùm in re inutili, ajunt, nimium operæ ponimus. Hìc mihi venia deprecanda est, quòd de re apud eruditos omnes certissima, tamen tanquam Lutetiæ incerta dicere instituam: doctos & ingenuis artibus ornatos mihi faciles & placatos oro, mathematum ignaris, proprioque ignorantiæ odio etiam inimicis respondeo. Mathematicæ artes, inquis, sunt inutiles. Quamobrem, inquam, aut quæ tandem persuasio hominibus mathematicas artes ignavas adeoque inertes esse persuasit? Vetus porrò est à voluptuariis præsertim & mollibus philosophis repetita inutilitatis opinio. Aristippus siquidem, ut est 3. metaph. libro, mathematicas artes cavillabatur, quod nullam haberent demonstrationem boni, id est utilitatis, ut Syrianus interpretatur, quod judicium totæ Epicureorum familiæ secutæ sunt. Quin Epicurus ipse cùm illa Platonis & Aristotelis non solùm ornamenta, sed mathemata contemneret, Polyænum familiarem suum Geometriam dedocuit, omnesque liberalibus illis artibus eruditos contumeliosè vexavit, ait Tullius. Atque utinam Aristippi &

Epicuri tantum illi quondam fuissent, non etiam singulis ætatibus renascerentur. Vergilius Episcopus Salæburgensis in Germania pro concione dixerat antipodas esse. Bonifacius Episcopus Mogontinus homo tam ἀγεωμέτρητος quàm Aristippus, quamque Epicurus, Virgilium crimine impietatis accusavit, quod antipodibus inductis, alius etiam Christus induceretur: judicium defertur ad Utilonem regem Bojorum. Bonifacius à Pontifice Zacharia, cujus nempe legatus esset, literas impetrat ad Utilonem, quibus Virgilius damnatus est. Hæc circa annum Christi 7 4 5. contigerunt, ut Aventinus author est in annalibus Bojorum. Neque veró hodie Bonifacii & Utilones vel Aristippi omnino atque Epicurei desunt, qui mathematicas artes non modó ut inutiles, sed ut impias calumnientur: tantumque consuetudinis semel inductæ vis per annos plurimos potuit, ut nullus in Scythia vel barbarie ulla tyrannus immaniorem potentiam usurpasse videatur, á tyrannis gravissimæ pestes illæ sunt hominum apud Platonem & Aristotelem, scholis interdicere, publicarum disciplinarum studia prohibere. Temporum veró hominumue ignorantia tyrannis animorum nempe crudelissima hanc eandem calamitatem in Galliæ Academiis peperit mathematicas artes, non illas quidem nominatim accusando, sed prætereundo nullis neque præmiis neque honoribus dignando. Itaque cúm vel optimus quisque civis leges & mores ciuitatis intueri debeat, nec in ulla reipub. parte dignitatem ullam mathematicis propositam videat, ecquid mirum, si juventus patriæ ritum & consuetudinem secuta, mathematicas artes despiciat? ecquid potius non mirandum, si quis animus, supra istam lutulentæ persuasionis fecem elatus virtutem tanquam per se amabilem suoque fructu optabilem colat? Quapropter ea quæstio diligenter consideranda nobis est, consulendi mortales omnes & interrogandi, testesque ad hoc judicium adducendi. Proclus veró licet Elementorum interpres & patronus, tamen hic non magnæ utilitatis interpres & patronus est. Sed tamen audiatur. Quem fructum tandem mathematum profitetur? Duplicem, inquam, facit Elementorum finem, alterum discipuli, alterum disciplinæ gratia. Discipuli caussa finem mathematicæ facit, inchoare discipulum ad Geometriam breviter ac summatim informare, ad reliquas Geometriæ partes agnoscendum. In quo fine constituendo, Proclus valde factus est immemor immensæ laudis Euclidi attributæ, ubi contenderat Geometriam ab Euclide fuisse absolutam: Hic paulo parcius loquitur: ut Grammaticæ rudimenta pertinent ad reliquum, plenumque Grammaticæ fructum consequendum: sic στοιχείωσις Euclidis præparat auditorem ad integrum & cæteris partibus expletum & absolutum mathematicæ fructum. Itaque Proclus Arithmeticam & Geometriam in Euclide totam esse non putat. Alterum veró mathematicæ finem singularem Proclus & admirabilem é nescio quorum interpretum opinione constituit in quinque mundanarum figurarum cognitione, tetraedri, cubi, octaedri, icosaedri, dodecaedri: tanquam talium figurarum constitutio, adscriptio inter se & comparatio tanti fuerit, ut mathematicæ tota utilitas, id est finis, constitent, si hæc paucula teneas,

finemque mathematicæ sis consecutus, si scias illa corpora constituere, adscribere, comparare, quodque plura non sint ordinata, demonstrare. Hic enim Pythagoræ & deinde Pythagoreis theologia quædam arcana fuit, tanquam Deus de fabricando & architectando mundo cogitans, Pythagoreorum quinque corporum illorum Geometriam sibi, velut ideam proposuerit. Hæc enim Platonis in Timæo theologia est. Verùm sacer ille Geometriæ finis ab Aristotele 8. cap. 3. lib. de cælo vehementer exagitatus & labefactatus est, longeque gravius Proclus ipse est antea philosophatus, cùm mathematicas artes popularis utilitatis caussa repertas esse docuit. Arithmeticam tractandæ mercaturæ, Geometriam dimetiendæ terræ gratia, & à nobis suo loco theologia illa pro merito suæ divinitatis excoletur. Elementorum mathematicorum finis est, ait Proclus, quinque figuras mundanas bene metiri. Aristippus videlicet commentum aliquod audierat, eoque adductus, mathematicas inutiles esse judicavit. Et verò si nil aliud mathesis præstatura sit, Aristippus caussam obtineto. Verumenim verò Arithmeticæ finis est bene numerare, non solùm has quinque figuras, sed omnia omnino quæ quidē numerari possunt. Geometriæ finis est, ait Proclus, quinque figuras bene metiri: imo vero Geometriæ finis est bene metiri non solùm quinque figuras, sed in planis rectilineis triangula, quadrangula, multangula, in obliquilineis circulos, helica, in solidis pyramides, prismata, sphæras, conos, cylindros, earumque figurarum omnium rationes, proportiones, similitudines, omnesque omnino cujuscunque magnitudinis affectiones interpretari. Sic ex utroque & numerandi & metiendi fine bona innumerabilia vel ad contemplandum vel ad agendum gignuntur, ut Proclus ipse Procli illius longè dissimilis lib. 1. cap. 7. 8. 9. 10. copiosè vel profusè potius, & quidem è Platonis imprimis authoritate declaravit. Hæc igitur bipartita nobis utilitas proponetur ad contemplandum, ad agendum: contemplandi & omnes deinceps artes physicas & politicas percipiendi principia & elementa in mathematicis antea Pythagoras, Plato, Xenocrates, Aristoteles posuêre: Pythagoram igitur, Platonem, Xenocratem Aristotelem à calumnia fatuorum idiotarum vindicemus, & doceamus mathematicas artes esse principia & elementa physicæ & politicæ philosophiæ: ut principiis ignoratis solida naturalium & moralium rerū scientia nulla teneatur. Audiatur igitur Plato, & academiam suam tueatur. Doceat quamobrem mathesis discendi ac cognoscēdi prima via sit. Etenim totum hoc mathematicum ex Arithmeticis & Geometricis genus sensibus abductū Plato suis verbis appellat ἑλκτικὸν, ἀγωγὸν, παρακλητικὸν, ἐγερτικὸν, μεταστρεπτικὸν νοήσεως, διανοίας, θέας, ἀληθείας, id est ejusmodi, ut alliciat, impellat, excitet, erigat, convertat intelligentiam, ratiocinationem, contemplationem, veritatem: quod quidem est & imprimis logicum: Ex omnibus enim artibus mathesis una præcipuè veri studiosa præcipueque logica fuit, neque personarum quamlibet probabilium, aut probatarum authoritate, sed argumentorum necessitate judicat, cogitque animum in rebus ipsis attentum esse, neque ulla unquam schola severiorem logicam quàm mathematica tenuit. Ut objectos colores acutè vi-

deas, ocu-

deas, oculos corporis apertos & nitidos & conversos esse necesse est: ut igitur intelligibilia comprehendas, mentem excitam motuque rationis erectam, & conversam esse necesse est: mathesis porró excitat atque erigit, unaque præ cæteris omnibus artibus hominis judicium stabilit & confirmat. Hinc tamen ἀφαίρεσιν phantasticam Pythagorei quidã & Platonici degeneres fabulati sunt, & in Aristotele sunt quidam hac de re loci: Veruntamen contrariis in eodem philosopho locis & valentioribus refutati. Etenim 2, & 3. cap. 13. libri metaphysici, tota ista ἀφαίρεσις vehemẽter labefactatur, efficiturque abstractio communis artium omnium, in quibus generalia tantùm documenta é singularibus exemplis inducta & abstracta proponuntur: Denique abstractio illa mathematica dicitur πλασματίας ὁ λόγος fabulator sermo. Quare cùm mathemata audies á Platone dici ἑλκτικά, ἀγωγά, παρακλητικά, ἐγερτικά, μεταστρεπτικά, ab Aristotele ἀφαιρετικά, intellige non sophisticam fabulæ nescio cujus umbram, ut mathemata sint in democraticum intermundium nescio quod reclusa, sed logicam mẽtis actionem, qua veritatis demonstratio purius & accuratius consideratur. Itaque Diodorus ille stoicus cæcus Ciceronis præceptor, quod credibile vix esset, sine oculis Geometriæ munus tuebatur, verbis præcipiens discẽtibus unde, quo, quamq; lineam scriberent, ut est 5. Tuscul. Sic Didymus Alexandrinus captus á parva ætate oculis, & ob id grammaticorum elementorum quoq; ignarus tantùm miraculum sui omnibus præbuit, ut Dialecticam quoque & Geometriam, quæ vel maximé visu indiget, usque ad perfectum didicerit, ut Hieronymus in catalogo scriptorum ecclesiasticorum author est: mentis videlicet acrior contemplatio in corporibus illis cæcis viguit: quoque sensu oculorum minus poterant, eo vehementius animo nitebantur. Neq; veró iam disputo mathematis tanquam horologiis sonitu & tintinabulo mane nos é somno excitari, nihil præterea juvari: sed affirmo tanquam clarissimo lumine oculos mẽtis agi convertique, atque apertos, ad omnia videndum & intelligendum illustrari. Quapropter in Timæo mathematica appellatur κατὰ παίδευσιν ὁδὸς ad eruditionem via, ut qui mathematicam didicerit, possit reliquas omnes artes facile perdiscere. Illud pythagoreum videlicet παιδευτικὸν á Platone significatur, & æmulatio pythagorea proditur. Infimum ordinem gymnasii Pythagoras mathematicorum fecit, & παιδευτικὸν nominavit. Sic Platoni mathesis ὁδὸς κατὰ παίδευσιν modo statuitur. Sed de Arithmeticis illud est in Rep. Platonis eximium. Quid veró, ait Socrates, nũquam animadvertisti, qui natura Arithmetici sunt, eos ad omnes artes percipiendum perspicaces & acutos esse? Ac si tardi & hebetes in hoc studio erudiantur & exerceantur, si nihil aliud adjuventur: attamen confessione omnium, promptiores & acutiores fieri? Quid multa? Plato in Epinomide Arithmeticis artibus tantum tribuit, ut statuat hominem ejus facultatis imperitum ἀνοητότατον καὶ ἀφρονέστατον, insipientissimum & amentissimum esse. Hæc tanta laus Arithmeticæ ab hoc philosopho tribuitur, par etiam & eadem Geometriæ tribuitur: Quin ad Geometriã illa ἑλκτικά, ἀγωγά præcipue referũtur, & voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei non Arithmeticæ, sed Geometriæ fuerunt.

sunt. Itaque à Platone clarissima quædam ex utraque arte lux ingenii proponitur. His mathematis singulis, ait Socrates, instrumentum quoddam animæ cæterarum alioqui disciplinarum studiis corruptum & occæcatum, tum expurgatur, tum recreatur, quod diligentius & accuratius servandum sit, quam decem oculorum millia. Hyperbole Platonica, inquies. Sané, & tamen vera. Nec enim Argus ille qui fingitur à poëtis decem corporeorum oculorum millibus tam acuté tamque laté unquam cerneret, quam his duobus Arithmeticæ & Geometriæ luminibus cernitur. Quæ cùm ita sint, istos mathematicæ philosophiæ oculos liceat in reliquas omnes consequentes artes convertere, & ab iis profectas utilitates intueri. Etenim musica in sonis & concentibus eorumque intervallis & systematis, generibus & formis, in auditu Arithmetica est: Ideoque Ptolemæus in musicis 2.c.1.l. vocat numeros τὰς αἰτίας τῶν λόγων. & 3.c. figuris organorum magnam vim tribuit ad differentias sonorum, quam geometricam in sonis caussam Aristoteles in libello de audibilibus ante proposuerat. Optica veró in visu, nil nisi geometria est in luce, umbra, colore, visus ipsius natura & facultate, veritate, hallucinatione, é situ, motu, numero, quantitate, figura, seu visus ipse rectus sit, seu speculorum reflexione, seu diversorum densitate & raritate mediorum refractione: unde pictoribus non solùm lumen & umbra, sed medius inter utrunque splendor, qui propterea tonus appellatur: & à transitu commissuraque colorum armoge, cæteraque artificibus istis nota optica: duoque ut Ptolemæus in musica loquitur, nobilissimi in homine sensus aurium & oculorum λογικώτατοι sine mathematis nil certo constantique judicio sentirent. Tum veró quantum physicis rebus mathematica luminis adferat, Timæus Platonis, & Physica Aristotelis maximo argumento sunt. In Timæo Platonis deus mundi animam rationibus Arithmeticis & proportionibus componit: deinde corpus geometricis figuris architectatur. Physica itaque Platonis é numeris & lineamentis Arithmetica & geometrica id est, mathematica est neque ἀγεωμετρήτοις cognobilis. Aristotelis veró tota de motu & quiete, de tempore cæloque, de animalium ortu, progressu, historia, totaque omnino physica non solùm exemplis, sed fundamentis mathematica est. Quid ergo? Aristippus physicam Aristotelis profiteatur? quid libro primo de tetragonismo, secundo de duobus rectis in triangulo: tertio de compositis gnomonibus, reliquis de infinitate magnitudinis: quid deinceps in libris de cælo, quod διάμετρος ἀσύμμετρος: quid cætera illa de triangulis & pyramide, de sphæra octo pyramidibus composita respondebit? quid in meteoris dicet de iride? Certé deridebit & contemnet, & pueris ista facilia esse dicet. Fabula enim hujus argumenti nunc nuper est acta. Inciderat quidam Aristippus in istos Aristotelis locos, & diametrum asymmetrum dixit esse quadrati dimensionem, & alia nescio quæ ejusdem ignorantiæ: de quibus cùm moneretur à discipulis, respondit se Gorgiam non esse, ut ex tempore de omni posita quæstione responderet: atque ita tanquam non de manifesta ignorantia argueretur, sed de duplicandi cubi problemate urgeretur, mode-

stos di-

stos discipulos impudentia delusit. Sed inustam Aristoteleæ philosophiæ talem maculam Aristoteles ipse eluet ac delebit: & mathematicam futuro physico necessariam esse evidentissimé demonstrabit. Etenim physica tota maximam partem occupatur in quiete motuque rerum naturalium: unde igitur quietis motusque naturalia elementa caussæ, instrumenta ab Aristotele repetuntur? Aristoteli certe in mechanicis nil promptius ueriusque quicquam fuit, quàm omnis motus quietisque & naturalis & contra naturam caussam é Geometria repetere. Lubet igitur ab Aristotele elegantissimam de geometrico quietis & motus organo philosophiam proponere, ut bardum nescio quod sine mathesi, philosophastrorum pecus è lethargo suo exuscitem. Adesdum igitur Aristippe & philosophiam tibi ignotam & inauditam percipe. Aequalitas, inquit mathematicus physicus, quietis caussa est: angulus autem rectus est æqualitatis, & statum facit. Axioma verò valde magnum in tota rerum natura atque animadvertendum. Quiescunt omnia ad rectos angulos. Ecquid mirum? hoc enim imperium dei atque numen Geometricum est, quo terra medio mundi loco ordinata conquiescit, ideoque cubico octonûm rectorum solido á Pythagoreis comparata. Hoc, inquam, effatum est rerum, infra cujus æquabilitatem & perfectionem angulus acutus est, suprá verò obtusus. Itaque cum jacemus humi aut in lectulo decumbimus paralleli plano horizontis, aut eidem congruentes, tum pedibus & capitibus angulos rectos facimus. Cùm sedemus in hemicyclo, vel thoro aliquo rectis tibiis & femoribus, cruribus rursus rectum angulum facimus. Quies igitur fit angulis rectis, status etiam fit angulis rectis: sic plantæ, arbores, animantes statum suum tuentur. Nam si inclinatio vel declinatio ulla accidit, anguli obliqui ruinæ protinus motum aliquem minitantur. Ergo quies, ergo sessio, ergo status fit angulis rectis. At quoniam quies fit parallelis plano terræ corporibus, status autem perpendicularibus, attende quamnam hic Geometriam natura machinetur, & quomodo é parallelismo perpendiculum moliatur. Jaces angulis rectis, ut surgas, & corpore erecto perpendicularis horizonti fias, Geometriam á natura tibi traditam meditere. Quatuor acutos efficies utroque brachio & latere, thorace & cruribus, femoribus & tibiis: Hos, inquam, angulos sic acues. Ambulatio deinde progressusque obtusis tibiarum femorumque angulis efficietur. Quibus positis efficitur quod quiescimus, quod sedemus, quod surgimus, quod stamus, quod ambulamus & progredimur, Geometriæ usum esse. Sed ab eodem philosopho aureas istas in physicis motibus meditationes pauló plenius meditemur; ut ἀγεωμέτρητοι Aristoteleoli Aristotele judice physicam sine mathematica nullam esse fateantur & erubescant. Unum circulum hic pro figuris omnibus ad quæstionis demonstrationem figurabo. Geometriæ nempe miracula é rotundis figuris præcipua sunt, circulusque miraculorum omnium merito principium

& mira-

& miraculum primum ab Aristotele statuitur. Caussæ mirabiles (ait) effectus etiam mirabiles habent. At circuli essentia ipsa tam mirabilis est, ut contra naturæ leges recondita quadam & arcana Geometriæ subtilitate ficta esse videatur. Etenim fit è recto, quamvis obliquus sit, fit è quieto simul & moto: Deinde convexum in eo est & concavum, sed illa, quamvis contraria pugnantiaque, tamen sunt minora. Motus simplex in eo nullus est, sed idem antè, ponè, sursum, deorsum: imo pro infinitis in eodem radio punctis omnibus velocitatis & tarditatis differentiis simul agitur: & quod maximè omnium ipse admiratus sum, idem circuli motus tot repugnantiis conflati naturalis est secundum peripheriam in obliquum, & violentus secundum diametrum, quo retrahitur in centrum. Itaq; retractionis repulsionisque motus in minore radio major est, dum peripheriæ æquales permeantur. Secus naturales violentique motus peripheriis sunt proportionales. Hæc, inquam, rotundæ figuræ mysteria sunt. Contraria simul esse non possunt. Axioma logicum est. Circulus tamen totus contrariis qualitatibus & affectionibus inter se discrepantibus formatus & figuratus videtur. Quapropter rotundum cum sit ea natura præditum, effectus etiam planè mirificos habet, in templis etiam ad majorem deorum venerationem quondam imperito populo propositos. Quies verò, sessio, status hic nihil expectetur: motus, motus inquam, totus ex hac figura est. Rotundum igitur mobilissimum est omnium mobilium, atque ad celeritatē motus promptissimum. Quid ita? Acutus angulus velocitatis artifex antea fuit. At in rotundo subjectum planum tangente, angulus quovis acuto rectilineo minor acutiorque efficitur, & à subjecto protinus è uestigio recurrit, ideoque nil asperitatis habet, nil offensionis, quo velocitas motus impediatur. Quid vis? Rotundum stare loco nescit, nutat vel micat potius omnes in partes dimidio sui usquequaque velut inclinatum. Itaque levissimo momento huc vel illuc impellitur: Quin, ut quorundam opinio fuit, suapte figura assiduè volvitur, moveturque ingeniti à natura motus etiam cum violento copulati entelechia sempiterna. Rotundum verò etiam quietis caussam esse, sed globo infimo & tanquam immobili centro in concentricos superiores globos incluso. Naso philosophatur, & caussam terrestris quietis istam 6. Fast. versibus eleganter exprimit. hanc igitur à poëta geometram attendamus

Terra pilæ similis nullo fulcimine nixa
Aëre subjecto tam grave pendet onus.
Ipsa volubilitas libratum sustinet orbem,
Quique premat partes, angulus omnis abest.
Cumque sit in media rerum regione locata
Et tangat nullum plusve, minusve latus:
Ni convexa foret, parti vicinior esset,
Nec medium terræ mundus haberet onus.
Arte syracusia suspensus in aëre clauso
Stat globus immensi parva figura poli.

Et quan-

Et quantum à summis tantum secessit ab imis
Terra, quod ut fiat forma rotunda facit.

Ut igitur naturalis forma principium motus & quietis, sic geometria instrumentum motus & quietis præstabit, sine quo, ut natura ipsa rerum nil efficit, ita philosophus in naturæ operibus nihil intelligit. Ehodum Aristippe mathematicis illis luminibus orbate, quid plus in physicorum philosophorum schola, quam Polyphemus ab Ulysse occæcatus in spelunca videris? Enimverò quid Astrologia tota, quid aliud est quam arithmetica numeratio motuũ cælestium, quam Geometrica globorum cælestium & stellarum, secundum longitudinis, latitudinis, altitudinis spatia figuratio & dimensio? Astrologia omnium liberalium disciplinarum una maximè involuta est, & gravissimis hypothesium impedimentis obsessa, à quibus per elementa logicæ imprimis, deinde Arithmeticæ & Geometriæ diligenter exculta liberari vindicarique posset. Etenim si de disciplinis omnibus aliis conscripti libri funditus interiissent, tamen protinus ab innumerabilibus Grammaticis, Rhetoribus, Logicis & cæteris artificibus artes illæ restituerentur. Si astrologiæ libri omnes essent casu aliquo ignis, quod Aegyptiæ bibliothecæ contigit, exusti, quæro non quotusquisque, sed quis aut cujas astrologus Astrologiam excitaret? Caussam verò laboris in cælestem disciplinam infiniti hypotheses attulêre: commenti genus in cæteris artibus insolens atque inauditum. Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ, Arithmeticæ, Geometriæ, atque omnino præter astrologiam, cujusvis disciplinæ principia sunt experientiæ & observationes primæ in generalia & universalia documenta à logicis artificibus collectæ & inductæ: quarum caussa nulla alia quæritur, sed ipsæ pro cæterorum deinde fundamentis ponuntur. Astrologia verò jam inde ex Aristotelis ætate vel potius mẽte primis observationibus & experimentis non contenta, caussas illis principiis antiquiores exquisivit, quæ cursus, recursus, stationes, tarditates, velocitates efficeret. Hæc nempe hypothesium est origo. Tum enim Eudoxus Gnidius primus hypotheses revolventium orbium repererit, quas cum Callippo Aristoteles correxit & emendavit: neque sphæras illas in cælo commentitias putavit, sed naturales & veras judicavit: imò tanquam divina corpora coluit: hinc dii numero quinquaginta quinque duodecimo philosophiæ libro consecrati. Hanc tamẽ Aristotelis Theologiam Pythagorei non ita multo pòst valde ridiculam fecerunt, cum tot orbium concentricis diis profanatis & è cælesti templo exturbatis epicyclos & eccentricos orbes induxerũt, nec postea tertio quoque vel quarto seculo hypotheses novandi modus fuit, ut ætate quoque nostra Copernicus, astrologus non antiquis solùm comparandus, sed in astrologia prorsus admirandus, tota antiquitate hypothesium rejecta, hypotheses non illas quidem novas, sed tamen admirabiles revocavit, quæ astrologiam non ex astrorum, sed ex terræ motu demonstrarent. Veruntàmen Astrologi & veteres & novi centuriis tabularum ad hypotheses compositis Astrologiam perinde oppresserunt. Enimverò satis cõstat è Proclo in Timæum Platonis, & è Græcis Aristotelis interpretibus Astrologiam veterem Babylo-

 niorum,

niorum, Aegyptiorum, Graecorum etiam ante Eudoxum sine hypothesibus fuisse, & ab ea caelestium corporum motus numeratos ac praedictas eclipses esse, ut obijci non possit hypotheses ideo necessitate ulla inventas aut retentas esse, quia sine his caelestium motuum calculus haberi non posset, cùm tot secula habitus sit: neque artificii cujusquam logica hic praetexenda, cùm hypotheses contra logicas omnes construendae artis leges, sint inventae. Commentum igitur hypothesium absurdum est: sed tamen commentum in Eudoxo, Aristotele, Callippo simplicius, qui veras hypotheses arbitrati sunt; imò tanquam deos ἀναγρῶν orbium sunt venerati. At in posteris fabula est longè absurdissima, naturalium rerum veritatem per falsas caussas demonstrare. Quapropter logica primùm, uti dixi, deinde mathematica Arithmeticae & Geometriae elementa ad amplissimae artis puritatem & dignitatem constituendam adjumenti plurimùm conferent. Atque utinam Copernicus in istam Astrologiae absque hypothesibus constituendae cogitationem potius incubuisset, longè enim facilius ei fuisset astrologiam astrorum suorum veritati respondentem describere, quam gigantei cujusdam laboris instar terram movere, ut ad terrae motum quietas stellas specularemur. Quin potius è tot nobilibus Germaniae scholis exoriatur philosophus idem & mathematicus aliquis, qui positam in medio sempiternae laudis palmam assequatur. Ac si quis caducae utilitatis fructus tantae virtutis praemio proponi possit, regiam Lutetiae professionem praemium conformatae absque hypothesibus astrologiae tibi spondebo: sponsionem hanc equidem libentissime vel nostrae professionis cessione praestabo. Quapropter, ut coepi dicere, his arithmeticis & geometricis oculis caelum suspiciendum nobis est: Vereque Pythagoras, verè Plato, verè Aristoteles mathemata physicis disciplinis elementa praeire voluerunt. Imo voluit Hippocrates, voluit Galenus: Etenim quid Thessalo filio Hippocrates praecipit? nempe ut Arithmeticam & Geometriam non solum ad splendorem vitae, sed ad medicinae usum studiose perdiscat: Arithmeticam quidem ad morborum intensiones, remissiones, periodos, mutationes, judicia: Geometriam verò ad ossium situm, ordinem, luxationem, repositionem, contritorum refectionem, compositionem, exemptionem, affectionem denique omnem atque curationem. Quid Galenus? eadem quae Hippocrates praecipit, & quidem Hippocratis exemplo. Athletae (ait) plerique omnes in gymnicis ludis coronam expetunt: consequendi tamen studium nullum adhibent: Ita medici plerique Hippocratem mirifice extollunt: omnia tamen potius efficiunt, quàm ut Hippocratis similes esse videantur. Hippocrates & Geometriam & Astronomiam summo ad medicinam adjumento censet esse: at ii invehuntur in earum artium studiosos: tantum abest ut sibi capessendas & cognoscendas arbitrentur. O' praestantissime Galene, antea te, propter eximias ingenii dotes diligebam: nunc verò etiam amo coloq, qui anno ante sesquimillesimo videatis P. Rami gratia adversus medicos mathematum calumniatores tam nobilem sententiam dixisse. Sed perge. In Politicis vel Ethicis quam necessaria

saria mathematum sit intelligentia, non solùm Platonis & Aristotelis philosophia amplissimé declarat, in qua bonarum actionum atque administrationum partes ratione, proportione, symmetria definiuntur. Et quidem Platonis politia mathematicum lectorem usqueadeo requirit, ut Philippus Mendæus, ut Theon etiam sive Alexandrinus, sive Smyrnæus, ut quidam arbitrantur, libro ad eam rem separato mathematicos Platonicæ philosophiæ locos interpretandos sibi proposuerint. Aristotelis autem de principe virtutum justitia in Ethicis liber mathematicus omnino est. Sed missam facio veterem illam philosophiam: ad nostram potius convertor. Romanæ leges quot locis ac partibus numerorum subtilitates, lineamentorum γραμμικὰς ἀποδείξεις requirunt? Extant Buteonis eruditi mathematici lucubrationes de fluviaticis insulis, de dividendo fructu arboris in confinio, & pleraque ejusmodi, quibus aperté & perspicué hæc utilitas mathematica, imo necessitas ad jus ciuile intelligendum demonstratur. Neque veró ad agendum & exequendum dico, id enim erit postea, sed ad intelligendum & cognoscendum, quæ legibus ipsis sanciuntur. Theologia paganorum mathematicis velamentis tota involuta est: Christianam theologiam potius intueor & considero, in qua Deus creat omnia in numero, mensura, pondere: id est, ad regulam arithmeticam, geometricam, isorropicam. Impiæ opiniones ex arca Noei exortæ sunt propter ignorationem Geometriæ: Itaque Buteo locum illum erudité expedivit. Itaque ad doctrniam Christianam recté & ex ordine percipiendam, Augustinus summus doctor non modó literas latinas, græcas, hebraïcas, sed artes uno nomine omnes ingenuas, necessarias profitetur, & libris quatuor in hoc argumento consumptis ad eas cohortatur. Enimveró, si quis deliacum illud duplicandi cubi oraculum verum fuisse arbitretur, deos gentium credat etiam mathematicæ gloriæ cupidos fuisse, deosque hominibus mathematicos videri voluisse: At jam potius attendat & animadvertat quæ verus, verus, inquam deus ad Iobum hominem divinum voce divina ac cælesti profatur, Ubi eras (ait) cum fundarem terram? indica si nosti intelligentiam. Quis posuit mensuras ejus si scias? aut quis extendit super eam, regulam? Super quid bases eius defixę sunt? aut quis projecit lapidem anguli eius? cum pro clamarent simul stellæ matutinæ & jubilarent omnes filii dei? & quis obtexit valvis mare? cùm erumperet ipsum, cum é matrice egrederetur? cùm ponerem molem vestimentum ejus & nebulam faciem ejus? Et fregi super illud, decretum meum, & posui vectem & valvas: & dixi, hucusque venies neque ultra transgredieris, & hic pones elationem fluctuum tuorum. An á diebus tuis præcepisti mane, indicasti auroræ locum suum ut apprehenderet alas terræ? Deinde ibidem, Considerasti usque ad latitudinem terræ? indica, si nosti, eam totam. Quænam via sit, in qua habitet lux & tenebræ, quisnam locus earum? ut accipias illud ad limitem suum, & ut intelligas semitas domus ejus? Item ibidē, Quæ via qua dividatur lux? dispergat Eurum super terram? Item num ligabis delitias

plejadum? aut attractiones Orionis solues? Num educes arcturum tempore suo & bootem cum filiis suis adduces eos? An nosti statuta cælorum? An pones dominium ejus in terra? hæc inquam, mathematica non mortalis hominis problemata, sed æterni atque omnipotentis dei oracula suspiciat & admiretur, qui cacodæmonem Apollinem mathematicum prius suspiciebat atque admirabatur. Suspiciat (inquam) admiretur ex ore præpotentis dei oracula geometrica de fabrica mundi terræque basibus & situ, de valuis & vectibus vinculisque maris & terræ. Oracula optica de loco lucis & tenebrarum, oracula astrologica de plejadibus, Orione, arcturo, boote, de cœli imperio in terras ac dominatu: oracula geographica de terræ mensura & latitudine. hæc, inquam, oracula mathematica vel theologus quamlibet judicio suo præstans, meditetur: Et si forte mathematicis luminibus orbatus erit, ut sunt omnes Bonifacii mathematum non ignari modò, sed osores, in mathematicam scholam lumen accensum veniat, ut gloriam deo clariorem & puriorem tribuat, attentiusque auscultet quæ quotidie laudes in templis deo concinantur. Cæli enarrant gloriam dei: Stellas à stellis claritate differre: totam denique in Ezechiele sanctæ civitatis mathematicam meditetur, quæ absque mathematicis oculis perspicuè cerni non possunt: tumque desinet quisquis theologus hic futurus sit, mathematicas ut inutiles, vel etiam ut impias calumniari, Platonisque ἀκρόαμα verum judicabit, τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, quia numero, ratione, mensura universitatem & constituit & gubernat, ut Plutarchus in octavo symposiaco eleganter interpretatur. Quamobrem Pythagorás, Plato, Aristoteles scholarum suarum disciplinam recte atque ex ordine institutam fuisse æquis & attentis judicibus probabunt, jureque optimo mathemata physicis ac politicis præponenda vindicabunt, & á philosophiæ cathedris ἀγεωμετρήτους arcendos esse persuadebunt. Platoque imprimis ἀκρόαμα illud suum obtinebit, duo mathematica Arithmeticæ & Geometriæ lumina plusquam decem oculorum millia conferre ad res physicas & politicas contemplandum, ad rés innumerabiles considerandum. Quid plura? Venienti in Academiam Aristippo occlamitabit: οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Adhuc prima pars institutæ quæstionis fuit, quod mathematica valeat ad reliquas artes physicas & politicas intelligendum & perdiscendū: quam ut libet Aristippus acceperit, secundam partem sat scio gravius & ægrius feret. Itaque contra secundam utilitatem mathematum objectio illi promptior est: mathemata ad agendum nil conferre: imo mathematum nullum finem esse. Ausus enim est, quid autem est quod indoctus adversus doctrinam non audeat? ausus inquam est, palàm audiente Academia Parisiensi dicere mathematicarum artium nullum finem esse, neque popularem ullam utilitatem hinc expectandam esse: imo verò ausus est etiam calumniam tam insanam atque amentem publicare. Quapropter tali temeritati est obsistendum: & tamen maledictum in mathematicas artes jam olim etiam jactatum. Etenim videtur utilior singularis experientia, tractatioque & actio rerum, quàm generalis demonstratio & universalis contemplatio. Itaque logistica, arithmeticæ: geodæsia geo-

metriæ:

metriæ: nautica astrologiæ præstare existimantur: Neque enim dives quisquam efficitur contemplatione divitiarum, sed usu; neque beatus cognitione beatitudinis, sed fructu. Hæc igitur Aristippo atque Aristippum sequenti Epicuro calumniæ suæ species fuerit. Mathesis ut nonnihil valeat ad ingenium acuendum, ad agendum nihil prodest. Atque hæc vulgaris opinio, quod mathematicæ nullam utilitatem ferant, apud Quintil. lib. 1. cap. 10. proponitur nomine Geometriæ, qua numeros & formas comprehendit. In Geometria (ait) partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: Agitari namque animos atque acui ingenia; & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut cæteras artes, cum perceptæ sunt, sed cum discatur, existimant. Hæc Quintilianus cum Aristippo cumq; Epicuro, imo vero, ut alicui videatur, cũ Platone illo ante jam à nobis objurgato consentiens. Sic enim Platonem mathematicis contemplationibus delectatum diximus, ut usum vulgarem & popularem contemneret, Archytamque & Eudoxum velut opere atq; opificio mathematico commaculari & coinquinari crederet. Tametsi Platonis & hujus Aristippi magna differentia est: Plato enim popularem mathematum usum singularem potius, ac divinum esse intelligebat: sed moleste ferebat imperitis opificibus communicari: at Aristippus nullum omnino mathematum usum esse calumniatur: Aristippi, inquam, mathematica ignorantia longe dissimilis est platonicæ illius zelotypiæ. Mathematici etiam quidam scriptores auxere hanc mathematum infamiam, qui contemplationum & demonstrationum illecebris capti, usum omnem incredibiliter aspernãtur, mathematicumque subjectum in phantasticis & ab omni sensu abstractis mathematis constituunt: Et velut, ut antea dixi, in Democriti aliquod intermundium reconditis. Hinc Pythagoreum in Proclo symbolum, σχῆμα καὶ βῆμα, ἀλλ' οὐ σχῆμα καὶ τριώβολον, figura & gradus, non autem figura & triobolum: tanquam Geometriæ quodlibet theorema ad Platonis μετεωροφίαν referẽdum sit, non ad ullum popularẽ usum. Sic Pythagorei musicam ratione tantum metiebantur, spreto auditus sensu atque judicio: in eoque à Ptolemæo reprehenduntur. Mathesis igitur istorum mathematicorum judicio referenda ad res physicas & politicas intelligendum & judicandum: ab actione autem & machinatione prorsus amovenda: Deniq; mathesis terra parens quædam est, quæ largiatur hominibus sua sponte munera plurima metallorum & frugum: auro tamen contemplationum suarum mathematici tantum delectantur, vilia popularis usus legumina despiciũt: Pythæ nobis videlicet erũt. Pythes enim (ut est apud Polyænũ libro octavo) aureis fodinis inventis totã Pythopolim auro inquirendo, fodiendo, purgãdo, cæteris operibus intermissis penitus occupabat: quo tempore cessabat agricultura, & reliqua ad vitæ cultum necessaria opificia. Quod cùm grave civibus esset, mulieres uxorem Pythæ adierunt, oraruntque ut apud virum ea de re ageret. Quas cùm bono animo esse jussisset, metallicis imperavit, ut cibos, pisces, bellaria, opsonia omnia ex auro facerent. Pythes peregre domum reversus cœnam petit: uxor auream ei mensam apponit, in qua nihil edulii inerat, sed omnia facta ex auro eduliis simillimo.

Pythes collaudata artis imitatione postulabat, quod esset: illa subinde alia atque alia ejusdem generis offerre. Itaque indignanti marito & famelicum se dicenti respondet, At tu agriculturam & reliqua vitæ mechanica subsidia sustulisti, aurumque duntaxat fodere jussisti: quod hominibus inutile sit futurum, nisi plantæ & semina & reliqui terræ fructus excolantur. Hac igitur uxoris prudentia Pythes stultitiam suam edoctus agriculturam & opificia reliqua permisit. Parabolam subtilius non interpreter, succensuimus hac de re antea Platoni, & ambitionem pontificum, theologorum, philosophorum communem proposuimus. Et res est ante oculos: artium omnino liberalium omnium contemplatiores quidem ipsas ingenuas vereque aureas esse, sed usus tamen necessarios: eorumque gratia contemplationes istas inventas esse. Itaque spero mathematicos nostros aureis demonstrationum suavium contemplationibus tantopere delectatos Pythen secuturos esse, usumque mathematum permissuros. At Aristippus hic resistit, & mathesin ad agendum prorsus inutilem esse contendit. Verumenimvero ista mihi placet objectio, & eó me ducit quó sponte properabam. Flaminius fastos populo exhibuit & cornicum oculos confixit, gratiamque summam est consecutus: hanc igitur gratiam nobis proponamus: & quidem tantó pleniorem, quantó majus in medium prolati Geometrici usus beneficium fuerit. Statui mathematicam non solùm ad philosophandum in physica & politica, sed ad agendum, & quidvis domi militiæque fabricandum pertinere. Quapropter quod in Parisiensi foro hac de caussa atigimus, in orbis terrarum theatro apud omnes omnium gentium præsides judicesque, alacrius est agendum, contendendum, perorandum. Itaque arithmeticas actiones & geometricas illic expositas repetamus ac separemus, pleniusque & copiosius exponamus: & arithmeticas prius expendamus. Mittamus Romanæ juventutis institutionem illam in numeris primam apud Horatium,

Romani pueri longis rationibus assem
Discunt in partes centum diducere, dicat
Filius Albini, si de quincunce remota est
Uncia, quid superest? poteras dixisse, triens. ó
Rem poteras servare tuam: Redit uncia, quid fit?
Semis. ——

Romam, inquam & antiquitatem omnem missam faciamus, & pro urbibus omnibus Lutetiam unam urbium omnium longè maximam & opulentissimam urbem circumspiciamus, & mathematicæ utilitatis testem producamus. Dionysiaca via est urbis illa regalis ditissimis mercatoribus frequentissima. Hoc hominum genus non modò cum provinciis amplissimi regni omnibus, sed cum mercatoribus Italis, Hispanis, Germanis, Flandris, Britannis quotidiana commercia exercet, varietate magna prorsus & dissimilitudine numismatum, ponderum, mensurarum. Interroga igitur quanam arte freti difficultates istas

tates istas explicent: reperies Arithmeticæ primas & summas subtilitates in commutationibus & comparationibus illis adhiberi & exerceri, mercaturamque totam Arithmeticam esse, quo in genere trapesitarum nummatio, gazaque penitus occupatur. Progredere verò à regali illa via Palatium versus, occurret pons aurificum non tam tignis & trabibus solidus, quam auri atque argenti pondere gravis: Interroga alterum hoc divitum hominum genus, qua scientia aurum cum argento, utrumque cum ære metallove alio misceant ac temperent, aut jam mistum ac temperatum explorent ac separent: Archimedis discipulos in coronis aureis esse dices: sic alligationis proportio ab illis subtiliter & acutè tractatur. Jam propius in ipsam Palatii arcem ascendito, & honoratum illud fortunatumque regiarum rationum collegium considerato, curiæque abacos & calculos introspicito, nil nisi Arithmeticam quandam in toto illo splendore, nil nisi Arithmeticos magistros recognosces. Verùm si in regis ærarium penitus introieris, in eoque divisores, quæstores, judices attentè animadverteris, in constituendis per provincias æqua ratione vectigalibus, in colligendis & comparandis, in æstimandis generibus rationum omnium & dijudicandis, mirabere Arithmeticæ artificio tantas utilitates & commoditates in hominum vita comprehendi. Quid vis amplius? Ingredere in illud inauratum supremæ curiæ templum, regali quadam majestate suspiciendum & admirandum. Hîc orator, dicet Quintilianus, indoctus judicatur non si tantùm circa summas trepidat, sed falsum si incerto & indecoro digitorum gestu à computatione dissentit. Oratorem mitto: communem judici cum oratore caussam potius disputabo. Quid in isto solio judex sine proportione, modò arithmetica numeri, modò geometrica dignitatis efficiet? hoc enim examine lanx utraque justitiæ in æquamento & libramento partium tanquam radiorum æqualium & æquitate juris æquiponderantium conquiescit. Quid in controversiis herciscundæ familiæ, dirimendi lucri, damni, consimiliumque litium, ubi partes sæpe toto dividuo sunt majores? Quid, inquam, in hisce iudiciis, judex sine aurea compositæ proportionis regula judicet? Si exactam verborum scripturam potius quam sententiæ analogiam sequatur, quàm è summo quod putabit, jure summam injuriam facies? Ergo in summo civitatis gradu arithmetica velut regina quædam erit non modò extremi juris magistra, sed æqui bonique arbitra: Quot igitur in una urbe arithmeticæ utilitates animadvertimus, tot in omnibus urbibus, in omnibus hominum societatibus verissimum sit intelligere. Neq; verò pacatis & civilibus negotiis expediendis arithmetica finem usumq; suum duntaxat ostendet, sed in gerendis bellis magnā sibi partem assumet. Platonē igitur hîc attendamus quanvis utilitatis hujus argumēto aliàs infensum: sed Platonem quidē jam popularem planè factū complectamur: deq; Platone idē quod de Aristotele sæpe alias sentiamus, in utriusq; philosophi libris varias de variis rebus ac discrepantes sententias deprehendi: neque Platonem semper Platonem, neque Aristotelem semper Aristotelem esse. Plato igitur verus, & Platonico spiritu animatus audiatur. Quid igitur Plato, quamobrem bellicis

rebus

acies. Enimverò instruere aciem simplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hostium, vel illi numero opponere arithmetica militia est. Itaque, ait idem Plato, perridiculum ducē Agamemnonem Palamedes in tragœdijs effecit, cùm & numerum à se inventum & acies ordinatas, navesq; & reliqua omnia ad Trojam numerata esse gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignarus, ignoraret etiam quot pedes haberet. Sic Aelianus numerum parem pariter parem militiæ gratia excogitatum esse dicit ad commodè mutandas acies. Sed ratio & proportio in bellicis rebus mirificas vires habet. Polybij libro nono quæstio est, mathesin imperatori imprimis esse necessariam: Scalas rex Philippus ad Meliteorum urbem capiendam non satis longas attulit, turpi clade affectus discessit. Itaq; symmetria scalarum ab historico curiosius explicatur, ut sint ad murū, ut 12 ad 10: latitudo autem ad altitudinem dimidia. ψευδογραφία illa etiam nostris Gallis ad Mediolanum perinde nocuit, ne quis ignorationem Geometriæ non multis calamitosam arbitretur. Sed ratio ordinis in prælijs victoriam è proportione imprimis machinatur, ut ex intervallis ordinum, aut subsidia mittantur, aut defessis receptus cōcedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem instructa Gallicę phalangi ad arithmeticam proportionem instructæ præstabat, quia miles idem tertio illic præliari poterat, qui hîc semel fractus nunquam recreari posset. Itaque Romanus exercitus idem partibus omnibus, eodemque revocato undique robore præliari poterat: prima acie quasi capite, ut cornibus tauri atque apri dentibus, media tanquam pectore, ut vultures, extrema velut unguibus & calce, ut leones & equi. Denique si hastatus prima acie victus esset, receptus inter principes & triarios poterat acie secunda, tertiaq; iterum atq; iterum decertare. Quid vis amplius? arithmetica pacis tempore negociatur, vendit, emit, aurum argentumq; appendit & fabricatur, rationes ærarij expēdit, & dispensat, oratores, & judices instruit. At eadem etiā militat ac præliatur, & pacis bellique temporibus adjumenta mirifica suppeditat. Quamobrem si utilitas tot tantisque pace belloq; utilitatibus æstimanda est, quot & quantas arithmeticæ utilitates æstimabimus? Eat igitur jam Aristippus noster, & arithmeticam, ut inutilem calumnietur, & mathematum ullum finem neget esse ullumve usum popularē: cùm in arithmetica bene numerandi finem tam multiplici fructu tamq; populari cumulatum videat. Sed geometriæ propria utilitas requiretur. Hæc enim mathesis præcipuo inutilitatis crimine accusatur. Arithmeticæ utilitates sunt eximiæ: at humanas dices, si ad geometriam respexeris. Geometricas verò primis hominibus divinas non humanas visas esse judicabis, indeq; primos earum authores consecratos esse. Agedū Aristippe contemptor & calumniator geometriæ, attende usum doctrinæ istius admirabilem, & quidem ab illo eodem mathematum nobili præcone, qui affirmat deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. Etenim cùm deus immēsitatis æternæ spatia definire statueret, geometria imprimis usus est, quæ longitudinum, latitudinū, profundorum spatia terminaret, omniumq; symmetriam, rationem, proportionem, similitudinem discerneret, quæ aerem levitate sublime tolleret, aquam

terramque

terramque pondere deprimeret, quæ denique cælestes globos ita tornaret, ut ad conversionis motum nihil rotundius effingi, nihil aptius expoliri posset. Itaque mundi architectus ille summus in fabricando machinandoque universitatis opificio geometriam imprimis adhibuit, neq; Plato quicquam magnificentius loquutus est, cùm dixit deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. At ista pro tuo ingenio comminisceris, narrabat mihi nuper aulicus quidam philosophus, & in mathematicis artibus Aristippi vel Epicuri valde discipulus. Verum Aristippee, Plutarchus, Platonis illud δόγματα sic interpretatur. Et si Plutarchi ingenium hic etiam aspernaris, Aristotelis, quoniam Aristoteleus haberi vis, in ista philosophia tam magnifica ingenium admirare. Finem geometriæ negas ullum esse, ullumve usum popularem? Atqui geometriæ finis est bene metiri, ut grammaticæ bene loqui, & finis iste non tantùm superiora illa mysteria complectitur, sed per universam geodæsiam universamque mechanicam latissimos fines habet. Geometria, inquis, nullum finem habet nullumque usum popularem. Certé ne tibi perpetuo adversari videar, concedo geometriæ nullum finem nullumque prorsus usum esse, sed tibi tuique similibus. At Deum immortalem, primum illum geometricæ exercitationis & actionis campum, id est geodæsiam ingrediamur: quas hic utilitatum divitias, & quidem unico radii instrumento reperiemus?

—— Ecquis fuit aliter
Descripsit radio totum qui gentibus orbem?

Radius lineas, proindeque superficies & corpora metietur: lineæ longitudinem, latitudinem, altitudinem, modò statione unica, modò duplici metietur. Atque hac arte dimensis nempe per lineas rectas lateribus, areas triangulorum é dimidio collectorum dati trianguli laterum metietur. Triangulata, seu quadrangula, seu multangula componuntur é triangulis. Radius itaque metiendis triangulorum areis, metietur & areas triangulatorum: Radius idem metiendis diametris perimetros, proindeque & areas circulorum, semicirculorum, sectorum, sectionum metietur: Radius etiam totas soliditates corporum metietur: basi & altitudine dimensis planum parallelepipedi prismatis corpus concludet: hinc etiam pyramidem tertiam nempe partem, & ordinata corpora reliqua é componentibus pyramidibus metietur: Cylindrum prismatis, conum pyramidis simillima mensura, indeque sphæram & sphærica segmenta metietur. Quid multa? Geometræ non ædificia modò quælibet, sed terras, maria, flumina,

—— cælique meatus
Describent radio, & surgentia sidera dicent.

His igitur geodæticis Geometriæ emolumentis jam Aristippum mendacem vano & indocto mendacio Aristoteles convincet, & emolumentis quidem tantis, ut Polybius, ut Quintilianus, ut Vegetius scripta sua valdè exornari putent, si quod de iis interpretari queant. Geodæsiæ theorema est. Aequalitas perimetri non æquat plana vel solida; neque ἰσοπερίμετρα protinus sunt ἰσοχώρια: quod

Proclus in triangulis docet ad 4. & 37 p 1. Polybius igitur disputans de geometriæ emolumentis, Megalopolis, ait, ambitu fuit quinquaginta stadiorum, Lacedæmon quadraginta octo: & tamen Lacedæmon duplo major Megalopoli. Hoc, inquit, ignaris mathematum incredibile videatur. Quid si, ait, dixero, fieri posse, ut civitas ambitu quadraginta octo stadiorum sit dupla civitatis centum stadiorum ambitu? insanum atque amens videatur: Attamen utrumque verum & geometrica necessitate demonstratum: falsumque convincitur magnitudines vel locorum vel exercituum ex ambitu metiri. Collibus & vallibus districti anfractus videntur majorem civitatẽ efficere. At secus est. Aedificia enim recta sublime eriguntur. Itaque si æque alta finganiur, æqualis & parallela multitudo in plano atque clivo constructorum deprehendetur. Hæc Polybius, à quo deinde Quintilianus ornamentum hoc geodæticum mutuatur. De terminis, ait, mensuraque rerum sunt lites & ψευδογραφίαι, quæ geometrica scientia deprehenduntur, qualis est illa, Extremis lineis eandem mensuram colligẽtia esse æqualia, quomodo decepti historici, qui magnitudines insularum significari navigationis ambitu crediderunt. Philippus turpiter derisus in scalis (ut antea fuit) At Vegetius altitudinis mensuram ex umbra libri 4 c 30 docuit. Id geodæticum ex triangulis similibus est, quibus positis planum factum esse arbitror, quot & quanta commoda geometria geodætica hominibus adferat, & quidem vulgari tantùm per unicum radium mensura. Subtilior enim est illa mensura triangulorum seu planorum, seu sphæricorum per rectarum subtensarùm, ut Ptolemæus, vel sinuum ut recentiores docent, canones & tabulas. Atque hic geodæticus geometriæ usus latissimè per cælum terrasque diffusus est: Hominibus enim cæli cardines descripsit, sideribusque fixis & vagis domicilia ac sedes notavit. Europam, Africam, Americam climatis distributam ad cæli speciem delineavit, laboremque illum hipparchicum vel diis immortalibus judice Plinio, improbum sustinuit: in eoq; si verus ille judex esset, deos immortales mortalis homo superavit. Quare cùm Aristippus istas Geometriæ utilitates tam populares esse didicerit, commoveatur animo, mendaciis confidere, regiis professionibus insidiari, interitũ tam nobilis disciplinæ machinari desinat. Sed enim campus alter exercendæ Geometriæ in mechanicis & organicis quantã ubertatem copiarum & fœcunditatem pariet? facultates autẽ mechanicæ geometriæ, quinque infinita vi à Pappo & Tzetze proponuntur, cuneus polyspaston, vectis, cochlea, axis in peritrochio, sed unum pro omnibus figuris circulum tantum ut antea, proferam: unde spero Aristippum ab Aristotele impudentiæ & ignorantiæ veniam deprecaturum. Quapropter arrige aures Aristippe, & mechanicum istum geometriæ tam celebrem tamq; popularem usum percipe. Reminiscere igitur rotundum factum esse mobilium omnium mobilissimum, & quidem mobilitatis specie magis admirabili quàm explicabili & perceptibili. Mobilissimum (inquam) est omnium mobilium: imo verò omnium moventium potius organum moventissimum, tantoque moventius quanto majus. Quamobrem? quia radii quãto majores, tanto velociores. Hinc rotæ curruum,

hinc trochleæ techamorum majores sunt agiliores celeriusque movent. Itaque multiplicatis trochleis facultas movendi prorsus est incredibilis: sic aliis aliæ copulatæ connexæque majores superioresque minoribus & inferioribus auxiliantur. Illæ nimirum in Archimede, Proclo, Prisco antea manus multiplicatæ fuerunt: hinc multæ dæmonum vel potius improborum hominum mechanica abutentium præstigiæ, ut statuæ in templis sua sponte moveantur, ut oracula edant, ut clamores faciant, quæ in templo Syriæ deæ Lucianus scribit accidisse: & tamen Ctesibii engibata ac merulæ miracula tam ingeniosa edidissent. Ergo quod bigis quadrigisque commeatus, merces, onera seu pondera qualibet vehantur, exportentur è finibus nostris ad finitimos populos, vel ex illis contra ad nos importentur, quod aratrum agris circumagatur, quod extollantur altius gravia repugnantibus naturæ legibus, rotundæ figuræ geometricum beneficium est. Quare rotunda machina est moventissima, & quidē tanto moventior, quanto non solum major, sed levior & latior. Agedum, rotunda quæcunque sint, facillimé moventur moventque: adeoque singulare est, ubi rotunditas nulla expressa cernitur, ibi tamen è centro radioque rotunditatis effectus existere. Itaque funda quam manus longius jaculatur, ligna inter medio genu longiora vel terræ infixa pedeque terram propius pressa, vel ab extremo elata, curvantur difficiliusque gestantur, quin à medio humeris imposita tanto sunt graviora, quanto longiora. Radii nempe longiores, ideoque mobiliores. Quapropter istas rotundæ figuræ copias & facultates, licet invisæ oculis, tamen visibiles efficiamus. Duplicem metamorphosim pro singulari quadam geometriæ intelligentia & peritia hic Aristoteles invenit. Libra & vectis virtute & facultate circuli sunt, quamvis in iis circuli peripheria nulla videatur. Libræ jugum seu scapus & librile diameter est, spartum, centrum, unde brachia jugi paribus intervallis, velut in peripheriam radii expanduntur. Agina qua suspenditur, radius tertius est, intra quam perpendiculare jugo examen libramenti vel æquamenti & æquilibrii judicium facit: Estque tum jugum ipsum terrestris horizontis plano parallelum. Quapropter libræ majores sunt accuratiores, quia radiis majoribus velocius indicant discrimina ponderum. Appensæ supera scapi parte, si lancem alteram depresseris, redeunt ad æquamentum, quia supra stabile examen, pars librilis amplior erecta est. Appensæ infera scapi parte nō redeunt, quia infra fixum examen pars librilis amplior est. At si medio in jugo veroque librilis centro appensa libra sit, æquipondiæ lances quocunq; dispellantur, perpetuo tamen redeunt. Gravia enim æquamenti sedem nacta gravissima sunt, quæ situm deinceps quemlibet affecuta, tanto leviora fiunt, quanto longius ab æquilibrio semota sint. Ista videlicet libra summus ille Deus universum mundum libravit, qua consisterent in medio mundi æquamento gravia, indeque dispulsa undiq; redirent ad idem medium, & quidem tanto velocius, quanto propius accederent. quod geometricé suo tempore demonstrabitur: Est enim Jordani hac de re luculenta demonstratio. Libra igitur rotundæ figuræ anima quædā est ipsa oculis subjecta, quanvis ejus corpus nusquā appareat, quod in cætera

H 2 multó

multò magis sit admirandum, ubi non jam dico nullus circulus, sed lanx unica sit, atque interdum lanx omnino nulla: unico tamen unco & æquipondio jus & æquitas in ea ponderatur, & ubi libræ species nulla sit, pro infinitis per totum jugum spatiis æquipondio vagante innumerabiles libræ reperiuntur. Quamobrem mechanica rotundi anima potius, quàm figura hanc in hominum genus beneficentiam exercet: beneficentiam, inquam, tantam primis hominibus visam, ut Astrea libræ videlicet inventrix pro dea justitiæ culta sit, & in cæleste signum relata, æqualiter tempora diei noctisque distribuit, unde poëta,

Libra die somnique pares ubi fecerit horas,

Et medium luci atque umbris jam dividet orbem.

Quare hodieque imperatorum, regum, civitatum, tribunalia & fora, non græcas romanasve legislatorum tabulas, sed libram definienda & demonstranda populis justitia in Astreæ manu constituunt. Quapropter metamorphosis è rotundo in libram prima ejusmodi fuit primis hominibus, ut inde geometricum numen coleretur. Verùm heus Aristippe, dormis fortasse, neque satis ea quæ contra calumniam tuam dicuntur, animadvertis. Rotundi anima alteram sibi machinam multo subtiliorem machinata est. Eccquamnam, inquies. Vectem, inquit Aristoteles, μόχλος καὶ μοχλὸν græcis dicitur. Palus est acuta cuspide: Hic circuli nulla peripheria, nullum centrum apparet, diameter est tamen, terminique duo pondera sunt, alterum lingua, alterum caput. Ad locum autem ponderi propiorem presſio seu fulcimentum lapidis aut durioris cujuslibet materiæ, id est hypomochlium, subjicitur. Ergo mochlium subjecto hypomochlio pondus levabit unius hominis viribus, quod multarum manuum conjuncta multitudo levare nequeat. Itaque in altis ædificiorum substructionibus unus vectis pro multis fabrorum manibus superest, modoque pondera lapidum, trabiumque fabris & architectis sublevat, modò eisdem collopis forma suculas versat, modò tollenonis specie aquas è puteis olitoribus exhaurit, modò phalangæ forma bajulis & phalangariis proportionalia radiis pondera partitur, modò jugi nomine in aratro bobus æquum arationis laborem dispensat. Vectis igitur hominum generi commoditates maximas & amplissimas machinatur, sed vectis plerumque inversus est, terraque vel aqua est pro levando onere, mobilis ponderis angulus pro hypomochlio & presſione, qualis plerumque vectis est, in aquis præsertim, in quibus non jam sustollit onera, sed rotarum instar currum vehit. Hinc enim transmisſio fluminum atque æquorum hinc toto mundo mare perambulatum. Quare remus agit atque impellit navigium: quia vectis est: scalmus est, hypomochlium: mare, mobile pondus: remex est vectiarius. Gubernaculum exiguum in extrema puppi collocatum ingentes triremium moles inflectit, & quidem sedentis gubernatoris, & tanquam nihil agentis manu, quia gubernaculum est vectis & radix gubernaculi est hypomochlium. In extremo autem gubernaculum collocatur, quo facilius obliquet navim, indeque motus ad proram facilius perveniat. Modica enim motio in puppi facta, ad proram latius extenditur. Aequalium siquidem angulorum

major

major cruribus, major est basi. Age verò ad mathematicam Aristotelis philosophiam propugnandum, Aristotelis arma copiosius expediantur. Quæ vis igitur imperare ventis, velut equis potuit, ut navigia tanquam plaustra veherent, idque facerent modò vehementius, modò remissius? Vectiarium, inquiet mechanicus Aristoteles, imperium istud fuit. Malus enim mochlium est: edolium vero calxve mali, hypomochlium: Itaque quanto altioribus antennis ad summa carchesia velum suspensum fuerit, tanto vectis aurigatio velocior erit ac vehementior. Hinc etiam in spiritus non imperium, sed tyrannis quædam inventa est, ut invitis ac repugnantibus ventis tamen Geometria abuteretur, velis nempe à puppi remissis obliquè modiceque ad proram obliquatis remigum inhibitione contraria: Et sic nimirum Palinurus Maronis machinatur,

Colligere arma jubet, validisque incumbere remis,
Obliquatque sinus in ventum. —

Magna igitur exiguæ machinulæ opera sunt, sed quia quotidiana sunt & ordinaria, mirabilia videri non solent. Ac primos θαυμάτων istorum authores credibile est seculis suis admirabiles fuisse. Hinc Dædali & Icari fabula: hinc Neptunus etiam deus maris effectus: & certè poëtæ mechanicam, opinor, veritatem secuti, Neptuno tridentem tanquam mochlium attribuerunt, ipsumque μοχλευτὴν, id est vectiarium nominarunt, & sic apud nostrum eundem poëtam ista machina trojanæ naves scopulis illisæ sublevantur.

Cymothoe simul & Triton adnixus acuto
Detrudunt naves scopulo: levat ipse tridenti,
Et vastas aperit Syrtes, ac temperat æquor.

Quapropter ut libra Astreæ, sic vectis Neptuno consecratus est. Libra suum numen suamque deam sibi reperit, vectis etiam suum sibi numen, suum deum reperit: Neptunus græcis poëtis est μοχλευτὴς tanquam concussor & machinator, quia terram mareque moveat & concutiat. Quod verè quidem dicitur, sed ea vis parum animadvertitur, unde machina nempe neptunii tridentis vectis est, & Neptunus ipse mochleutes vectiarius est, vectisque machinatio verè terræ marisque commotio concussioque nominatur, cum terra marique pondera vectis tam multa moveat concutiatque. Itaque hic alterum è geometricis utilitatibus numen sacratum est. Sed infinita sunt vectis opera & emolumenta: vectis non solùm levandis & portandis ponderibus, fabris, architectis, olitoribus, bajulis, agricolis, nautis opitulatur, sed sylvas, latomias & liquidorum præla ingressus, ligna, marmora dividit, vina, olea, unguenta exprimit. Etenim duplicatur in cuneo, magnasque moles arborum & marmorum duobus in contrarias partes distrahentibus vectibus divellit, pars acuta secat acumine, superficies utrinque planæ altera deorsum deprimit, altera sursum erigit. Hypomochlia sunt ora utrinque cuneum excipientis rimæ. Sic uvæ, oleæ, mala, pyra, cæteraque humida prælis subjecta cuneis premuntur, & quidquid liquoris habent, persolvere domino compelluntur. Ex eadem facultate secures exertæ, cunei nempe tanquam malleo alligati. Sed præcipuas vectis laudes machinulæ duæ

forceps & forfex quotidiano & propè perpetuo hominum usu complexæ sunt. Etenim uterque vectis communi hypomochlio duplicatus est. Ecquid (inquiet irridens hoc loco Aristippus) etiamne geometriæ usum in officinis omnium opificum reperies? Certè dicet Aristoteles & mechanici qui vulgò appellantur nil nisi geometriæ practici quidam sunt & geometrici usus discipuli, quamvis ipsam Geometriam ignorent. Cogita igitur, quibus tandem manibus candens ferrum, æs, argentum, aurum, ab infinitis opificibus metalla tractantibus exerceantur, digitos illos, vectes, manus illas forcipes esse intelliges.

Prensant enim, ut poëta noster ait, *versantque tenaci forcipe ferrum:*

Meditetur itaque Aristippus quibus cultris tonsores capillos hominum, pastores vellera ovium, sartores pannos vestimentorum, opifices alii plumbum, stannum, ferrum etiam argentum atque aurum: metalla denique omnia secent, cultros illos forfices vectiarios, communique hypomochlio cuneatos intelliget. Has igitur duas machinas, nisi geometria vitæ humanæ suppeditasset, quot & quantis ad commodè apteque vivendum adjumentis hominum genus privatum ac destitutum esset? Quare vectis fabros & architectos, vectis olitores, vectis per omnia flumina mariaque naviculatores & navitas, vectis lignatores, lapicidas, marmorarios, vinitores, olearios, unguentarios, serrarios, aurifices, metallicos, chirurgos, tonsores, pastores, sartores: omnes deinde opifices beneficiarios habebit. Quid plura? cum primis hominibus deus esset egregiis emolumentis mortales adjuvare, mirum esse non debuit, si geometria divinos honores tam variis numinibus adepta sit. Quæ cùm Aristoteles ita fere nominatim recensuerit, nonne Aristippo mathematicas artes ut inutiles irridenti irasceretur, diceretque quod in philosophia dicit, mentiris Aristippe, mathesis non est hominum vitæ inutilis: sed vita hominum sine mathesi, non inutile modò sed miserabile ævum traheret. Aristippus hic expallescet, opinor, seque turpi vel ignorantia vel malitia lapsum confitebitur: gratiasque habebit Aristoteli, debebit certe, qui mechanicam talem, id est tam popularem alterum geometriæ usum exposuerit: unde intelligeremus Platonis illud oraculum esse longè longeque verissimum, deum in administranda mundi machina μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, cùm in administranda humana vita hominem μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν videamus. Ideoque ex hominibus deo propinquos charosque esse, qui geometriæ studium colunt ac tuentur, tanque singulares hominum generi commoditates exquirunt. Fatuè autem & stolidè imperitos, vel flagitiosè improbos qui vituperant & calumniantur. Sed enim Aristotelea tot utilitatum mechanica subtilior & acutior est fortasse, minusque ab Aristippo percipitur, crassiora igitur magisque ante oculos posita mechanicæ commoda differamus. Metallica Aristoteles confitetur parum sibi perspecta esse: Geometria tamen huc finem usumque suum dilatavit. Agite igitur, erigantur animi, atque attendant ad mechanicas geometriæ actiones & utilitates, quas deinde proferam. Pluto divi-

tiarum

tiarum deus fingitur à poëtis apud inferos regnare, credo quòd universa argenti aurique vis in terræ visceribus occulta teneatur. Cùm itaque de mundi nobilibus scholis studiosè mortales omnes, qui alicunde peregre ad nos rediissent, percunctarer, nulla in gente tam multas mathematici studii scholas comperiebam publicis stipendiis ornatas, quàm in Germania, caussamque unam esse subterranea audiebam illa Plutonis regna, quod maxima principibus & liberis civitatibus penderentur tributa è fodinis auri argentique & cæterorum metallorum, quę geometrico innumerabilium machinarum artificio pręcipuè sustinerentur ac sarcirentur. Ergo germanicus ille Pluto geometricis manibus divitias suas Germaniæ effodit atque eruit. Geometria nobis Astream in libra & Neptunum in vecte consecravit: jam Plutonem etiam suis machinis deum fecit. At romanus ille Curius gloriosius esse judicavit aurum habentibus imperare, quam aurum ipsum possidere. Quare fictitios hosce deos, commentitia ista numina prætereamus, subterraneisque divitiis illis omissis divitiarum potius ipsarum dominia imperiaque meditemur. Hæc enim Aristippe tibi gratiora erunt, & tamen à geometriæ copiis etiam comparata. Hic enim geometriæ mechanicæ præcipuum regnum est. Ergo à metallica mechanica ad militarem mechanicam transeamus. Etenim, ait ille noster Plato de principe civitatis, ad castrametandum, ad occupandum locum, contrahendum & laxandum aciem, tum copias cæteris modis ordinandū in ipsis & itineribus & præliis plurimum interest, geometricusne sit, an non. Perpendantur hæc Platonis verba singula. Castrametatio, ait Plato, geometrica est. Etenim signum à centurione tanquam punctum ponitur, unde vel circulus, si copias exiguas videri oporteat, uel quadratum, si magnas, circumquaque certo intervallo describitur: dimetiente linea transversa latera secantur. Itinera in pontium & navium fabrica, in fluminum derivatione, equitum hinc & illinc inter pedites medios collocatione, geometrico artificio conficiuntur. Quid tum verò? Locus iisdem artibus oppugnatur & propugnatur: hinc enim aggeres, vineæ, turres ambulatoriæ cæteræque machinæ oriuntur. Machinalis illa geometria fuit Archytæ, Eudoxi, Archimedis, Procli, Prisci, è quorum historia tota ista utilitatis quæstio tractari expedirique potuit. Ergo Geometria utilitatem hanc militiæ dedit: sed eadem suis figuris præliorum varietates admirabiles efficit. Cuneo facto pauci Cæsaris milites, Sicambrorum nescio quot millia perruperunt & incolumes evaserunt: Orbe autem facto trecenti legionarii sex millia Morinorum amplius horis quatuor sustinuerunt: Quin si orbis multitudine hostium circumventus sit, longitudo quam maxima veluti rectæ peripheriam exequantis porrigatur, alternisque conversis cohortibus corona hostium dextro sinistroque cornu media dividatur, divisaque profligatur, cæteraque illa in militia Cæsaris à nobis explicata, quid aliud quàm velut in abaco geometriam demonstrant? Quapropter platonicæ mathematum utilitates istæ magnæ sunt & illustres: patriam & Remp. non solum hostili servitute liberare sed subacto hoste finibus amplificare, provinciis augere, felicem denique ac fortunatam facere

Geome-

Geometriæ geodæticæ usus magni sunt: geometriæ per totas humanæ vitæ partes, terra marique mechanicæ usus magni sunt: magni in metallis, magni in prælis: Quapropter qui regnare atque imperare cupient, mechanicas istas Geometriæ vires & facultates exquirant necesse est. Quid multa? da mihi hominem geometricis facultatibus ac viribus armatum: hunc tibi pro multis millibus præstabo. Esto apud barbaros & agrestes Americæ populos inter infinita millia unus grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, arithmeticæ facultatibus, quæ animi propriæ sunt ornatus: Hic eloquentia sapientiaque animi cæteris animis imperabit, omniumque consensu animus ille, rex animorum erit. Itaque geometricæ vires in aliquo uno corpore similes illis animorum viribus sunto: corpus istud geometricis armis armatum, sic in corpora ut animus ille in animos imperium habebit. Quod ne cui ut admirabile, sic incredibile videatur, quid aliud Alexander magnus cum millibus 30. domuit innumerabilia millia, demonstravit? Ergo in Germaniam unicam mathematum scholam, vel potius unicam militum officinam tendamus. Etenim subit hoc loco gentis ut procera robustaque corpora, sic animos fortes mathematicis viribus elatosque suspicere atque admirari. Finxit vetustas Martem in Thrachia genitum: Vulcanum cælitus nescio quo delapsum: fabula utraque in Germania revera ac veritate fidem accepit. Nullum hodie in Gallia, Britannia, Dania, Polonia, Pannonia, Italia bellum sine Germano milite geritur. Germania generum omnium arma quotidie nova machinatur, vicinis omnibus populis largitur: Germania suis bellis, quibus ipsa quotidianis ac fere perpetuis veluti confirmandæ virtutis ludicris exercetur, non modò sine externo milite abunde sufficit, sed vicinis bellis viros, equos, arma suppeditat. Hæc verè Martis schola est: hæc Vulcani officina est. Sed Martem, Vulcanumque, Martisque scholam & Vulcani officinam mathesis genuit, aluit, informavit. Henricus Hassianus centesimo abhinc & octogesimo ferè anno primus mathematicas artes Lutetia Viennam transtulit, unde brevi tempore per universam Germaniam proseminatæ mathematicorum tanquam familiæ, indeque mirabiles tres artes sunt inventæ. Primò bombardica seu tormentorum bellicorum mechanica: cujus usus bello Veneto contra Genuenses, qui se interfici sentiebant: quo tamen teli genere non animadvertebant: bello inquam, Veneto circa annum fere 1400 primùm innotuit mundo, á germano quodam nominis ignoti primum repertus: deinde multis modis auctus & amplificatus. Secundo ex eadem gēte mathematico beneficio prodiit typographia, quæ videtur in Purbachii tabulis ad Regiomontanum referri, inter cujus opera saltem tentata ars illa mirifica literarum formatrix appellatur: neque chronologia repugnat, cum primum typographiæ exemplum Mogontiæ editum sit anno 1466 á Petro Gernefo puero Joannis Fustei, ut constat è Ciceronis officiis, quæ prima omniū librorum typis æneis impressa sunt: exemplar officiorum istorum habeo in membrana impressorum: quæ ad finem hanc adscriptionem continent, Præsens M. Tullii clarissimum opus Ioannes Fust moguntinus civis non atramento, plumali, canna, neque ærea, sed arte quadam per-

dam perpulchra, manu Petri de Gernshem pueri mei feliciter effeci, finitum anno M. C. C. C. C. L X V I. quarta die mensis Februarii. Hæc inquam adscriptio postrema, tempus indicat libri primum typis impressi. Ita ars artium omnium conservatrix, typographia è mathematis Germaniæ primum nata est. Postremo nautica atque in omnes universi orbis oras navigatio excitatis jam per universam Italiam mathematis: usus nempe astrologiæ versatur, ut in medicina, agricultura, sic præcipuè in nautica: & ea jam olim fuerat Thaletis quædam astrologia, quæ mathematicis auspiciis renovata à Columbo anno 1491, à Vespucio 1501 antipodas terrarumque atque oceani tractus omnes Aristippis atque Epicuris aperuit. Tres, inquam, hæ singulares artes, bombardica, typographia, nautica mathematicæ germanicæ inventa sunt. Itaque mathematica repente gratiam imperatorum, regum, populorum omnium admirabilem adepta est. Maximilianus imperator publicas mathematum professiones liberali stipendio Viennæ instituit. Mox tam nobile Imperatoris exemplum in singulis academiis principes liberique populi secuti sunt. Sed mathematicorum germanorum unus Regiomontanus longissimè excelluit: monimenta ingenii orbi terrarum nota sunt, sed ingenio delatus honos non omnibus fortasse notus. Vienna professore Regiomontano gloriosa est. Matthias Hungariæ rex seculo suo regum decus pro tabula astronomica pretiosam vestem & hungaricos aureo octingentos dono misit. Ephemerides annorũ triginta, novus tum & ignotus antea matheseos fœtus, ita gratus accidit, ut exemplaria singula duodecim hungaricis aureis venderentur germanis, hungaris, italis, gallis, britannis certatim coëmentibus: sed summus ille à Sixto pontifice romano honor fuit, absentem Regiomontanum Ratisponæ episcopum designatum esse. Honor igitur alit artes (ait Tullius) omnesque incenduntur ad studia gloria. Ergo mathesis in Germania præcipuè effloruit. Noriberga tum Regiomontano fruebatur: mathematici inde & studii & operis gloriam tantam adepta, ut Tarentum Archyta, Syracusæ Archimede, Byzantium Proclo, Alexandria Ctesibio non justius quàm Noriberga Regiomontano gloriari possit. Extinctis enim mathematicis Archyta, Archimede, Proclo, Ctesibio mathesis tarentina, syracusana, bysantia, alexandrina extincta est. At inter artificum noribergensium Regiomontani mathematis eruditorum delitias est, muscam ferream ex artificis manu velut egressam convivas circumvolitare, tandemque veluti defessam in domini manum reverti: Aquilam ex urbe adventanti imperatori longissimè obviam sublimi aëre procedere, atque adventantem ad urbis portam comitari. Desinamus itaque Archytæ columbam mirari, cum muscam, cum aquilam geometricis alis alatam Noriberga exhibeat. Ergo nobiles illi quondam in Græcia atque Aegypto artifices hodie nulli sunt: Regiomontani Noribergæ supersunt. Senatus enim populusque Noribergensis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaque Vernerus primum: deinde Sconeri pater & filius Regiomontani animam deinceps excitarunt. Sed illud de civitate singulare est, atque apud omnes civitates prædicandum: Stipendium dare de publico ma-

thematum professori non ei solùm qui doctis & eruditis prælegat, sed ei quoque, qui vernacula lingua latinè græceque ignaros opifices erudiat: hinc etiam nobiles sine literis artifices: imo mathematicæ disciplinæ etiam apud posteros doctores. Durerus enim pictor hanc Noribergensibus laudem tribuet. Quin siqui mechanicorum operum artifices insignes non ignavia aut culpa, sed adversa valetudine aut fortuna in egestatem inciderint, opem ferre miseris atque afflictos sublevare Noribergensium quotidiana claritas est. Superi tibi Noriberga gloriam istam perpetuo conservent atque augeant. Quid reliquas Academias mathematicis laudibus illustres commemorem? Vitembergam equidem Melanchthone fortunatam judico. Plato pro summa eloquentiæ & eruditionis authoritate mathematicum studium in Græcia excitavit: Melanchthon in plerisq; Germaniæ academiis jam mirabiliter excitatum reperit, sed Vitembergæ perexiguum: itaque pro variæ ac multiplicis doctrinæ, pro uitæ innocentioris & sanctioris authoritate, quantam meo quidem iudicio, nemo doctor vel professor, in patria consecutus est unquam, mirabiliter inflammavit: ut Vitemberga non solùm theologiæ & eloquentiæ, quibus laudibus tum præcipuè præstabat, sed mathematicæ disciplinæ studiis antecelleret. Melanchthonis hac de re præconium in Milichio, in Rheinoldo sempiternum erit: Sed Milichius medicus esse postea maluit: Rheinoldum ut primum legi, mirandum in modum probavi. Literæ erant in eo latinæ & græcæ, sermonis ea facilitas, ut Melanchthonis discipulum facile posses agnoscere: mathesis & matheseos diligentia tanta, quæ bibliothecas omnium mathematicorum, si superfuisset ætas, mathematicis cujusque modi libris expletura videretur. Et tu Peucere alterum Melanchthonis præconium in mathematicis futurus eras, nisi medicinam pluris quam mathematicam fecisses, vel potius sine mathematicis nullam constantem veramque medicinam judicasses. Gemma Lovanium, Appianus Ingolstadium, Stoflerus & Scheubelius Tubingam, Monsterus & Vurstisius Basileam, Osvaldus Friburgum, Tagautius Genevam, Nabodus Coloniam, Ioannes Stenius edito de variis artibus progymnasmate ostendit quantam mathematum laudem Luneburgensibus suis meriturus esset, si se totū his studiis penitusq; dedidisset. Herlinus Argentinam, Valentinus Engelardus Erphordiam, Rheticus & Homilius Lipsiam: Rheticus etiam Cracoviam mathematis illustravit. & literis nostris ad studium liberandæ hypothesibus Astrologiæ spem quoque illustrandæ parisiensis academiæ dederat: ac nisi medicinam mecœnatis cujusdam loco perdiscere & exercere coactus esset, jampridem alterum Copernicum mathemata celebrarent. Homilius etiam Carolo imperatori & Augusto Saxoniæ electori mathematum magister fuit, & ab utroque ampla prēmia consecutus. Hieronymus Volfius præclarum antea nomen conversionibus Demosthenis & Isocratis affecutus, præclarius assecuturus, si mathemata sicuti potest, Augustanis suis illustrarit. E' reliquis, quos superstites esse audio, musis bibliothecæ nostræ noti sunt, Daniel Santberus Stadius, quem præsentem Lutetiæ vidi, & regium professorem vidissem, nisi tum terror nescio quis plus apud eū, quàm noster amor potuisset.

potuisset. Sideiocrates egregiis ingenii monimentis mihi percharus est, ut Leovitius, cujus vaticinium illud tanquã è tripode mihi speciatim redditum, equidem sic accepi. Scribis enim, doctissime Leovitii, è magna illa syderum conjunctione, unde & purioris religionis aureum seculum brevi rediturum vaticinaris, artes quoque plurimas, quæ adhuc abditæ latuerant, emersuras, resque maximas modico impendio perfectum absolutumque iri: adeò solertia & expedita ingenia his temporibus existent. Faxit Deus optimus maximus ut hæc omnia ad ipsius gloriam, ad Ecclesiæ & Reipub. salutem referantur. Hæc tua & tuis verbis deprecatio mihi tecum communis erit: Cõmunis itaq; voti uterque reus lætaque animi cõscientia compos esto: ut & tu ex astris verum deprehendisse: & ego per inertiam atque ignaviam cursui naturæ nihil obstitisse videar. Dasypodius nobis etiam familiaribus literis notus, Herlinum Argentinæ exuscitat, & quas opes animi Herlinus Platonico illo nescio quo zelo occuluerat, in vulgus expromit. Sed infinitũ fit mathematicos omnes tot academiarum insignes nominare: Neq; dubito quin plerosque nonnullis nominatis insigniores prætercam, quosque pro meritis ingenii libenter observem ac liberaliter colam. Equidem cum de scholis extra Francorum regnũ positis studiose interrogarem, Tigurinam miratus sum mathematum professione tandiu caruisse. Pagus tigurinus est helvetiæ civitatis princeps non solùm amœnitate regionis & loci, sed singulari quodam erga doctos homines etiam peregrinos studio atq; amore. Literas latinas, græcas, hebraïcas, sed imprimis sacras alit colitque, ut jam Theologia nulla plerisque Europæ populis nisi Tigurina videatur. Ecquid verò perceptis primis literis & linguis ad politicam vel humanã vel divinam mathematis aptius vel antiquius optari Pythagora, Platone, Aristotele judicibus potuit? Itaq; felix tuis bonis & fortunata civitas una mathematum adeoq; liberalium artium reliquarũ accessione felicior quotidie ac fortunatior in perpetuũ esto. Verumenimverò Germania, quod è Germanis in Galliam profectis, & è Gallis è Germania reversis frequenter audio, principibus doctis & eruditis præcipuè fortunata, præcipueque beata est. Jucundum mihi fuit didicisse quanto mathematum studio teneãtur principes Hessiæ, Saxoniæ, Austriæ. Guilielmus Landgravius Hessiæ videtur Cassellas Alexandriam transtulisse: Sic Cassellis artifices organorum observandis syderibus necessariorũ instruxit, sic quotidianis per instructa organa observationibus oblectatur, ut Ptolemæus ex Aegypto in Germaniam cum armillis & regulis venisse videatur. Narrat Gellius è bajulo Protagora philosophum à Democrito esse factum. Narrant Germani à Guilielmo Landgravio Hessiæ, Democritica nempe solertia prædito ex Eberhardo sartore artificem singularium in astronomicis rebus operũ mirabilem factum esse. Sed Landgravii mathematica organa Augustum Saxoniæ electorem pari amore Astrologiæ incenderunt, jam sua sponte, & Homilio doctore vehementer incensum. Itaque αὐτόματον astrarium Landgravius optanti Augusto, non illud quidem suum donavit: sed elegantius alterum per opifices suos conficit. Augustus etiam ad cælestium motuum emendationem animum illo Julii Cæsaris animo nihilo inferiorem præ se ferre dicitur, si Sosigenem nanciscatur. Quid

Maximilianus Imperator, nonne hæreditariam avi Maximiliani, patrui Caroli, patris Ferdinandi imperatorum, è mathematicis studiis gloriam obtinet? Tu igitur Crato Imperatoris medice, quia eisdem singularis etiam mathematicus, imperatoriam istam gloriam amplificato. Carolus Archidux Austriæ manu fabricatus est instrumenta, quorum fabrica vel ipsis opificibus etiam operosa fuerit. Danubius isto loco Matthiam illũ Corvinum rursus ante oculos subjicit, non solum duobus orientis & occidentis imperatoribus formidabilem, sed regali in omnes laudandas artes magnificentia apud omnes nationes gloriandum & sæculis omnibus prædicabilem: ut te quoque Ioannes electe rex Hungariæ gentiumque aliarum cohortetur ad majorum tuorum gloriam. Mathias extincto Ioanne patre, obtruncato etiam fratre in vincula conjectus, tandem á fratricida rex factus est. Solymanus Turcarum imperator te vagientem in cunis infantem patre rege orbatum regnoque pene toto spoliatum regiis muneribus excepit, liberis Selymo & Bajazeti osculandum præbuit tanquam imperii consortem habituris. Itaque regia educatio in armis & omnibus ingenuis artibus deinde perpetua fuit: indeque adeo doctores linguarum atque artium excellentes ad nobilem academiam construendam undique magnis præmiis evocati. Denique purior religio summum summi futuri regis augurium suscepta, & subditis tuis communicata. Hunc igitur sic excitatæ sic exercitæ virtutis tam singularem cursum summus ille in cælo regnorum atque imperiorum & eversor & instaurator cælesti aura dirigat: teque alterum Hungaris Matthiam faciat, á quo cum reliquarum doctrinarum artifices, tum Regiomontani imprimis honorentur, & ad hæc nobilia studia excitentur. Sed in Germaniam redeo. Heidelberga mathematicis studiis etiam reconditioribus præ cæteris Germaniæ scholis non ita pridem floruit: Virdungus, Curio, Morshenius, Leovitius, aliique permulti inficiantem facile refellerent: atq; imprimis Grynæus, qui hoc tempore mathematicam professionem, qua potest industria, tuetur. Sed fama nescioque percrebuit mathemata á nonnullis academiæ patronis (à quibus tuenda fuerant) oppugnari: fama sane indecora nobili academiæ, quæ præsertim reliquorum liberalium studiorum mecœnatem tam raris virtutibus excellentem nacta sit. Itaque Palatine Comes comitum longè optime & humanissime, imperioque non Germaniæ solũ, sed universæ terræ propter eximiam religionis pietatẽ dignissime, mathematicam disciplinam inter cæteras liberales disciplinas fructu liberalitatis tuæ dignam judicato, & calumniis repressis hanc etiam inter eximias laudes tuas mathematicam laudem excitato. Unus tantæ tot tanque magnarum artium arithmeticæ, musicæ, geometriæ, opticæ, astronomiæ, cosmographiæ professioni professor, quamlibet idoneus satisfacere pro dignitate nisi diurno tempore non possit, collega tanti laboris socioque opus est. Habes domi Xylandrum cum plerisque laudibus aliis tum conversis mathematis & Pselli latinẽ, & Euclidis Germanicẽ celebratum: aliosque fortasse nobis ignotos, qui mathematicam professionem egregiẽ tueantur. Christophorum ducem Palatinum omnibus ingenuis exercitationibus

(quæ

(quæ Palatini electoris filium deceant) studiosè deditum, hujus meæ postulationis procuratorem apud te & oratorem mihi constituo. Valde enim confido paternæ gloriæ patrimonium tam locuples non esse contempturum. Ultimus Septentrionis Bootes ille, quanvis cæli motu tardus, tamen ingenia ad mathemata percipiendum colendumque prompta velociaque genuit. Christianus rex Danorum & Norvegorum mathematis vehementer oblectatus, Haffniam academiam his instituit: Tibi verò Erice rex Suecorum, id est Gothorum Cymbrorumque gloriosum est à teneris annis expeditissimum latinæ linguæ usum habere, omnes liberales artes amplecti: Upsaliam literarum academiam subditis imperio tuo populis liberaliter imperiri. Memēto igitur quæ Huberto Langueto laudum tuarum per Galliam præconi de promovendis ingenuis artibus receperis, eaque, ut docto & magnanimo rege dignum est, cumulatè præstato. O' beatam Germaniā, quæ tales principes habeas! Astræas antea Neptunos, Plutones, Martes, Vulcanos in mathematicis tēplis suspeximus, jam Mercurios suspiciemus: Neque mathematica tantùm est armigera germanis, sed conciliandæ pacis interpres est atque internuntia. Duo lubet ad duos Cæsares conciliandum nobilia exempla commemorare Christianus rex Daniæ, à Cæsare Moscovitarum pacem pro Livonia impetrare cupiens misit argenteum αὐτόματον cælestium motuum affabrè atq; artificiosè factum cum aliis muneribus: cætera quidem munera Moscovita accepit: αὐτόματον verò cùm didicisset cælestium motuum organum esse, contumeliosè derisum Dano remisit, inquiens ipsum de cælo stultè solicitum esse, cùm de terra inter ipsos armis certaretur. Hic Cæsar dicitur ducentis equitum millibus comitatus in prælium descendere: At videmus ab humanitate quam inermis nudusque sit. Hunc Aristippo vel Epicuro discipulum in disciplinā, si lubet, tradito: Virgilium in Bonifacii gratiam cupidissimè condemnabit. Alterum exemplum est de Imperatore Turcarum, qui ad imperii sui fines propagandum, mathemata studiosè perdiscunt, & in arithmeticis, geometricis astronomicisque artibus summos doctores habent. Sed hoc exemplum alterum ut illustrius, ita magnificentius à Paulo Jovio narratum est, cùm de legatis Ferdinandi Imperatoris ad Constantinopolitanum Cæsarem loquitur. Tulere, ait, munera, excelsum germanico more ex auro poculum, lectissimis exornatum gemmis, eruditaq; insuper admirationis argenteam machinam, in qua non horarum modò spatia, sed errantium etiam syderum motus, menstruique Solis ac Lunæ coitus, exactissima ratione monstrabantur: intus scilicet dentatis rotis, certisque ponderibus, admirabili momento, vel in multum ævum minutissimas temporum mensuras dispensationibus: quin inter celeres tardosque orbes, in tam vario inæqualique polorum ordine, audaci quadam supremi motoris æmulatione conjuncta congruerent. Ea à peritissimis astronomis excogitata perfectaque Maximiliani Cæsaris fuisse dicebatur, cujus ingenium nobili semper studio, nec deterrente unquam sumptu rara atque admiranda concupivit. Hæc Jovius, à quo paulo post narratur, ut legati lautè splendideque excepti tandemque remotis mensis ad Solymanum

sunt introducti. Illata quoque est illa machina succollantibus duodecim servis, quæ Solymani animum & barbarorum oculos admiratione complevit. Adduxerant enim artificem, qui solutis machinæ fibulis interiora admirabili rotatione circumacta repanderet: is libellum quoque detulerat, attritæ vel luxatæ machinæ remedia continentem, tradentemque præcepta, quibus tot orbium cursus nunquam interitura ratione regeretur. Ea enim ingenii subtilitate Solymanus fuit, ut non modò sacris literis, quibus superstitionis suæ leges continẽtur, esset eruditus, sed astronomiæ cosmographiæque præsertim curiosè operam daret Hammone medico ex Bethica oriundo perdocente, quum vir acutus singulas terrarum regiones sinusque maris in membranis depictisque orbibus demonstraret, ut inde regius animus per otium utili & peramœna delectatione caperetur. Hæc igitur Byzantii Cæsaris humanitas sarmaticæ illius feritatis longè dissimilis fuit, quæque Aristippis nostris atque Epicuris flagitiosæ calumniæ pudorem afferre debeat: cùm videant apud barbaros & immanes populos, qui vulgò creduntur, eam mathematicis reverentiam ac penè venerationem exhiberi. Et quidem mathematicus iste inter reges Mercurius nequaquam modò natus est. Inter munera à Persarum rege ad Carolum Magnum missa scribitur fuisse horologium αὐτόματον mira arte fabrefactum, quod sonitu tintinabuli horas distinxit & indicavit: Idque præcipuè Carolus est admiratus & imitatus est: Neq; id in Persis mirum, ut qui primam juvenilis ætatis eruditionem in arithmetica & geometria ponerent, in eoque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententiam verè sequerentur. Quę cùm ita sint, mathesis intelligitur esse non solùm belli, sed pacis comes & administra. Quamobrem mathematici per universam Germaniam professores, mecœnates vestros nõ tam fortuna & opibus, quàm virtute & ingenuarum artium dignitate præstantes amate & colite: vosque generosi vereque germani principes, populi liberi Spartam vestram exornate. Vnicus in academia una, quod in plerisque est, mathematicus professor grave onus sustinet. Astronomica itaque ferè geometricis minus excultis tractantur. At geometria, sphærica, conica, cylindrica, totaque stereometria doctoris industriam diligentiamque valdè jampridem desiderat, & è partibus illis derelictis magis admirabiles fructus expectari possint. Professores itaque binos singulis academiis decernite, alterũ arithmeticæ, musicæ, geometriæ, opticæ, alterum scientiæ astrorum variæ & multiplici geographiæ præficite. Tibi verò dux Auguste, quoniam augustas illas Cæsaris cogitationes suscepisti, non Sosigenem tantùm; sed Regiomontanum, Copernicum, Rheinoldum exoptabo, qui astrologiam jam à nobis exoptatam non è fictis hypothesibus, sed ex ipsa astrorum veritate ac natura solis arithmeticis & geometricis fundamentis innixam & fundatam moliantur ac machinentur. Illa fuit Astrologia Chaldæorum, & ante Aristotelem Aegyptiorum & Græcorum. Neq; ideo quisquam mihi persuaserit Germaniæ difficile futurum, quod Chaldæa, Aegypto, Græciæ facile quondã fuerit: neq; methodi vel artis specie fabulam hypothesium prætexam, quam contra omnes logicas bene instituẽdæ artis leges confictam video.

Sligan-

Seligantur logicæ, arithmeticæ, geometriæ artifices, non solùm præceptis sed usu bene atque accuratè confirmati, & jubeantur remotis hypothesibus & commentis, imò verò observationibus veterum, cælum tanquam modò factum intueri, omnia motus cujusque momenta notare, experimentis variorum & observantium & locorum & annorum ratione & proportione comparatis, si modò constans in cælo quicquam est, catholicum theorema tandem logicè inducetur & concludetur: Sin varium temporibus & mutabile seculis cælū est, scientia vel ars hinc effici nulla unquam potuerit. Puriorem igitur illam ac synceriorem astrologiam, Dux Auguste, sempiternam gloriæ tuæ palmam consecrato. Dixi paulo ante Melanchthonem in ora Saxoniæ mathematicis studiis excitandis germanicum Platonem fuisse. Tuæ jam, Camerari, partes illæ sunt, qui reliquus es ex illis argonautis ad virtutes, ad laudes, ad disciplinas publicas tuendum. Neque enim tu latinis tantùm græcisque literis ornatus ita es, ut excellentem professorem decet, sed mathematis sic instructus esse voluisti, ut mathematicæ professioni facilè par esses: Tuæ, inquam, sunt partes cum Peucero tibi communes, ne patiamini in vestro principe tam cælestes animi divinosque motus inanes fuisse. Hubertus certè Languetus, ut mihi valdè persuadeo, cùm in Saxoniam redierit, utrumque vestrum ad hoc opus alacriorem faciet, gloriamque Augusti sui omni studio, diligentia, mente denique tota procurabit. Hic etiam te Sturmi, parentem argentinensis academiæ, quam è privata schola publicam academiam imperatoriisq; præmiis & honoribus [universitatem fecisti, cohortabor, ut ad præclaros tuarum laudum titulos hic unus accedat atq; modo prædicetur, Sturmius argentinæ latina græcaque studia, rhetorica & philosophica instituit: sic item prædicetur, Sturmius etiam mathemata altero professore amplificavit. Dasypodium itaque nostrum consorte mathematicorum laborum socioque sublevato. Sed mathematicas artes utiles esse differebam: Germaniam mathematicis opibus opulentam esse, mathematicis armis reginam gentium dominamque factam. Traducamus in omnes Galliæ academias mathematicas Germaniæ professiones, fodinis auri atque argenti, quibus olim abundavit, Gallia rursus abundabit. Mars gallicus, Vulcanus gallicus efficietur, Galliaque rursus, ut olim & sibi & vicinis bellis militem abundè suppeditabit: imò, quod bis antea accidit, primum Belovesso, deinde Gothofredo ducibus gentium omnium victrix efficietur. Verumenimvero cùm tam solicitè mathematicas utilitates collegerim, exque Pythagoræ, Platonis, Aristotelis præscripto physicum neminem aut politicum, nisi prius mathematicum, esse differuerim, vereor ne moribus nostris importunus esse videar, nimiumque oneris nostris hominibus imponere, maximo Aristotelicæ philosophiæ sed præcipue civilium legum studio occupatissimis. Sed de Aristotele deque reliquis artium liberalium magistris sententiam alias amplissime exposui, ut regendi & conformandi sint: De Iurisprudētia & scientia facultatis civilis majus est opus. Itaque politicos omnes & magistratus, atq; uno nomine civitatum curatores, patronos,

patronos, judices isto imprimis loco attentos esse cupio. Romanam politiam infinitis libris confusam magis quàm descriptam, vel impendio melioris ætatis, ut in Ciceroniano jampridem conquesti sumus, perdiscendam arbitramur, utilitate an dignitate adducti, nihil hic moveor. Utilitatem enim & dignitatem eandem vel etiam majorem cupio. Romani de condendis legibus soliciti, Athenas & Lacedæmona legum sapientia inclytas esse audierant. Itaque legatos eò dimisêre, qui non quaslibet sanctiones, sed ex omnibus legalem prudentiam romanis moribus congruentem seligerent, romanòque sermone describerent: hinc duodecim tabulæ ad verbum pueris edisci solitæ. Franci de condendis legibus soliciti, Constantinopolim videlicet jurisprudentia cæteris gentibus præstantem legatos decrevêre, sed legatione longè dissimili. Nam pro duodecim tabulis populari lingua descriptis, myriades legum ignoto francis sermone descriptarum, aggregatæ sunt, quæ in scholis multorum annorum auditione vix ac plerunque ne vix quidem intelligerentur. Ecquid veró nullâne unquam in tot Franciæ tribunalibus & academiis florentissimo præsertim omnium liberalium atque artium seculo ingenia præstare francis suis poterunt, quæ pastoritius & sine literis populus patriæ suæ præstitit? Utrum confusio & obscuritas formidatur? At unicus elementorum mathematicorum liber decimus, confusione & obscuritate omnes Justiniani pandectas facilè superabit. Et inventus tamen est, qui non modò hominum nulla laude invitatus, imò contumelia affectus, confusionem & obscuritatem non decimi tantùm, sed omniũ omnino elementorum alacri animo devoraret. An præstãtissimos Franciæ jureconsultos idem experiri nefas erit? Utrum Jacobus Cujacius, ut pro multis millibus unũ nominem, viribus suis imparem provinciam istam judicabit? Certè imparem atque inferiorem, cùm nullus adhuc tam desertus in tota tot legum vastitate angulus fuerit, quem non ingenii doctrinæque luce pellustrarit. Confusio igitur & obscuritas in romano jure nequaquam tanta est, ut latinè græceque peritum, ut in rhetoricis, logicis, mathematicis, physicis, politicis versatum, sed maximè omnium in logicis exercitatum, deterreat: & tamen nobiles animos pudor hic excitare debeat. Nam si de barbarismo, de figura, de syllogismo quæstio in forum veniret, ad peritos artis referre, opinor, pudeat, quia hæc ingenuè educatum scire æquum sit. De hercíscunda familia, de dirimendo lucro damnove, de regundis finibus aut figurandis, de pariete caduco, de structuris ad perpendiculum exigendis, deque similibus mathematicis problematis ad peritos artis referre, id est de principiis ingenuæ doctrinæ dubitare, quid Pythagoræ, Platonis, Aristotelis judicio fuerit? Utrum Verres ille redierit è tertia Verrina ἀγεωμέτρητος, ideoque Ciceroni deridendus? Tu Verres (ajebat) architectus Prætori, hic quod moliare nihil habes, nisi fortè vis ad perpendiculum columnas exigere: homo (ait orator) omnium rerum imperitus, quærit quid sit ad perpendiculum. Itaque ne Verres sæpius à Cicerone derideatur, jura & leges duodecim tabulis francico sermone francia describito. Nulla quondam Athenis & Lacedæmone, nulla etiam Romæ in Consti. repub. cognoscendis juris academia fuit. Legislatores

illos in

illos in astris ponimus: Imitemur igitur eorum sapientiam: academia juris audiendi nihil opus erit: Tumque ætatis ad mathematicas artes perdiscendum satis superque fuerit. Tempus peregrinis legibus, & plerunq; nihil ad patriæ mores pertinentibus consumi solitum, liberalibus artibus impendatur, æquitatis ac justitiæ fontes illic invenientur, quique grammaticas, rhetoricas, logicas, mathematicas, physicas, politicas Aristotelis & Platonis, Euclidis, Mosis & Pauli leges didicerit ad controversias civium dirimendum, non multas præterea leges requiret. At, sancte deus, si quis unquam vel in Græcia vel Italia gloriam istam conformatæ jurisprudentiæ adipisci potuit, tu, meo judicio, unus es Michaël Hospitalis cancellarie præstantissime, cujus non solùm consilio, & omnium nobilium artium intelligentia, sed integritate atque constantia regni tot miseriis afflicti status retinetur & conservatur: Tibi in tot periculis turbulentissimæ tempestatis mens illa Catonis nunquam defuit, ut à recto metus ullus te abduceret: Tessera denique tua fuit illa,

Ὀρθὰν τὰν ναῦν, ἅπαξ θανεῖν.

Tu, inquam, unus es, qui tantùm opus præstare possis: nisi forte & jam præstiteris, sed tibi, nondum patriæ. Verùm ad mathematica redeo. Respub. beatas fore, dixit Plato, cùm reges in ea philosophabũtur, aut philosophi regnabunt. Tantùm veró boni nunquam patriæ equidem invidebo, sed magistratibus philosophiæ tantum optabo, quantum vel septem annis percipi in tenera ætate possit ad ingenuitatem animi, ad jus suum cuique justius tribuendum reddendumque, ad fraudes cavendum & evitandum. Dixit idem Plato *τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν*, ut qui in regenda rep. idem faciant, se divinorum studiorum imitatores esse recordentur. Itaque nihil hic opto, quod principibus, regibus, summis gentium imperatoribus didicisse gloriosum non fuerit. Quæ cùm ita sint, veniat jam Aristippus, veniat Epicurus & mathematicas artes, ut inutiles, cavilletur: Certé in Germania calumniator nõ audietur: Aristotelis stomachus protinus objicietur: Mentiris Aristippe, nec enim si mathematicæ artes verbo pulchrum aut bonum non appellent, opera autem & rationes demonstrent, idcirco de bono & pulchro nihil profitentur. Præstantissima siquidem pulchri & honesti species est in ordine, symmetria, comprehensione, quæ mathematicis artibus præcipuè demonstrantur. Hoc argumento mathematum gloria adversus calumniatorem ab Aristotele defenditur. Aristippus, inquam, in Germania non audietur, imó flagris, si in illas cathedras irrepserit, expelletur. Tulit olim Germania Bonifacios & Utilones, hodie non ferret. Veniat Epicurus, & in Platonis academia mathematicas artes cavilletur. Plato, ait Tullius, è figuris planis circulum, è solidis globum pulcherrimum esse censebat: Epicurus tanquam præ se ferret se expertem esse doctrinæ, & tanquam quoddam novum oculorum judicium haberet, conum sibi ajebat & cylindrum & pyramidem pulchriorem videri. Sed, ait stoicus ille Ciceronianus ad Epicureos, Hæc non videtis, quia nunquam eruditum illum pulverem attigistis, ne hoc physici quidem intelligere potuistis, hanc æqualitatem motus, constantiamque ordinum in alia

K figura

figura non potuisse servari. Itaque nihil potest esse indoctius,quam quod à vobis affirmari solet. Nec enim hunc ipsum mundum pro certo rotundum esse dicitis. Nam posse fieri,ut sit alia figura,innumerabilesq; mundos, alios aliarum esse formarum, quæ si bis bina quot essent, didicisset Epicurus, certè non diceret. Sed dum palato quid sit optimum,judicat,cæli palatium,ut ait Ennius,non suspexit. Quamobrem mathematicæ calumniatores erubescant aliquando, & inutilitatem falso criminari desinant,calumniæ periculum gravius ipsis impendet quàm arbitrentur. Nihil isto loco licet adversus Cyclopas & Polyphemos terrendi caussa mathematicis miraculis abutar. Columbus mathematicus insignis militari seditione in insula Jamaica laborabat, Jamaicensibus propterea ipsius mandata despicientibus, syderis defectus instabat mathematico notus, denuntiat barbaris cælestem vindictam postridie sensuros esse. Itaque cum dicto die barbari lumen cæli deficere animadverterent, tacti religione protinus imperata faciunt. Strategemate ejusmodi non abutar, verum proponam. Nostine igitur ὁμηρομάστιγα,

Ingenium magni livor detrectat Homeri
Quisquis es,ex illo zoile nomen habes.

Hic cum sua in homerum scripta Ptolemæo regi recitasset, rex indignatus nihil ei respondit: Cumque Zoilus inopia pressus à rege subsidium vitæ peteret: Homerus,rex ait,multos pascit:quare tu qui illo doctior es,saltem te ipsum pasce: Tandem Zoilus patricidii damnatus,jussu regis cruci affixus est. Quid mathesis? quid Aristippe tibi faciet? Zoilus poëta fuit,& poëticæ laude Homerum superare contendit: tu mathematica ignorantia etiam te gloriosum facis, dum palàm mathematicas artes sine fine,sine populari usu esse clamitas,& tamen doctrinæ atque eruditionis nomine regibus commendari cupis? Quid si Carolus Ptolemæum imitetur,tibique respondeat,Mathesis innumerabiles toto terrarum orbe mortales pascit, ejusque professoribus honoris ergò stipendium proposui:Tu mathematicam ut inutilem calumniãdo,& omnis ingenuæ scientiæ initia ignorando,mathematicæ eruditionis fructum in mathematicæ calumniæ præmium requires? Sed reliquam Ptolemæi indignationem prætereo,pœnas illas non persequor:pœnas tamen calumniatori calumniæ suæ debitas proponam. Etenim si Aristippo,si Epicuro mathesis suas vires ac facultates velut ingratis nebulonibus detraxerit, quæ bestia miserabilior excogitari poterit? Numerare rerum suarum nihil poterunt, nullam rationem rei cujusquam cum quoquam habebunt,nil ratione ac proportione factum judicabunt:neque stare loco,neque moveri poterunt,nil pulchrum,nil turpe symmetriæ atque asymmetriæ sensu detracto percipient: Fraudulento mensori cuilibet ludibrio erunt: de fructibus illis innumerabilibus antea commemoratis nullum gustabunt. Verùm Aristippus iste varius homo est, modo scholasticus,modo aulicus. Vituperarat alio loco mathematicas artes in odiũ patroni, apud alios alia personæ alterius gratia mirificè collaudabit,& personata philosophia placet homini,

Omnis Aristippum decuit color & status & res.

Etenim

Etenim Aristippus, ut est apud Vitruvium in prooemio libri sexti, naufragio facto cùm ejectus ad Rhodiensium littus animadvertisset geometrica schemata descripta, exclamavisse ad comites ita dicitur: Bene speremus, hominum enim vestigia video. Ergo mathemata afflictum Aristippum laudatorem habent, & spe humanitatis consolantur. Sed Aristippos nil moremur: nec Aristipporum similes deliros nescio quos, quibus mathemata putida atque odiosa sunt,

Vel quia nil rectum, nisi quod placuit sibi, ducunt:
Vel quia turpe putant parére minoribus, & quæ
Imberbes didicêre, senes perdenda fateri.

Solidas illas è mathematicis artibus, & per universam vitam diffusas utilitates recordemur: ad reliquas disciplinas physicas politicas thelogicas percipiendum, ad infinita belli pacisque opera conficiendum. Quamobrem Catharina Medicea, vides improbis calumniis honestissimas artes & utilissimas ab ignaris, ideoque scientiæ inimicis accusari. Quare

Tu ne cede malis, sed contra audentior ito
Quò tua te fortuna vocat. —

Catharinæ gymnasium, id est mathematis omnibusque laudandis artibus hospitium instaurato, & ut Laurentius Græciam antiquis authoribus spoliavit, sic Germaniam mathematicis quibusque instrumentis spoliato, tuamque bibliothecam opimis illis spoliis exornato, ut non solùm exquisitis libris, sed commodis librorum instrumētis bibliothecas omnes longissimè superet: Imò verò à Carolo rege filio impetrato, ut in omnibus christianissimi regni academiis mathemata ante physicam & politicam doceantur, neque regia liberalium artium privilegia cuiquam nisi mathematicis artibus erudito & instructo concedantur.

LIBRI SECUNDI FINIS.

P. RAMI PROOEMII MATHEMATICI, LIB. III.



HACTENUS utilitatis quæstio disputata est, obscuritatis multo major difficultas est reliqua: potest enim dici, ut jam prædictum est, utilitatem quidem mathematicæ certam esse, sed tantis obscuritatibus obsitam, ut spes assequendi nulla sit. Equidem si mathemata obscura esse negem, non satis verecundè dicere videar. Quis ignorat (ait orator) ii qui mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum & quàm recondita in arte & multiplici subtilitate versentur? Nihil igitur dissimulabo, fateor quindecim libris elementorū nihil unquam humana manu obscurius scriptum esse: fateor etiā cùm ad Euclidē pervenerim, antecedentium artiū studiū, jocum & ludū nō studiū mihi visum esse: elemētis verò mathematicis qui daret operā, eū serio studere ac discere, hic verè esse μάθησιν καὶ μαθητὴν disciplinā & discipulū. Nusquā animus magis excitatus & erectus, magis ad rem attētus conver-

fusque, nusquam judicium acrius, nusquam memoria promptior constantiorque exigitur. Potes grammaticam & rhetoricam ita perdiscere, ut earum quælibet opera prompte ac memoriter exequare, qui arithmeticas & geometricas commentationes prompte ac memoriter semoto pulvere atque abaco præstare possit, hominem arbitror esse neminem: cujus obscuritatis ac difficultatis argumentum illud est, quod ab Euclide duo fere annorum millia elementis nihil omnino detractum vel additum: quamvis ex elementorum demonstrationibus à Theone nonnihil immutatũ sit, quamvis à summis authoribus alia quædam sint elaborata, στοιχείωσιν tamen eadem permansit. Quid plura? veré quidem affirmare possum studium omnino nullum esse, nisi mathematicum, discipulumque omnino nullum esse, nisi mathematicum. Nec immerito principia studendi, elementa discendi à philosophis illis veteribus Pythagora, Platone, Aristotele in mathematis esse constituta. Verumtamen, ut Plutarchus adnotavit, obscuritas ista ubi semel initio devorata sit, ridicula videtur: & miramur id principio nobis perobscurum fuisse, quod perceptum, facillimum imo jucundissimum gratissimumque accidat. Ergo labores mathematicos, ergo studia mathematica demonstrant illæ voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratosthenis, Archimedis, Persei sacrificiis declaratæ. Verumtamen obscuritas ista, quæ mathematicis artibus tantopere objicitur, majorne est aut gravior logicæ analyseos, aut physicæ acroaseos obscuritate? At utraque obscuritas illa tum logica, tum physica in cathedris & scholis omniũ academiarum sine querimonia versatur: imó Aristoteles ipse de industria obscurus esse à suis interpretibus prædicatur. Quid igitur Euclidis potius, quam Aristotelis obscuritas improbatur? Præmia, inquies, à regibus Aristoteleæ philosophiæ, non Euclideæ mathematicæ proposita sunt. Et munera, inquam, utilitatum tam variarum jam tibi sunt proposita: & tamen privilegia regia mathematicis artibus platonicus Apollo aliquis impetrato, ut perinde Euclidis atq; Aristotelis obscuritas toleretur: & veró voti hujus compotẽ spero brevi Parisiensem academiam fore. Quapropter quid vetat nostro marte adversus istam obscuritatẽ tanquã formidabilem pueris empusam decertare? quin etiã certamẽ hoc præcipuum alacriter expetere ac deposcere, nedũ recusare? Etenim quo majore & illustriore argumento agricola agriculturam, nauta nauticam, medicus medicinã probaverit, quam si asperum agrum araverit, mare fluctuosum navigaverit, morbũ periculosum curaverit? Omniũ porró artium difficillima & obscurissima est mathematica, inquis. Ergo si logicus es, si perspicué docendi artẽ tenes, quid dubitas, aut quem locũ probandæ artis insigniorẽ expectas? hæc materies de tuis in logica studiis dijudicabit. Quapropter hoc onus nostris humeris imponamus. Et quidẽ ut fiduciæ meæ expressa signa teneantur, volo, ut medici solẽt ante morbi curationem, caussas ipsius & symptomata penitus intueri, ut de remediis cõtrariis spes amplior animo capiatur: obscuritas alia doctrinæ est, alia doctoris. Potest enim rerum natura, quæ præceptis traditur sic occulta esse ac recondita, ut facilis effici ægrẽ possit: potest cõtra doctoris esse culpa, neq; perspicuo sermonis genere loquentis,

quentis, neq; distincta & facili via procedētis. Colores alijs alij sunt obscuriores vel illustriores: sed tamē sunt omnes certo situ certaq; luce visibiles: Ita de mathematis statuo esse, illa quidem acuta subtiliaque, sed tamen modo quodam doceri instituique posse, ut minore multo labore ac difficultate perdiscantur. Atq; id omnino studium mathematicæ philosophiæ doctoribus video propositum fuisse. Sic enim Pythagoræ Hippocrates, Hippocratis Leo, Leontis Theudius, Theudij Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon στοιχείωσιν retexuit & emendavit. Virtutes igitur illorum mathematicæ procerum æmulemur & imitemur: neque varios Aristipporum latratus pertimescamus. Grammatici inquiunt rhetores, logici antea tibi in tua professione displicuerunt: mathematici etiam modò displicent. Etenim vereor ne prævaricatores istos ad meam laudem de meo sinu apposuisse videar: attendant igitur importuni reprehensores quid hic de mea professione, deque professionis caussa & origine respondeam, pauca ex ijs repetam, quæ libris alijs copiosissimé à nobis disputata sint. Socratis sapientia, vel Apollinis oraculo nonsima est, inter cuius laudes vel illa insignis ac præcipua fuit, artium liberalium fines ad humanæ vitæ fructum referre, ut homines his artibus instructi prudētius de rebus agendis deliberarent, paratiusque deliberatas ac promptius exequerentur ac conficerent: nimium in scholis esse documentorum ac librorum, id est subtilitatum atque argutiarum inaniū nimium: nautas, architectos, agricolas non fieri altercando de præceptis nauticis, tectonicis, georgicis: sed cum artes breuiter intellectæ essent, nauigando, ædificando, arando, id est, opus artibus descriptum faciendo & exercendo. Sic Grāmaticę, Rhetoricæ, Logicæ fructum bene loquendo, dicendo, disserendo metiendum ac terminandum esse: mathematum quæ tum præcipuè ferebantur, cognitionem illam quidem imprimis ingenuam & liberalem, sed usum potiorem esse & antiquiorem: arithmeticam ad mercium, ponderum, numismatum permutationem, metallorum rerumque physicarum permistionem, vectigalium publicorumque munerum rationem ac judiciorum proportionem: Geometriam ad mensuram magnitudinum, ad architecturam urbium, castrorum metationem, acierum & præliorum instructionem: musicam ad mores regendum & temperandum: astrologiam ad nauticam, medicinam, agriculturam expetendas esse. Hanc Socraticam philosophiam cùm è Platone & Xenophonte didicissem, & in Academiam Parisiensem induxissem, Socratis miseriam & calamitatem mirabilem mihi conciliaui, judicijs omnibus, pro impudente & ignaro calumniatore, pro impio etiam damnatus: religionis enim fundamentum nonnulli, tum in scholasticis sophismatis collocarant: scribere quicquam aut loqui publicé priuatimque prohibitus. Id fuit manus & linguam velut amputare: denique Socratis præter cicutam nihil nobis admodum abfuit. Verum Deus optimus, qui scit quamobrem ab ipso geniti procreatique simus, judicii huius exitum perduxit ad Henricum regem è quo soluti & pristinæ docendi scribendique libertati restituti sumus: imó veró regia professione ornari, quo non solum liberius, sed liberalius atq; alacrius institutam socraticæ philosophiæ quæ-

ſtionem perſequeremur: itaque liberali regioque præmio atque honore invitati diligentiam, curam, mentem denique totam adhibuimus in artium liberaliũ uſu exquirendo, in ſupervacuis argutiis ſecernendis. Quare, ſi dicerent reprehẽſores noſtri, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philoſophorum, Mathematicorum errores ſeverê notauit ac reprehendit, verum illi quidem dicerent. Tum veró ſi adderent, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philoſophorum, Mathematicorum laudes virtutesque quam magnificentiſsimé potuit, extulit atque commendavit, multó verius etiam dicerent: id enim vigiliis & laboribus noſtris propoſitum præcipuê fuit è via ingenuarum diſciplinarũ, ſpinas, ſilices cæteraque ſtudioſæ juuentutis impedimenta tollere, ut iter planũ, ſimplex, expeditum, directum eſſet, quo facilius ad laudandarum doctrinarum non intelligentiam modo, ſed utilitatem & fructum perveniretur. Hæc veræ & antiquæ Philoſophiæ & Ariſtoteli ſupra Philoſophos omnes uni probatæ ſacroſancta lex eſt: amicus Plato, amicus Socrates, magis amica veritas: & tamẽ iſtius antiquæ philoſophiæ ſeveritas nulla unquam in arte major quam in mathematis fuit, in quibus nulla authoris cujuſquam quantumlibet præſtantis atque excellentis authoritas pro argumento fuerit: ratione opus eſt, eaque neceſſaria, ſecus ignorantia judicatur. At grave & periculoſum certamen nobis ſubeundum eſſe video. Euclides enim duo fere annorum millia exiſtimatur toto terrarũ orbe ab omni reprehenſione liber & ſacroſanctus fuiſſe, & ſi quid poſt homines natos ſolidæ ſcientiæ comprehenſum & animadverſum eſt, id Euclidi uni acceptum refertur. Itaque Ariſtippus veritus ne reliquum calumniæ ſuæ tectorium aperiatur, contra talem doctórem, talemque doctrinam dicere, permagnæ temeritatis planeque capitalis inſolentiæ eſſe clamitabit. Quapropter Hegetorides ille Thaſius apud Polyænum nobis in mentem venit, Thaſum oppugnabant Athenienſes: legem tulerant Thaſii: qui ſcripſerit fœdus cum Athenienſibus faciendum eſſe, morte multator. Hegetorides Thaſius videns multos cives perire diuturno bello ac fame, laqueum injiciens collo, venit in concionem. Viri, inquit, Thaſii me quidem, ut vobis libet, & quemadmodum vobis prodeſt, utimini: at reliquos & ſuperſtites cives mea morte conſervate, legẽque hanc antiquate. His auditis, Thaſii & legem abrogarunt, & Hegetoridem incolumem ſervarunt. Ita mihi accidit in hanc concionem prodeunti adverſus Euclidem legibus omnibus judicio multorum mortalium ſuperiorem, ut videar maledictorum & probrorum pondus Aetna grauius collo trahere, verúm pro communi mathematum ſalute maledicta & opprobria quælibet ſubeunda ſunt. Quanquam ea me dicturum confido, quæ non modo veniam facto noſtro, ſed gratiam ſempiternam mereantur. Enimveró jam de Euclide vel Theone (pro eodem enim uterque nobis eſto) tam magnificé ſentio, quam Hippocrates ſenſit de Pythagora, Leon de Hippocrate, Theudius de Leonte, Hermotimus de Theudio, Euclides de principibus illis omnibus, Euclidiſque elementa nobilia, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Archytæ, Platonis, Ariſtotelis, & reliquorum inventa eſſe

statuo: neque ullum in totis elementis mathematicum Euclidis errorem propono. Nullus enim paralogismus, nulla ψευδογραφία, in totis elementis, nobis quauquam severè inquirentibus animadverti potuit: quam laudem singularem esse profiteor, quanque nulli adhuc neque Grammatico, neque Rhetori, neque Logico concedere potui, ut in Grammatica, Rhetorica, Logica nihil falsi docuisset. Quomodo igitur tantus mathematicus mathemata non bene docuit? quomodo in iis instituendis erravit? Atqui, inquam, vel summis artificibus facillimum est in alieno artificio aliquid offendere. Visus est optimus judex colorum, at coloris specie deceptus è bile mel esse judicabit: mel autem & fel non sunt judicio visus subjecta: tactus est certissimus judex calidi, frigidi, sicci, humidi: at complicatis digitis ex uno lapillo plures esse judicabit: numerus enim non est tactus cognitioni subjectus: sic summo cuilibet artifici in alieno artificio peccare facillimum est. Apelles summus pictor fuit, Philo singularis architectus, Tiphys eximius nauclerus: attamen facillimè labi, tum in architectura & nautica Apelles, tum in pictura & nautica Philo, tum in pictura & architectura Tiphys potuêre: Dissimiles & diversæ sunt artes: in una exercitatus, potest in alia rudis esse. Chrysippus valentissimus logicus habitus est, ut Euclides, ut Theon mathematici præstantissimi, utque Chrysippus in mathematicis errare, sic Euclides in Logicis offendere tam facile potuit. Mathematicam didicerat, Logicam non item. Et quidem vitia quædam Mathematica nominatum in Aristotelis Logica notantur: quæ tamen Euclides in elementis est sequutus, ut certum argumentum sit Euclidi Logicam Aristotelis ignotam fuisse. Itaque obscuritas, quæ in Mathematicis elementis accusatur, non est doctrinæ totæ, sed magnam quidem partem est doctoris. Agedum de obscuritate & difficultate Euclideæ στοιχειώσεως quæratur, neque veró quæstio hæc est: imo Euclidi viuenti præsentique objecta. Quid enim aliud fuit Ptolemæi regis problema? aut quid aliud quam στοιχειώσεως obscuritatem querebatur? Itaque regis cum Alexandro rege liberalibus disciplinis & Mathematicis, summo illo doctore Aristotele, eruditi, tum in Aegypto doctissimorum Mathematicorum principis judicium cum Euclidis judicio comparetur: fac Ptolemæum vel ex Aristotelis schola, faciendarum artium leges & vias, vel à sacerdonbus Aegyptiis etiam speciatim de Euclideæ στοιχειώσεως statu edoctum, id ab Euclide percunctatum esse, in re nihil interest, quoniam & hodie idem quæri potest. Obscuritatis igitur & difficultatis Euclideæ caussas exquiramus, & Ptolemæi regis gratia στοιχείωσιν clariorem & faciliorem veterum στοιχειώσεων exemplo meditemur. Regius sum professor, & professionis regiæ proprium fuerit regiam caussam, tam nobilem præsertim & ad omnia regna pertinentem, omni studio diligentiaque considerare: & tamen quæstionis & considerationis nostræ leges ratas & confessas esse necesse est. Nam si qui disceptant inter sese legibus contrarii sint, nunquam judicium rectè atque ex ordine constituetur. Tu Atheniensis es, ego Lacedæmonius

nius ſum. Ambo legibus patriæ obſequuti eiſdē de rebus diverſa judicia faciemus. Hic hominum communis error latiſsimè pervagatur. Quinque & viginti perpetuos annos pro artium veritate & utilitate adverſus infinitos mortales diſputaui: neque adhuc mihi obſtitit quiſquam qui logicis legibus judicium ſuū conformaret: ſed ſcriptoris conſilium, voluntatem, authoritatem, & quamlibet potius vanitatem quàm logicam legem reponeret. Noluit Quintilianus: Cōſilium Ciceronis non fuit, Non intelligis Ariſtotelis voluntatem, ita nunc objicitur, neſcis quid Euclidi fuerit propoſitum, an tu acutius vides in conſtituendis artibus, quàm præſtantiſsimi artifices & tot ſæculis conſecrati viderunt? Hanc logicam in adverſariis meis expertus ſum. At (inquam) ſi diceres, logica id non vult: conſilium logicæ longè aliud eſt, non tenes logicæ mentem, logica nil acutius ad rectè iudicandum, audirem philoſophi vocem. Ac iſtam ſophiſticam ad tuendum barbariſmum aut ſolœciſmum contra Grammaticæ leges factum proferre pudeat: quæ ad graviſsimos elenchos defendendum adverſus logicæ artis leges factos tam obſtinatè à diſſolutis neſcio quibus andabatis affertur. Andabatæ enim ſic oculis clauſis præliantur, ut iſti nullo generali & logico judicio, ſed alieno tantum ſenſu atque exemplo ad probandum vel improbandum mouentur. Hoc igitur præcipuè poſtulo, ut quæſtio certis legibus atque inter reos, quorum res nempe agitur, id eſt inter Ptolemæū & Euclidem conceſsis & cōfeſſis diſceptetur. Quæ ſunt igitur bene docendi leges Ptolomæi? quæ ſunt leges Euclidis? Certè prorſus eædem: Logica nempe una eſt omnium artium, omniūque artificum communis. At ne qua ſuſpicio ſubeſſe poſsit, à Proclo Euclidis patrono repetamus. Quid igitur hic Proclus ait? quas bene conſtituendæ & faciēdæ diſciplinæ leges habet? Totam ſanè Ariſtotelis logicam hac de re diſputans in cōmentarios ſuos effudit: de materia artis, de forma artis, ſed involucris quibuſdam ſic implicatam, ut vix poſsit agnoſci. Res igitur explicetur à nobis & illuſtretur. Caput eſt Procli undecimum totum in primo commentario, quæ à mathematico poſtulanda ſunt, ubi terminos mathematicæ materiæ definit. Quidquid mathematicus docebit, ait Proclus, neceſſariis rebus addicet, & iis rationibus, quæ redargui non poſsint. Illud eſt Ariſtoteli κατα παντὸς de omni. Deinde, ait, res cognatas & homogeneas explicabit, nec alienum quidquam aut ſupervacuum docebit, ut rectane pulchrior quàm peripheria? Illud eſt Ariſtoteli κατ' αὐτὸ, per ſe, idemque exemplum, ſed & illud Ariſtotelis multó clarius. Arithmetica doceantur arithmeticé, ait Ariſtoteles, geometrica geometricé: ſecus, geometricum in arithmetica ſit ἀνάριθμον, arithmeticum in geometria ſit ἀγεωμέτρητον. Tertio, ait Proclus, mathematicus generalia generaliter, ſpecialia ſpecialiter declarabit, ut externos rectilinei angulos æquales eſſe quatuor rectis, generale eſt: tres trianguli interiores æquales eſſe duobus rectis, ſpeciale. Itaque illud generaliter de rectilineo, hoc ſpecialiter de triāgulo. Illud eſt Ariſtoteli καθ' ὅλου πρῶτον, univerſaliter primum. Concludo igitur iſtas leges Procli de elementis mathematicis examinandis & probandis Ariſtotelis logicas leges eſſe, & ex Ariſtotelis libris depromptas, ut elementa ſint neceſſaria, homogenea, propria: poſtremo

mo Proclus lib.2.cap.7.ait, Tollendum est quicquid supervacuum fuerit: impedimentum enim id est doctrinæ: omnia autem eligenda quæcunque rem propositam complectuntur atque constituunt. Quare Logicæ de materia artis leges Ptolemæi & Euclidis sunt leges: nec aliam syllogismi logicam vel Euclides vel Ptolemæus habebit, cum quæstio de hac differentia nulla adhuc fuerit. At fortasse aliam universorum elementorum methodum, alium ordinem, aliud judicium, & ab Aristotelis methodo, ordine, judicio diversum Proclus sequitur. Minime gentium. Sed Aristoteleus hic item totus est: valde tamen est confusus & variis locis dispersus. Sex enim diversis capitibus hanc methodum usurpat. Primus locus est lib.1.cap.2. é Philæbo Platonis assumptus de methodo, quæ intra duos terminos πέρας τὲ καὶ ἄπειρον finitum & infinitum mathematicam complectatur. Illud enim πέρας est in Aristotelis organo γενικώτατον generalissimum: ἄπειρον veró ἄτομα individua significat, quorum intermedia sunt ὑπάλληλα subalterna. Hæc, inquam, mutatis verbis apud Platonem methodus est Aristotelea. Secundus Procli locus est lib. 1 cap. 3 quod pulchritudo & ordo sit mathematum communis: ubi proponitur μέθοδος ἀναλυτικὴ & συνθετικὴ à notioribus ad ignotiora, & ab iis ad illa reditus. At prior illa á notioribus sola universæ esse disciplinæ potest, posterior unius tantúm elementi & singularis quęstionis esse potest, ita tamen ut elenchus sit in doctrina, quia ab ignotioribus progreditur. Atque unica est doctrinæ methodus, sicuti in logica ad caput de methodo adversus Galenum & reliquos Aristotelis interpretes copiosé disputatum est á nobis. Tertius locus lib.1. cap. 4. nomine primæ philosophiæ, quæ cæterarum artium principia consideret, ubi & eadem illa methodus multiplex mutatis verbis valde obscuratur. Quartus est lib.1.cap.7. de viribus mathematicæ, ubi primus de duobus terminis locus, & secundus de methodis repetitur verbosê admodum. Quintus locus est lib.1. cap.4. sumptus é republ. Platonis, quod dialectica sit θριγκὸς καὶ σύνδεσμος vallum & vinculum mathematum, ubi superiorum plurima eadem rursus accumulantur. Sextus locus est lib.2.cap.2. in multitudine methodorum ἀναλυτικῆς, συνθετικῆς, ubi ἀποδεικτικὴν addidit & ὁριστικὴν demonstrativam & definitivam, quę singulorum elementorum logicam indicant, non complectuntur universæ στοιχειώσεως formam, de qua sola modo quæritur. Definitio enim & demonstratio non est unica totius artis omniumque partium, ut est unica methodus & unica forma, & tamen de apodictica Aristotelis quám horribile commentum sit, in apodicticis ipsis copiosé dictum est á nobis: ut demonstrationis (quam somniasset Aristoteles) neque materia neque forma esset ulla, utque omnium liberalium artium testimoniis & exemplis refellatur. Quamobrem de doctrinæ ordine & via, id est methodo, Proclus cum Aristotele consentit, legesque bene constituendæ & faciendæ artis Aristoteleas probat & laudat, quod etiam postea magis intelligetur. Et si Proclus omnino de iis legibus taceret, ímó veró etiam si dissentiret: attamen si bene loqui vis, Grammaticæ bene loquendi: si bene dicere vis, Rhetoricę bene dicendi leges tibi seruandæ sunt: Ita si bene docere vis, bene docendi ars tibi tenenda est. Atqui ars illa docendæ artis

L

tis logica singularis & unica est, neque exceptioni ulli vel excusationi cõtra leges illas ullus locus esse posit: numeratio vel dimẽsio contra leges vel arithmeticæ vel geometriæ facta, nunquam arithmetica vel geometrica dicetur, quacunque de caussa paralogismus aut ψευδογραφία cõtigerit. Sic doctrina cõtra catholicas logicæ leges informata, logica haberi nullo modo posit, quancunque elenchi & sophismatis occasionẽ prætexueris, nihil consiliũ, voluntas, libido, authoritas hominũ cõtra leges istas audienda sit: logica perpetuis analogiis constat, anomalias nullas habet, neque authoritas rationis, sed ratio authoritatis regina dominaque esse debet. Bene itaque res habet, atque hoc nobis fundamentũ esto, fundamẽtum inquã, é legibus partium cõsensu receptis atque approbatis positũ & locatũ. Mathesis legitima cõplectitur mathemata necessaria, homogenea, propria, ordine que á natura prioribus disposita. Lex ista est instituti inter Euclidem & Ptolemæum judicii, hæc syllogismi est propositio. Agite dum assumptio cõsideretur. Si nihil Euclides in elementis & singulis & universis cõtra leges istas aberravit, regiã viam tenuit. Sin multa in singulis, plura in totis & universis ab eo contra has leges cõmissa sunt, Ptolemæus jure aberrantẽ in viã revocabit. Id igitur attẽtis animis agatur. Proclus paratũ se atque alactẽ præstat in assumptionis hujus assertione, omninoque profusus est in Euclidis non dico excusatione, sed exornatione & cõmendatione. Sic logicã ejus extollit atque exaggerat, ut defectus vel ordo accuratior in elemẽtis optari posse non videatur. Et quidẽ de scholis omniũ artiũ ac professionibus nulla cõstantiorẽ logicã ut prædixi, tenuit quàm mathematica: sola mathesis errore falsitatis in totis elementis caruit: de grãmaticis, rhetoribus, logicis id affirmari non potest. Mathematici vetũ sibi confirmandũ religiosé proposuerũt, legẽque illam de logicis primã κατὰ παντὸς sancté coluerũt: attamẽ præter eam legẽ nullam admodum coluerũt. Itaque laudes quas Proclus cõmemorat, neque posit neque velit Euclides agnoscere. Rẽ confusius ab eo descriptam distinguemus, & gradatim persequemur, expendemusque in singulis rebus nõ solùm Euclidis, sed Procli judiciũ: multis enim nugis hic interpres elementa mathematica refersit, quarum præcipuas breviter attingam. Primo loco quæstio est de origine mathematũ. Proclus verbosissimé disputat lib. 2. ca. 4. & 6. adversus Platonem & Aristotelẽ mathematicas artes ab hominibus sensuũ beneficio neque observatas neque inventas esse, sed á natura insitas & ingeneratas, quia á sensibus nulla accurata & invincibilis ratio demõstratioque oriri posit, quia sensilia sunt posteriora intelligibilibus, quia mens est nobilior sensu & præstãtior. Pythagoras summus philosophus fuit, ut antea patuit, sed quod de Platone & Aristotele dictũ est, non semper Pythagoras: metẽpsychosin immortaliũ animorũ é corporibus aliis in alia corpora cõmentus est: unde absurda permulta sunt consecuta, ut ista sunt, quæ modó Proclus cõmemorat. Proclus igitur pythagoreorũ somnia verbosissimé ca. 1. li. 2. repetit: unde cõcludit animũ mathematici generis authorem parentemque esse, qui á divina mẽte delibatas omnium rerum species non solùm mathematicas acceperit. Itaque mathemata singularibus formis antiquiora esse in animis, neque ut Aristoteles putavit, animũ hominis esse tabulam

bulã nudã,ſed mathematicis rationibus pictã & ornatã, ſecꝫ ſuapte natura pin/
gentẽ & formis omnibus exornantẽ. Sed enim iſta Procli argumenta valde jeju
na ſunt,& in analyticis primó,deinde multo copioſius in metaphyſicis refuta=
ta,ubi hac de re abũdé dictũ eſt á nobis é ſentẽtia Platonis & Ariſtotelis,animo
facultatẽ omniũ rerũ percipiendarũ á Deo & natura datã eſſe,ut oculo facultatẽ
omniũ colorum cernendorũ, non autẽ animo formas rerũ:ut nec oculo ſpecies
colorũ:ut tamen Pythagoras nimiũ videtur iſtã percipiẽdę diſciplinę in animis
noſtris facultatẽ auxiſſe, ſic Ariſtoteles fortaſſe imminuiſſe nimiũ:præſertim cũ
Ariſtoteles ipſe naturales virtutes & naturalẽ logicã dicat,ut non tantũ faculta/
tes virtutũ & artiũ,ſed initia quædã & ſemina noſtris animis attribuat: nec ani=
mus tabula planê nuda ſit, ſed pigmẽtis etiã quibuſdã & lineamentis naturali/
ter aſperſa. Quare pythagoreis hîc nõnihil ignoſco animi immortalitatẽ,proin/
decꝫ divinã facultatẽ pauló cupidius efferentibus: Procli veró elenchũ impro/
bo,qui melioris ſententiæ juſtioriſcꝫ judiciũ á Platone & Ariſtotele propoſitum
repudiarit. Verũtamen Proclus etiã novum ad hanc quæſtionẽ argumentũ attu
lit:ad pythagoreã enim ἀνάμνησιν,recordationẽ nominis etymũ retulit:li.1.ca.15.
Hoc autẽ ipſum mathematicæ & mathematũ nomẽ, quærit undenã á veteribus
inditũ his diſciplinis dixerimus,& quamnã probabilẽ rationẽ habẽt: Reſpõdet
non vulgo id nomen,ut cætera,factũ eſſe,ſed á pythagoreis impoſitũ é recorda-
tionis argumẽto,quód omnis quæ dicitur diſciplina, recordatio eſt,ſed ea præ/
cipuẽ, quæ matheſis appellatur, quæcꝫ æternarũ in animo rationũ recordatio,
& propterea mathematica præcipué nominata eſt,ut quæ conferat notiones ad
earũ recordationẽ. Hæc Proclus,cui ſatisfactio eadẽ erit,quæ fuit de origine ma
thematicæ. Recordatio iſta adhuc in nemine tã felix invẽta eſt, ut ejus beneficio
ſine ſtudio & labore ars ulla præciperetur. Nomẽ veró ipſum pro arbitrio factũ
eſt,nec ulla quidẽ initio excellẽtia,ſed proprietate:ſolę enim multis ſeculis artes
mathematicæ fuerũt. Grãmaticæ principia ad Ariſtotelẽ & diſcipulũ ejus Theo/
dectẽ referũtur. Rhetoricã primus Corax & Tiſias excitavêre Logicę inventionẽ
Plato refert ad Prometheũ: Ariſtoteles Zenoni attribuit, qui cũ Socrate diſpu/
tat in Parmenide Platonis. In logico organo Ariſtoteles ipſe licet falſó,attamẽ lo
gicã ſibi vẽdicat,ſicut in rhetoricis inventionẽ & actionẽ. Superiorib. igitur illis
tẽporib. mathematicæ diſciplinæ,ſolæ diſciplinæ pueris in ſchola tradebãtur,&
ideo μαθήματα diſciplinæ vocabulo generis appellatę: atcꝫ mathematis pceptis
tũ reliquæ ex his deductæ diſciplinæ phyſica & ethica percipiebãtur,ut antea pa
tuit: nomẽ etiã fortaſſe poſtea,ppter diſciplinę ſubtilitatẽ & acumẽ remãſit,qđ a=
pud Vallã Anatolius videtur dicere, cũ ait mathematicas inde nominatas, qđ
præ cæteris artib. doctoris interpretiſcꝫ lumẽ reqrãt,vixcꝫ niſi magiſtro præeũte
p diſcãtur. Sed qđ plurib. argumẽtis quæſtionẽ hãc diſputare neceſſe eſt: nõne to
rus liber primus expoſitorũ mathematicorũ,induſtriæ,laboris,diligẽtiæ exẽplis
uberiorib. nõ ſolũ adverſus Proclũ,ſed é Procli imprimis authoritate deprõptis,
docuit mathematicas artes á ſẽſu,inductiõe,experiẽtia ad animũ ,pfectas,nõ ani
mis noſtris ingeneratas,nec beneficio recordatiõis alicujus beatę excitatas eſſe?

 denique

denique advenas esse non indigenas? Itaque patiatur Proclus è pythagorea schola in academiam lyceumque se reduci, & Platonis hac in re Aristotelisque philosophiā potius amplectatur: Nihil est hic κατὰ παντὸς, nil καθ' αὑτὸ, nil καθ' ὅλου πρῶτον, leges denique positę á mathematis ista rejiciunt. Consimilis apud Procluū quęstio est, quo de genere artis sit mathematica, ad cujus quæstionis explicationem distinguitur artis judiciique differentia á Proclo è Platonis philosophia, & ex Aristotelis consimili in metaphysicis doctrina triplex lib. 1. cap. 1. Prima νόησις intelligentia æternorum, incompositorum, impartibilium, individuorū, qualis theologia sit: Secunda δόξα opinio mutabiliū & variis compositionū divisionumque modis subiectorum, ut physica: Tertia διάνοια ratiocinatio, quæ sit inter utramque media & quodammodo particeps ambarum: rerum quippe æternarum atque immutabilium, variis tamē demonstrationum viis ad scientiam pervenientiū, accessionibusque & decretionibus, divisionibusque & intervallis obnoxiarū, qualis est mathematica. Denique νοητὰ intelligibilia divinis, διανοητὰ, tāquam diceres, ratiocinabilia, mathematicis: δοξαστὰ & opinabilia physicis attribuuntur, quod rursus alia Platonis partitione á Proclo differitur lib. 1. ca. 5. & 6. quód alia sunt νοητὰ & intelligibilia, alia αἰσθητὰ & sensibilia: sed illa vel simpliciter esse νοητὰ, ut divina, vel διανοητὰ, ut mathematica: itemque hæc vel simpliciter esse αἰσθητὰ vel εἰκαστὰ imaginabilia. Eadem differentia cognitionis & judicii repetitur toto cap. 10. lib. 2. ex qua utraque partitione Proclus concludit mathematicam esse disciplinam διανοητικὴν ratiocinativam: judicioque τῆς διανοίας & ratiocinationis dijudicari. Hæc Procli quæstio est, hæc ad quæstionem Procli è Platone & Aristotele responsio. Sed enim scholastica & quæstio & quęstionis explicatio, verbosa magis est & arguta in mathematicis, quám cōstans & logica. Etenim Procle doctissime, mitte splendida ista nomina Platonis & Aristotelis, mathematicé mecum agito, rem per se considerato. Plato & Aristoteles magni quidē illi philosophi sunt, sed tamen non semper magni: neque Plato, ut dixi, semper Plato: nec Aristoteles semper Aristoteles. Primum quid hic mathematicę proprium doces? quid nō cōmune omnium artium? Certé nihil. Idem enim de grammatica, de medicina quæri potest: Tū veró quod ais mathematicam esse διανοητικὴν, non autem νοητικὴν, nō δοξαστικὴν, vehementer erras. Singularū enim artium institutio potest illā triplicē vel quadruplicē judicii dissimilitudinē capere. Nā cúm principia per se clara manifestaque considerantur & judicantur, νόησις est, cū ex his alia demōstrata & cōclusa judicātur, διάνοια, cúm in exēplis usus ipse nō perinde certus est, δόξα uel εἰκασία: & sic Aristoteles ipse licet alibi aliter, attamē in posterioribus analyticis, unde tā multis in unū commentariū trāslatis, magnificus videri vis, νόησιν, διάνοιαν, δόξαν usurpat. Et quidem singulorum elemētorū, si per se manifesta sunt, judiciū νόησις est & enuntiationis solum: item singulorum exemplorum, si protinus manifesta sunt, judicium δόξα, vel enuntiationis tantúm. In cæteris elementis dubiis διάνοια & syllogismus est. Quin etiam in conclusionibus demonstrationum judicium est συλλογιστικὸν & διανοητικόν. Itaque Proclus ab Aristotele refellitur, á veritate ipsa clara & manifesta refellitur: imo veró Proclus á seipso refellitur: sic enim

postea

postea mathematicas demonstrationes, triplices facit, τὰς μὲν νοερωτέρας, τὰς δὲ δια-
νοητικωτέρας, τὰς δὲ καὶ δόξαις ἐμπεπλησμένας, alias intelligentiæ pleniores, alias ratiocinationi conjunctiores, alias viciniores opinioni: ne alio nobis argumento Proclus refellendus sit quàm Procli ipsius authoritate & testimonio. Quare ista quæstio, ut superiori proxima, sophisticam speciem & inanem habet, dupliciterque è mathematicis artibus explodendam, non solùm quia sit artium omniū communis, neque ideo καθ' ὅλου πρῶτον legem teneat, sed multo maximè quia fallax & captiosa, primæque legi κατὰ παντὸς præcipuè repugnet: verùm Procli reliqua persequere. Euclides ab eo nunc geometra, nunc στοιχειώτης, tanquam diceres elementator, appellatur, per excellentiam videlicet, ut poëtæ nomine Homerum, sic geometræ appellatione Euclidem intelligamus: Appelletur sanè ut poëta princeps poëtarum, sic geometra princeps geometrarum, laudo: sed quisnam hic sit, requiro. Quid tum deinde? elementum, ait Proclus lib. 2. cap. 7. tribus modis dicitur. Primo ut literæ in grammatica dicuntur elementa, unde syllaba, dictio, oratio componitur: sic geometriæ principia dicuntur elementa, unde cætera deducuntur: Secundo elementum dicitur, unde aliud confirmatur, sic antecedentes propositiones sunt elementa consequentium. At, inquam, ista significatio secunda comprehendit etiā primam. Tertio elementum dicitur, in quod cùm sit magis simplex, compositum resolvitur, quomodo Euclidis elementa facta sunt. At verè tertius hic modus cum primo convenit, nec potest elementis Euclidis convenire, quia sic sola principia dicerentur elementa, non autem propositiones. At totum opus elementorum nomine inscribitur, non principia solum, nec Euclides, opinor, στοιχειώτης appellari velit á solis principiis: fallitur itaque Proclus in nominis & tituli ratione, sicuti falsus & deceptus est in mathematum origine & genere. στοιχεῖα igitur, id est elemēta, á Platone primùm, ut dictum est, deinceps à cæteris nominata sunt præcepta de numeris & figuris, quia è Pythagoræ, Platonis, Aristotelis sententia plurimarum postea disciplinarum principia essent, ut astrologiæ, opticæ, musicæ, physicæ, universæ denique politicæ. Et sic maximus in προθεωρίᾳ, τὰ στοιχεῖα vocat εἰσαγωγὰς introductiones. Atque hic Euclidem non attingo: de Proclo Euclidis patrono tantùm loquor. Hæc igitur de titulo & inscriptione operis. Caussa obscuritatis deinceps è materia & forma στοιχειώσεως universæ disceptetur, è materia primo singulorum elementorum, singularum demonstrationum. Enimverò, ait Proclus lib. 2. cap. 4. 5. 7. Euclidis judicium totis elementis admirabile fuit: Modi elementorum instituendorum permulti, & valde differentes diversis authoribus placuêre. Euclides optimum selegit. Audio, inquam, sed duo contraria vitia ἔλλειψιν defectum primò, deinde ὑπεροχὴν excessum & redundantiam, nostris illis catholicis bene docendi legibus contrariam in στοιχειώσει Euclidis video. De ellipsi primum agatur, quam Proclus etiam videtur in laudibus Euclidis numerare. Non omnia, ait, sibi sumenda existimavit, quæcunq; dicere potetat, sed ea tantùm delegit, quæ poterat in elementa concludere, quam opinionem video recentioribus geometris ad Euclidem saltem excusandum vulgo placuisse. Sic enim Campanus ad 6 p 12. ait

p 12 ait Euclidem solis elementis contentum multa prætermisisse, quæ quamvis essent ex elementis consequentia, tamen à studiosis sine difficultate non perciperentur. Itaque censet Proclus non modò ab omni reprehensione vacuum & liberum Euclidem fore, quod multa prætermiserit, sed laudem habiturum. Atque hæc Ptolemæo adversus Euclidem jam caussa est, nõ adversus Proclum. Quare quisquis hæc legis, animum erige, omnemque mentis intelligentiam excuscita, ut de tanta re graviter severè constanterque judices: ἐκλογή, ut loquitur Proclus, delectus Euclidis animadvertatur. Ponatur ante oculos communis lex illa syllogismi futuri propositio. Logicus in scientiis delectus definitus est à Proclo, & quomodo sunt constituenda elementa ex lege pactus est nobiscum, nempe ut κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον sit unumquodque documentum, taliumque unumquodque & solum deligatur, contrarium omittatur. Excusatio contra vel exceptio cujuscunque vel consilii, vel voluntatis, vel authoritatis, vel argumenti cujusvis nulla audiatur. Analogia hic perpetua est ut dixi, nulla est anomalia: hanc igitur materiam στοιχειώσεως urgeamus, subducatur ad istas logicæ leges Euclidis delectus, ellipsisque & prætermissio consideretur, & quænam sint ista, quæ Euclides sciens prudensque velut ab elementis aliena prætermiserit. Sed singula genera ex arithmeticæ geometriæque partibus subducantur, quæ in elementis esse debuerant, quæque essent necessaria, cognata, propria, intelligentur quæ desint: Mathematicæ definitiones in elementis multæ sunt, nonnullæ etiam sunt prætermissæ: Partitio autẽ in totis elementis, quod equidem vehementer admiratus sum, legitima partitionis speciе prorsus nulla. Numeratio communis de additione, subductione, multiplicatione, divisione nulla est simplicium numerorum integrorum, fractorum, item comparatorum. Comparationum in rationibus genera & species tribus tantùm definitionibus multiplicis partis, partium comprehenduntur, aut ne comprehenduntur quidem. Proportio arithmetica nulla est: quæ tamen omnia sunt necessaria, cognata, propria. In ellipsi autem arithmetica numerat Proclus Apollonii perturbatas rationes, quas perinde tueri vix ausim. Ergo ista est ellipsis arithmetica. Quid è geometriæ partibus, quid Euclides in istum delectum nõ adhibuit? Nihil adhibuit, ait Proclus, de variis generibus linearum & angulorum, & certè nihil adhibuit de lineis curvis, qualia & Archimedes περὶ ἑλίκων: qualia & Nicomedes περὶ κογχοειδῶν: qualia Geminus περὶ κισσοειδῶν. Non adhibuit fabricam trianguli æquicruri & varii, ait Proclus: Verùm & alia multa à posteris de triangulis animadversa non adhibuit, quæ sunt in quinque libris à Regiomontano ex variis authoribus recollecta. De superficiebus planis tantùm præcepit: de rotundis & mistis, deque earum lineis & affectionibus tacuit. Stereometriam in solidis corporibus perexiguam proposuit. Hypsicles duos Euclidi ex Apollonio libros adjecit: Archimedis libri duo sunt, de sphæra & cylindro, de sphæroidibus & conoidibus, de quadratura parabolæ: Theodosii tres de sphæra: Apollonii quatuor de conicis: Sereni duo de sectione cylindri, quot & quantas res hic addiderunt? Quare tot ac tanti authores Euclidis studium non æquarunt

tunt modó, sed multis modis superarunt. Nullum enim Euclidis inventum ne á Proclo quidem ipso cōmemoratur. Solæ demonstrationes Euclidi attribuuntur. Nihil veró est é tam multis ab Euclide prætermissis, si non partibus omnibus, saltem genere ipso non κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον. Deinde elementa dicis matheseos tanquam rudimenta, quæ vulgó grammaticis appellantur. Quid igitur in Euclidis elementis faciet puer rudis & ignarus additionis, subductionis, multiplicationis, divisionis, quid, inquam, rudimentis illis atque elementis ignoratis faciet? Quare qui laudat Euclidem quod hæc omnia contempserit, quomodo defendet eos qui addiderunt? Facessat igitur ista laus, & confiteamur in hac ellipsi magnam prorsus esse obscuritatis caussam. Neque veró exceptionem Ptolemæus audiet, quod noluerit hæc Euclides, quod illa sola voluerit Euclides: Voluntas enim Euclidis ad bene docendum pluris logico nunquam fuerit quám catholicæ bene docendi leges: Neque Euclidis nomen pro demonstrationis argumento in elemētis ipsis adhuc á Theone appellatum est: neque inter illas pactas & constitutas leges, in quas conventum, in quas juratum est, voluntas aut consilium aut authoritas Euclidis recepta est. Ego veró viam istam inficiabor esse regiam, nec inficiationem nostram Ptolemæus improbabit. Euclides igitur potius á nobis laudetur, ut Thales á Pythagora, Pythagoras ab Hippocrate, cæterique illi doctores á sectatoribus & æmulis suis laudari sunt. Quod igitur Euclides potuit, laudo: quod non potuit, quod ignoravit, rejectum ab eo despectumque equidem non arbitror. Reddantur igitur elementis tam multa aut saltem ex his necessaria, cognata, propria, erit via ad mathematicam plana, simplex, directa, ideoque magis compendiaria, quám Euclidis στοιχείων tot interjectis præcipitiis interrupta. Quid multa? Via hæc regia erit, illa non erit: Aristippos, Epicuros nihil metuo: nihil enim de totis rebus istis omissis intelligunt: mathematicos potius rebus ipsis instructos, logica destitutos vereamur. Sed mathesis est ἀναιδής, veri tantúm est amans & studiosa, á receptis legibus oculos non deflectit, eoque duntaxat intentas omnium mathematicorum mentes esse confido. Quare prætermissa illa obscuritatis minimé prætermissæ argumenta prætereamus, redundantium, quæ multó plura sunt, obscuritatem multó majorem attendamus: de redundantia in elementis primum dicamus: ea duplex est, altera logica, altera mathematica. Logicā dico quæ temeré ex logicis in mathematicam accersita est, qualis redundātia est partim é Proclo, partim ex Euclide. Ergo Procli τὴν ἐκλογὴν anté examinemus. Multa enim Proclus in cōmentariis cōmentus est ex sese, vel ab aliis elementorū interpretibus cōmenta sibi vendicavit, quæ non solúm in mathematicis elementis, sed in logicis ipsis, unde traducta sunt, plané sophistica sunt & nugatoria, ut scholæ de talibus nugis logicæ plenius exposuerūt. Quare in singulis breviter & succinctè artificiū Procli perstringatur. In enuntiatis veró Euclidis explicādis subtilis prorsus artifex est, dum quęstionū, principiorū, propositionum, cōversionum differētias persequitur. Proclus igitur ad primā Euclidis propositionē: Omnia quæstionum genera adhibet Euclides, ait. Quærit enim an est, quid est, quale

quale quid est, propter quid est. At Procle diligentissime Euclides nusquam quærit an sit, aut quid sit linea, superficies & corpus, sed sine quæstione docet & definit: problemata quidem quæstiones quædam videntur esse, quomodo fabrica constituenda sit, sed vanitas ista mox apparebit: & tamen problemata ista affirmant non dubitant. Quamobrem, autem nullo in elementis loco quæritur. Commentum hoc ex Aristoteleæ demonstrationis commento Proclus huc attulit: non observavit ex elementis Euclidis, in quibus nusquam quæritur διότι, sed ὅτι tantum concluditur. Perge igitur, totum hoc negotium est alienum negotium veró obscuritatis plenum, mathematicæ artis inane. Age veró, quid sequitur? Proclus lib. 2. cap. 8. principiorum genera distinguit in hypotheses, postulata, axiomata: quomodo definitiones facit Proclus suppositiones, & tria principiorum genera in elementis ita distinguit. At ista divisio principiorum, licet nobis diutissimé nondum ejus fuco in mathematicis explorato placuerit, tandem tamen aliquãdo valde displicuit. Definitiones enim, divisiones, & propositiones quævis aliæ per se manifestæ admittuntur in disciplinis, non postulati, vel axiomatis, sed ipso tantúm suæ claritatis & perspicuitatis nomine: Et si quam utilitatem ea partitio haberet, in omnibus artibus parem haberet. At in nullius artis constitutione discrimen illud adhibetur, & ab Euclide tantúm adhibetur primo libro, in cæteris postea libris contempta est ista principiorum differentia. Archimedes initio isorropicorum vocat αἰτήματα pro axiomatis, ut Geminus adnotavit: totamque hanc bellam principiorum differentiam pro nihilo habuit: Euclides ipse uno nomine in opticis & catoptricis hypotheses nominat quæcunque principia. Hæc secunda obscuritatis in Procli delectu redundantia est: Euclidi veró propositio proprie est enuntiatio dubia & demonstrabilis. Propositio, inquit Proclus, habet duas partes, datum & quæsitum: ut, Super data recta, triangulum constituere: hic datur recta, quæritur constitutio trianguli. At propositio, inquam, sæpe nullum datum habet, ut 10 p 4, ut ait Proclus idem & datorum apud Euclidem ipsum geometria quod aliquid detur ratione, situ, magnitudine, specie, alio tempore cujusmodi sit considerabitur: quare partitio nugatoria est. Perge, propositio, ait lib. 2. cap. 8. est Euclidi problema vel theorema. Problema, est propositio quæ proponit aliquid invenire & machinari, ut invenire maximam mensuram, secare lineam, constituere triangulum, describere quadratum, & similia in magnitudinum additione, subductione, contractu, sectione, positione, applicatione: & quidem proponit enuntiatione tantum imperfecta. Proponit enim possibile esse invenire, secare, constituere, describere, verbumque δυνατὸν, id est possibile interdum adhibet, ut 18 & 19 p 9. Itaque talis propositionis explicatio demonstratione continetur. Theorema veró cognoscere demonstrareque statuit inventæ & constitutæ rei qualitatem. Itaq; Euclides istam differentiam singulariter videtur observare, & in conclusionibus problematum dicere, quod fecisse oportuit: quia in problemate fiat, in theoremate demonstretur aliquid. Hæc à Proclo differentia mathematicis adhuc valde placuit. Sic initio tertii libri proponitur à Pappo, sic uulgo à mathe-

mathematicis problemata, sic theoremata nominantur: At inanis est planeꝗ sophistica, nec ab Euclide ipso observata, qui sæpe in eodem theoremate, ut secundo & sexto libro, & deinceps aliis libris & fabricam & fabricæ proprietatem proponit: imo definitione nonnunquam istam fabricam tanquam per se manifestam comprehēdit, ut in circulo, sphæra, cono, cylindro. Neꝗ fere ulla in totis elementis Euclidis fabrica est, quæ disertis verbis expressa, postulanda non fuerit. Quapropter Euclides in illis definitionibus, materiam fabricandi & machinandi satis ostendit non esse problematis propriam: imó veró aliquando problematis materiam specie theorematis, Euclides ipse proponit, ut 1 p 7. ut 8, 9, 10 p 8, ut 11, 12, 13, 18, 19 p 9: ubi proponit inventionem mediorum possibilem, quod problematicum est: Inventionem autem ipsam non proponit. Ita de problemate fecit imperfectum theorema: contrà in 1 p 7. è problemate fecit theorema integrum. Quin differentiam illam clausularū, quod fecisse, quod demonstrasse oportuit, Euclides ipse valde ridiculam ostendit, cum in illo 1 p 7. problemate theorematicé proposito dicat, quod demonstrasse. At in 2 p 7. ubi problema item problematicé propositum est, dicit etiam, quod demonstrasse: in 3 p 7. ubi problema item problematicé propositum est, dicit, quod fecisse. Denique in hac differentia nihil aliud possis animadvertere, quam Euclidis á vero & logico doctore differentiam. Quin Euclides ipse in Opticis 18, 19, 20, 21. problemata quæ dicuntur in elementis, Theorematum nomine appellat. Enimveró post Euclidem, Archimedes bellam istam problematis & theorematis differentiam, non re sed verbis tantúm constare docuit secundo de sphæra, ubi ait se é problematis theoremata fecisse, tanquā materies una esset, sed orationis forma discreparent, cū problema breviter & imperfecté proponatur, theorema plena enunciatione comprehendatur. Quin Archimedes in quadratura parabolæ, theorema nudis exemplis tantúm proposuit, nulla omnino propositione expressa. Quænam igitur occasio talis confingendæ differentiæ fuit? Sané difficultas orationis, in cujus studio minus essent exercitati, videtur mathematicos rerū ipsarum cogitatione vehementer occupatos ad istam problematis & theorematis differentiam adduxisse. Sic Archestratus ait apud Athenæum pythagoreos tacuisse inopia verborum: & quidem verborum & orationis difficultas in Euclide, Archimede, Apollonio, Theodosio, cæterisque tanta plerumꝗ est, ut é rebus divinanda sit orationis intelligentia. Quin etiam plerumque videas in problematis tantam esse, non geometricam lineamētorum, sed grammaticam verborum difficultatē, ut de summis difficultatibus pertinacia nostra devoratis, hæc una imprimis facile mihi videatur. Tam sæpe Euclidi & Theoni Aristarchi grāmaticam optavi: tam sæpe geometras Cratylo cōparavi: ut enim philosophus ille digitis, sic geometræ radiis potius & literis quám verbis locuti sunt. Ita mathematicis grammatica inventa est, quæ non aures auditu & sonis, sed oculos visu & pigmentis institueret. Verumtamen plerisque locis etiam problematis caussam deprehendi: Studium demonstrandi, ut postea plenius exponam, insanum quoddam in mathematicis fuit scholis: Neꝗ tamē si disertis verbis pro-

M blema

blema esset expressum, quicquā demonstrandū supererat. Itaq; problematis epigramma demonstrationum caussa factum est: quæ caussa est etiam absurdior superiore. Illic inopia tantùm orationis, hîc vanitatis copia arguitur. Quare cúm differentia problematis & theorematis rebus subjectis nulla sit, sermonis difficultate sublata, si quis oratione plena propositiones omnes in elemētis proposuerit, sustulerit magnum artis impedimentū. Quod Archimedes in paucis fieri posse docuit, & nos ejus exēplo in omnibus idem tentavimus. Itaq; appellato omnes propositiones theoremata, ut Speusippus. Amphinomus, Archimedes, Theodosius, é recētioribus itē Vitellio fecêre, vel problemata, ut Menechmus dicit appellasse. Sic enim veterū alii, ut Pappus tertii libri initio docuit, nominarunt omnē propositionē ꝓblema, alii theorema, nihil in sciētia interest. Si nō partē propositionis, sed totū una oratione proposueris, magnū mathematicis emolumentū, & ad intelligētiā & ad memoriā attuleris. Quare tota ista problematis & theorematis differētia, scholastica & cōmentitia est, mathematica nō est, neq; tamē istā in delectu tertiā redūdantiā Procló ne an Euclidi potius attribuam, satis intelligo, cúm in totis elementorū libris græcè æditis ea differētia nusquā sit, alterutrius tamen esse necesse est, utrilibet igitur assignato Postrema apud Proclū de enuntiatis laudis euclideæ cōmendatio est conversarum propositionū. Varias, ait Proclus, conversionum species Euclides habet modó simplices, modó cōpositas, modó tota totis cōvertentes, modó tota partibus, modó cōtra quasdam partes quibusdam partibus. Antea Proclus laudavit in Euclide varias differentias propositionū: nunc conversionū genera simili commendatione prosequitur. Hæc una laus fortasse superiora illa tam multa redundātiæ sophismata diluet. Audiamus igitur. Negatio generalis generaliter convertitur, affirmatio utraque specialiter tantum, negatio specialis non convertitur, ait in analyticis Aristoteles. Verùm, deus bone, propositionum conversio in totis elemētis nulla prorsus est: est tamē conversio rerum seu terminorū, ut scholæ vulgó loquuntur, frequentissima præsertim subjecti & proprii adjuncti: ut, Si quatuor numeri sunt, proportionalis factus á mediis æquatur facto ab extremis, & si hoc, illud: Nulla autem est propositionis talis cōversio, neq; hujus cōmentitiæ conversionis usus ullus est ad ullam quæstionē probandam, nec homines unquā humanitatis tam expertes erunt, ut ullus esse possit, sicut septimo scholarū logicarum libro copiosé documus: nec in totis Euclidis elementis ulla demonstratio hinc sumpta reperietur, ut antecedens per cōversam, vel conversa per antecedentem demonstretur, sed conversæ plerumq; probantur per impossibile oppositū antecedentis. Commētū hujus occasionem Proclus arripuit é vitiosis quibusdam Euclidis propositionibus, qualis est sexta primi libri, ubi & præclaré artes conversionum istarum repetuntur, qualis item 8, & 19 p 8. & locis quibusdam aliis. Quare mirabile Procli videatur ingenium in hoc primo logici judicii delectu Euclidem sic efferentis, ubi bene attentis judicibus turpiter prævaricando vituperare potius videatur. Atq; hic postremus tam nugatoriæ laudis elenchus pars aliqua Euclidis esse videatur, qui tam importunis nugis argumentum æmulis &

lis & sectatoribus,ut nunc Proclo,præbuerit. Quamobrē é logica in elemētis á Proclo redundantia,quantā & quantæ obscuritatis caliginē intuemur?Sed obscuritas ista Proclo,sed obscuritatis hujus culpa Proclo potius quàm Euclidi tribuatur,& redundantia rerū quidē prorsus inutiliū & elementis extrinsecus additarū. Verum á sophismatis istis digrediamur.Ingrediamur igitur in ipsa Euclidis elemēta,inque viscera ipsa penitus subeamus:sanguinē,spiritum,carnē,ossa retexamus:intimas propositi ad curandū morbi caussas perscrutemur. E logicis sophismatis temere in mathematicas á Proclo accersitis redundātia illa tota est. Quænā deinceps logica vel mathematica ab Euclide ipso in elemētis redundantia erit? Quinquaginta elementorū logicorū arithmeticorū redundantia illa est:E logica rationū & proportionū, primo sunt novem definitiones quinti, ut 3,4,6,7,8,9,11,12,13. Sunt itē propositiones novē é materia logica 4,7,8,9,10,11,13,14,16. Deinde propositiones quatuor libri septimi de alternatiōe repetitæ é lib.5,9,10,13,15: illic enim fuerāt magnitudinis nomine:hęc prima redundantia est duarū & viginti elementorū é logica materia in mathematicas artes traducta.Secūda redundantia est arithmetica repetitarū é quinto libro in septimum trium definitionū,partis,multiplicis,proportionis:item octo propositionum,quæ nomine magnitudinis fuerant item quinto in libro,& tandē nomine numeri repetūtur septimo: nēpe 5,6,12,de cōpositione: 7,8,11, de divisione: 14 de æquatione ordinata:22 de perturbata. Atq; hæc redundantia magna quidē est,sed redundantia etiam absurdior est octodecim specialiū propositionū nullum habentiū usum,quem generales non habeant uberiorem & promptiorem, imó quæ speciem doctrinæ nullam novam habent:sed speciem tantùm exempli subjecti, ut quod generaliter de omnibus proportionalibus præcipi potest, præcipitur de multiplicibus, de partibus quotis & quantis, qua inani redundantia licebat per omnia genera inæqualitatis excurrere, & similiter præcipere de superparticularibus, & subsuperparticularibus, de superpartientibus & subsuperpartientibus: & cæteris generibus. Tales propositiones sunt undecim quinti libri ut 1,2,3,4,5,6,14,20,21,24,25.item sex propositiones septimi, ut 5,7,8,9,10 p 7.itē 20 p 9.Talis igitur Euclidis redundantia in elemētis quinquaginta in mathematica secundū receptas leges instituta redundantibus. Atque hæc logica & arithmetica redundantia est.Perge veró,quæ reliqua est Euclidis in elemētis geometricis redundātia? Sane primis in libris rarior est á nobis animadversa:est tamē ea quædā ut 7 p 1. ut (ne singulas referā) exceptis symmetrorum & rationaliū definitionibus totus decimus liber. E quinq; postremis libris,qui stereometriæ attribuūtur: si 24.propositiōes subduxeris ex 85,reliquæ 61.speciales é generalib.deductæ aut prorsus inanes & otiosæ reperientur. Atq; ita geometrica & stereometrica redundātia erit 171.propositionū: quæ si prioribus aggregētur,redundātia erit 222. elementorū,ut ea etiam prætereā,de quib. dubitatio aliqua posfit esse:de quib.omnibus suis locis accuratius agetur.Hæc igitur est é redundantib. elemētis obscuritas tāta:obscuritas tamē nō potius Euclidis,quā Hippocrat.Leontis,Theudii,Hermotimi,veterumq; mathematicorū

M 2 omnium

omnium,sed obscuritas tamen doctrinæ perspicuitati contraria,ideoque tollenda. Quare Ptolemæus obtinebit hac tam multorum elementorum redundantia sublata viam magis cōpendiariam ad mathematicas artes, magisq; regiam fore. Sanè in demonstrationibus redundantia vix est credibilis:& Theonis culpa hæc videri propria posit,qui demōstrationes assumpsit sibi. Enimverò quæstio hæc præcipuè consideranda,præcipuè animadvertēda est. Obscuritas enim mathematicarum artium incredibilis hinc est orta. Incredibile enim dictu est, quanta ambitio mathematicum ferè præstātissimum quemq;, insano quodam demonstrandi studio ita transversum egerit, ut nihil sit in totis mathematicis magis deplorandum. Mathesis simplicior fuit in Thalete, Pythagora & reliquis, usq; ad Hippocratem: deinceps cum fœcundis frugibus inutiles herbas nescio quomodo collegit. Itaq; ut quisq; sibi paulò ingeniosior atq; acutior visus est, ita non usu & exemplis insignibus, sed syllogismis undecunq; expletis, quamcunq; rem oblatam demonstrandam sibi judicavit. Sed tamen artificiū demonstrandi Euclideum videamus. legem demonstrabilis enuntiati, legem etiam demonstrationis exquiramus Ea verò utraque jam ante cōprehensa est: Materies artium non est uniusmodi, elementa alia per se clara & manifesta sunt, ideoque definitionibus, partitionibus declarāda, postulāda; omninoq; in principiis numeranda: judicio denique νοητικῷ continenda: alia sunt elementa per se obscura & ignota, ideoq; syllogismo demōstrabilia, & διανοητικῷ judicio statuenda. De prima parte primo loco agatur, de secunda secundo. Principia non sunt demonstrabilia syllogismo, sed exemplis duntaxat inducenda: sensu deniq; & digito, ut Aristoteles loquitur, 7. cap. 2. posteriorum demonstranda. Lex igitur illa Ptolemæo & Euclidi, vel Theoni potius, communis esto. Principia ne demonstrato. Hic mathematicos attentos & consideratos exopto. Rem enim non solùm novam prorsus & inauditam antea, sed incredibilem dicere existimabor: at caussam suscepi regiam & publicam. Itaque dicendum, agendum, afferēdum quidquid ad eam pertinebit. Dico igitur magnam partem indemonstrabilium elementorum ab Euclide in demōstrationum quæstiones adduci: Dico materiam principiorum, definitionum, partitionum, postulatorū, dico quod præcipuè incredibile fit, nisi penè oculis cernenti & intuenti syllogismorum complexiones demonstrationibus ab Euclide subjici: ideoq; infinitam quandā demonstrationum multitudinē redundare: indeq; infinitę obscuritatis caussam existere, ut ex elementis mathematicis, velut ænigmata non pueris, qui olim pomis & crustis ad has artes invitabantur, sed viris ætate confectis ænigmata, inquam, facta esse videātur. Exempla rerum quædam hic indicabo, res ipsas disceptabo suis locis ampliùs. Definitiones alternationis, compositionis, divisionis, æquationis ab Euclide sunt in dubias propositiones conversæ in quinto & septimo libris. In geometricis id est rarius, aliquando tamen: sic è definitione æqualium angulorum facta est 23 p 1. sic è definitione parallelogrammi factæ sunt 33, & 34 p 1. E partitionibus sunt etiam factæ propositiones, licet non multæ: attamen quædam, ut in arithmeticis 4, & 34 p 6: è definitione bimediæ & partitione

tione simul 25 p to: Postulatorum veró materies in propositiones demonstrabiles conversorum infinitior est. In arithmeticis postulanda prorsus sunt omnia, quæ quidem utilitatem insignem & artis nomine dignam habeant, aut protinus é propinquo elemento deducenda, ut demonsttationibus Euclidis in arithmetica nihil opus sit. Tales sunt propositiones quatuor librorum Arithmeticorum, ne singulas recenseam, quinti, septimi, octavi, noni. In geometricis turba minor est, sunt tamen propositiones quædam, ut primi libri 2.3.31. 46. ut secundi decem primæ, quæ numeris etiam possunt explicari, ut tertii præsertim 5.6.10.11: quarti & sexti non tam multæ sunt, sunt tamen nonnullæ, ut quarti problemata diserté expressa, 1,6,7,8,9,12,13,14: sexti autem propositiones 16, 17, 21. Decimi libri præcipua ἀλογία ista fuit. Materies enim illic fuit definitionum tantúm & partitionum: In undecimi libri propositionibus quadraginta, nulla propositio fuit, quæ si generales antecederent, syllogismum requireret, in reliquis libris apodictica Euclidis vel Theonis non multo accuratior fuit Quæ elementa tam multa cur nequaquam isto modo demonstranda sint, suo tempore & loco diligenter & accuraté differetur: exempla tantúm hic indico. Quamobrem quantam demonstrationum redundantiam, quantam matheseos obscuritatem, quám discentibus difficilem, quám odiosam, quám publicis studiis perniciosam hic esse arbitramur? Ego veró ista consideranti non dubitó furoris similem ambitionem in tam multorum principiorum demonstrationibus visum iri: Attamen furor iste animi eó pervasit, ut sol ille in mathematicis elementis clarissimus, Quæ eidem æqualia, etiam demonstrabilis visus sit. Apollonius enim alioqui præstantissimus author, demonstrare tentavit, quem videlicet æmulatus esse dicitur Regiomontanus, ingenio fortasse nihil inferior. Prima siquidem arithmeticæ elementa de additione, subductione, multiplicatione, divisione, Euclidis theorematis demonstrare conatus est, indeque algorithmus ab eo creditur esse demonstratus: qui morbus ignavis & inertibus ingeniis accidere non potest, sed generosis tantúm mentibus, tãquam victa quavis oblata rerum difficultate, olympicũ aliquod præmium expetentibus. Morbus tamen est gravissimus, cujus contagione nobilissimas disciplinas ad interitum pené redactas animadvertimus: principia namque sumenda & postulanda, cætera autem ex iis demonstranda. Hæc partitio tenenda est, inductione, exemplis, sensu, digito illo Aristotelis hic opus est, non syllogismo Hoc igitur primũ in demonstrationibus sophisma est obscuritatis immensæ, quo principia demonstrantur, quo hypotheses, id est definitiones, partitiones, quo postulata demonstrantur, quantum erit & quantæ obscuritatis sophisma, quo syllogismi positis antecedentibus complexiones demõstrantur? Syllogismus enim est singularis & summa in judicio enuntiatorum dubiorum regula, potiusque omnes mathematicæ artes falsæ fuerint, quam syllogismi concessis propositione & assumptione, conclusio nõ vera sit: & mathematici quicunque unquam fuerunt, syllogismum concludendæ veritatis & judicandæ instrumentum esse crediderunt: secus quid erat opus syllogismo, nisi veri examinandi instrumento?

Attamen Theon hoc tanto, tamque divino judicii lumine tenebras demonstrationum suarum clariores esse putat. Ecquis igitur credet syllogismi complexionem, syllogismi judicium à Theone demonstrari? Nemo ita me deus amet, nisi qui rem ipsam oculis subjecerit, nisi qui manu tractaverit. Syllogismus aliquando plenus sæpius enthymemate solo comprehenditur. Syllogismus integer est, in 14. & 16 p 8. hoc modo. Si quadratus metiatur quadratum, & latus metietur latus. Et si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratū. Si quadratus nō metiatur quadratū, neq; latus metietur latus. Et si latus nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratū. Hic duo syllogismi sunt involuti, evolvantur hoc modo. Si quadratus quadratū metiatur, latus metietur latus. Ergo si latus nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratum. Secundus est hoc modo. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratū. Ergo si quadratus nō metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Propositiones amborum syllogismorū sunt in 14 p 8 Assumptiones & complexiones sunt in 16 p 8 ubi è complexione syllogismi, data nempe & concessa propositione & assumptione Theon facit propositionem demonstrabilem, non alio tamen, quod magis mirere, argumento, quam syllogismi ipsius. Tales syllogismi sunt in 30 p 1, in 4, 9, 21, 24, 30, 33, 34 p 3, in 11 p 5, in 15, 17, 18, 37, 41 p 7: in 1, 3, 7, 15, 17, 22, 23, 24, 25 p 8: in 3, 4, 5, 6 p 9: in 7, 8, 9, 10, 16, 18 p 10. de quibus suis locis subtilius & accuratius agetur. Quamobrem in ista syllogisticæ complexionis demonstratione, Euclidis vel Theonis logica, quid aliud indicare potest quàm Theonem, quamvis arithmeticum & geometram tantùm, tamen in docendi & demonstrandi arte non satis attentum logicum fuisse? Justissimamque adversus tales elenchos Ptolemæi querimoniam esse? Atque hæc de syllogismo perfecto. Quid enthymema, ubi saltem pars omissa manifesta sit, etiamne à Theone demōstratur? Equidem Euclidis diligentiam plerisque locis laudabilem hac in re animadverto: siquidem ubi animadverterit ipse è demonstrato aliquo aliquid concludi posse, fecit λῆμμα καὶ πόρισμα sumptum & corollarium. Lemma quod aliqua tantùm declaratiōe indigeat. Talia sunt lemmata ad 22 p 6, & 28 p 10. Corollarium, quod protinus è facta demonstratione tanquam lucrum aliquod accipitur. Ejusmodi corollaria sunt ad 4 p 2 & 1 p 3, & 16 p 3, & locis prætereà plurimis. Et de iis tres libros ab Euclide scriptos esse antea dictum est. Atque in his lemmatis & corollariis, enthymematum judicium Euclidis vel Theonis valde laudandum est: quippe qui viderit quid ex quo jam esset demonstratum, ne inutiliter nugando idem repeteretur. Veruntamen diligētia ista perpetua non fuit. Frequenter enim enthymematis propositio vel assumptio præterita erat manifesta. Atque ex ejus tacitæ intelligentia, syllogismi judicium facile potuit expleri. Attamē tanquā nusquam ea fuisset, ita propositiones demōstrabiles ex talis enthymematis cōplexione quadam factæ sunt, ut 4 p 1. ubi deest syllogismi propositio illa cōmentariis Procli declarata: imo ab Euclide ipso in 23 p 1 conversa ex axiomate æqualiū angulorum. Anguli cruribus congrui sunt æquales. Itaque si æquicruri sunt æquales, æquantur basi. Hinc de æqualitate

qualitate reliquorum angulorũ & basis assumitur 4 p 1, & cõcluditur sine alio ullo argumento. Ad æqualitatẽ autẽ triangulorũ propositorũ, quæ tertia pars est propositionis, ἐφαρμόσει & cõvenientia sola ab Euclide adhibetur, nobis autẽ cõsectariũ est ex æquealtis: Ex quo eadẽ æqualiũ angulorũ axiomate ingẽs propositionũ familia, primo libro demõstrať, ut suo loco patebit. Ergo Theonis sophisma inde est. Illic igiť propositio syllogismi deest, propositio tamẽ ex sese manifesta, quia axioma est æqualiũ angulorũ. Aliquãdo contra assumptio deest enthymemati, cũ propositio ejus ante expressa sit, ut in 19 p 7. Sic Euclides loquitur, Si quatuor numeri sint proportiõales, factus é primo & quarto est æqualis facto é secundo & tertio. Deinde sequitur in 20 p 8. Si tres numeri sint cõtinuẽ proportionales, factus ab extremis est æqualis facto à medio Euclides nõ facit cõsectariũ, sed propositionẽ demõstrabilẽ. Verùm assumptio tãtùm deest ejusmodi. At tres cõtinuẽ sunt quatuor ratione, & medius est pro secundo & tertio. talis est logica Theonis ad propositiões secũdi libri, sæpeq; alias: Quid multa? admirabilis sanè é tali lógica minimè necessariarũ demõstrationum turba nata ẽst. Si quis enim subtiliter, ut græci permulti fecẽre, versus heróici modo quindecim elementorũ libros metiatur, supra quadraginta millia versuũ in demõstrationib. ejusmodi reperiet, tãta oneris importunissimi mole nobilissimas artes gravatas & oppressas animadvertimus. Aristoteles in veterũ philosophorũ decretis, multa peccata, ait esse διὰ ἀπαιδευσίαν τῶν ἀναλυτικῶν, cujusmodi exempla ista sunt insignia. Quamobrẽ Euclides vel Theon demõstrat cõplexiones syllogismi, demõstrat cõplexiões enthymematis, omissa parte clara & manifesta. Ecquisnã mirari potest, si Ptolemæus στοιχείωσιν magis cõpendiariã requirat? Si regiã in tali doctrina viã desideret? Si redũdãtiã tã multaũ demõstrationũ in mathematicis, ut infinitæ obscuritatis causã improbet? Euclides demõstrabat antea principia, ut definitiões & partitiões, itẽ postulata, id est clarissima enunciatorũ singulorum judicia: nunc denique syllogismũ & plenum & enthymematicum, quamvis omissa parte probatum, attamen probat & demonstrat. Quare redundantia ista tam multiplex, tam multis locis cumulata, longissimè superiorem redundantiam superat, tantoque justiorem caussam Ptolemæi superiorémque efficit. Atque hæc de apodictica Euclidis Theonisque laude prima pars est, quod Euclides vel Theon demonstret indemonstrabilia. Secunda pars superest de modo & artificio demonstrationis. Legem igitur demonstrationis etiam hîc constituamus. Demonstrativa methodus, inquit Proclus, est transitus à principiis ad quæsita. Hîc Proclus demonstrationem facit quæstionis ex caussa conclusionem, quæ demonstratio sola legitima est solaque scientiam parit: quia ex é lusis prioribus & notioribus sola progreditur. At si caussa sit ignota, quæstio occurret, utrum præstet inductioni & experientiæ rerum simpliciter credere, quam á posterioribus argumentis licet necessariis, ut adjuncto signo, ut opposito impossibili, ut proportionali comparato rem antecedentem & natura priorem demonstrare: sophisma enim hîc est Aristoteli τὸ αἰτεῖσθαι τὸ ἐξ ἀρχῆς petere propositum, non demonstrare. Itaqu:

te. Itaque & mathematicorũ elementorum veteres illi authores, Thales, Pythagoras, Oenopides, Anaxagoras, Theodorus, per impoſsibile nihil demonſtrarunt. Primus Hippocrates, ut antè Proclus ipſe nos docuit, ἀπαγωγὴν in mathematicas artes induxit, & quidem hæc demonſtratio docet tantùm per accidens, ait Proclus ad 1 p 1, nec ideo ſcientiam ullam parit. Quæ cauſſa fuit ut ψυχαῶται ſequuti quidam talem demonſtrationem rejecerint, ait idem Proclus lib. 2. cap. 6. ubi etiam ait à nonnullis & comparationis argumentum repudiatum eſſe. Nec enim comparatio eſt apodicticum ſcientiæ argumentum. Quæſtio, inquam, illa occurret, ubi cauſſa ignoratur, utrum inductioni exẽplorum & experientiæ ſit acquieſcendum potius quàm à poſterioribus & obſcurioribus argumentis verum utcunque ſyllogiſmo convincendum. Atqui, inquam, ubi res aliqua dubia fuerit, ibi ferè Euclides, Hippocratis ἀπαγωγὴν, vel comparationem aliquam adhibet. Ex cauſſa autem demonſtratio rariſsima eſt. Hæc, inquam, quæſtio occurret, cui reſponderi poſsit argumentum ex cauſsis & ſubjectis eſſe quidem natura prius: ex oppoſitis & comparatis, non eſſe poſterius ut falſo putatur, ſed eſſe natura ſimul, ut in logica docuimus: & in totis ſyllogiſticis demonſtrationibus, quæri non διότι (ut falſo putavit Ariſtoteles) ſed ὅτι, & utrum verum, quod quocunque argumento modo neceſſario & aperto cõcluſum ſit, ſatisfactum videatur: & tamen qualiacunque argumenta ſint, ſi propoſitiones (è quibus demonſtratur) ſint generales & univerſales, cauſſæ erunt ſpecialium: quod in logica ad caput de methodo diſſeruimus. Sed tamen perge: videamus in rebus demonſtrabilibus á Proclo demonſtrationis artificium. Omnis, ait Proclus, problematis & theorematis partes ſunt ſex: propoſitio, expoſitio, determinatio, conſtructio, demonſtratio, concluſio. Propoſitionis partes duæ, datum & quæſitum. Datum quadrupliciter fit, ratione, ſitu, magnitudine, ſpecie, ut prædictum eſt. Expoſitio eſt dati, ideoque quatuor illis modis fit. Determinatio eſt quæſiti, conſtructio eſt adjectio deficientium dato ad quæſiti venationem. Demonſtratio, collectio propoſiti ex conceſsis: concluſio reditus ad propoſitionem confirmando. Concluſio eſt duplex, alia prorſus reſpondens propoſitioni, alia rem generaliter propoſitam ſpecialiter concludens, ſed á particulari ad univerſale recurrens. Hoc procleum eſt mathematicæ demonſtrationis artificium, quo, deum immortalem, quid ineptius excogitari poſsit! Primum propoſitio genus eſt problematis & theorematis, & hic tamen pars efficitur. Deinde Proclus ipſe eodem loco bellam hanc partitionem ſex partium refellit, treſque neceſſarias eſſe dicit, propoſitionem, demonſtrationem, concluſionem. At, inquam, Procle ingenioſiſsime, concluſio ipſa pars eſt demonſtrationis, & re ipſa debet eſſe eadem cum propoſitione demonſtrabili, neque concluſio duplex eſt illa, ſed exemplum quod ſubjicitur, eſt exemplum propoſitionis univerſalis. Quare ſophiſmata hæc procul amandentur, & tamen ſophiſmata non Euclidis ſed Procli, & indigna ſane quæ pluribus refellantur. Perge, Euclidei judicii laudes expone. Euclides, ait Proclus, omnes ſyllogiſmorum ſpecies habet à cauſsis, à ſignis. Equidem ne prolixius idem repetam,

petam, elementorum illorum omnium minimé demonſtrabilium demonſtrationes omnes vacare & redundare dico, totque cauſſas obſcuritatis adnumero. In reliquis autem, quæ neceſſariæ videntur, nulla omnino talis eſt, qualem duobus de demonſtratione libris Ariſtoteles comminiſcitur: ubi proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur: imó veró per naturam eſſe nulla poteſt: proprietas enim illa ineſt per ſe, ut ex Ariſtotele ipſo in analyticis demonſtravimus, & admirabile tanti philoſophi commentum, vel potius horribile monſtrum eſt, artem profiteri, cujus exemplum nullum profeſſor ipſe unquam viderit: imó per naturam artis ac ſcientiæ, rerumque arte & ſcientia comprehenſarum comminiſci non poſsit. Apodictica veró Ariſtotelis, analytica ſila é mathematicorum ἀποδείξει ſatis conſtat in logicas artes derivata eſſe, ſed derivatione valde tortuoſa: Satis enim ſuperque é mathematicis ipſis conſtat apodictica eadem ad ſyllogiſticæ concluſionis regulam ſine exemplo ab Ariſtotele derivata eſſe: neque in totis mathematis ullam eſſe demonſtrationem ubi ſyllogiſmo proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur. Eheu miſeris mortalibus! Ecquis impoſtura tam incredibili tot ſecula, tot hominum græcorum latinorumque millibus impoſitum eſſe crediderit? At impoſitum eſt, nec impoſturæ tamen Ariſtippi ignari atque inertes patroni deſunt, qui publicorũ ſtudiorum miſeria paſcantur. Verùm, perge. Demonſtratio proprietatis de ſubjecto per cauſſam propriam nulla ſyllogiſtica ſit in demõſtrabilibus elementis. Quænam igitur erit? præcipua demonſtratio eſt, ubi ex cauſsis non propriis, ſed generalibus ſpeciales propoſitiones explicantur: quam equidem ſuſcipio libenter & retinendam cenſeo: Hæc πρῶτα μέτρα hic ſunt, quæ Philoponus (ut Ariſtoteleæ demonſtrationis fabulam tueretur) δεύτερα facit. Turba veró illa multo eſt maxima, ut dixi, per impoſsibile, perque ſimile, unde tamen non univerſa propoſitio, ſed ſingulare aliquod exemplum in eo comprehenſum concluditur, diciturque idem futurum de cæteris. Utrum veró dicetur fictum é literis exemplum pro generali propoſito eſſe? Dicatur ſané, neque enim id urgeo, & jam dixi oppoſita & comparata non eſſe poſteriora natura, ſed ſimul: Et ſi Philoponus ex ipſa elemẽtorum geometria quam ex Ariſtotelis perſona hãc quæſtionem cõſiderare maluiſſet, δεύτερα μέτρα geometricæ demõſtrationis hic collocaſſet, eaque πρῶτα feciſſet. Sed tamen quæ totis elementis per ſimile, perque impoſsibile ſit iſta demõſtratio, ſi quis logico & cõſtanti judicio reputet quibuſdam locis non ſophiſmata argumẽtorũ, ſed prodigia quædam mentiũ reputabit. Laus doctrinæ eſt in ſuccincta & brevi perſpicuitate: Atqui hiſce noſtris demonſtratoribus demonſtratio præſtantiſsima viſa eſt, quæ prolixiſsima eſſet & quamplurimas antegreſſas propoſitiones complexa: ut 35 p 11. ſex & quadraginta ſyllogiſmos habet, cui par eſt 11 p 13. in quibuſdam ſyllogiſmorũ medius fidius oceanus eſt, ut in ultima noni: ac tum demonſtratio demonſtratori ſuo viſa eſt pulcherrima & excellentiſsima, cum eſſet prolixiſsima & obſcuriſsima. Atque proportionum & ſimilitudinum tam multiplices tamque varii nexus ferendi ſint, præ quibuſdam propoſitionibus ad impoſsibile. Etenim,

Barbara pyramidum sileat miracula memphis:
Assiduus jactet nec Babylona labor.

Miracula illa corporum & manus opere factorum, nihil præ nostrarum demonstrationum miraculis fuerint: labyrinthos, Aegyptus, Creta, Samos, Italia meandris inextricabilibus admirabiles imperitis habuerunt: Demonstrationes autē 2,5,10,11,12,18 p 12. per impossibilia majoris & minoris, quibus ambagibus involutæ & implicatæ sunt? An nō livianus ille nescio quis præceptor, qui discipulos obscurare quæ dicerent, jubebat, σκότισον illud suum mathematicis dicasse ac promulgasse videatur? Res modó tantúm propono, suis locis singula subtilius explicabo: atq; abunde, ut bona spes est, satisfaciam. Unum certé demonstrationis genus est in elementis rarissimum, sed animadversum à nobis secundo libro, ubi demonstratur aliud quàm propositū fuerat: æqualitas planorum illic proponitur, figura autem & fabrica demonstratur, quod non tantúm logicam, sed memoriam demonstrationis mirabiliter arguit. Demonstratio igitur ejusmodi ad redundantiā sine dubio pertinebit, & inter obscuritatis caussas erit. Quamobrem ut syllogisticæ redūdantiæ summa concludatur, omnium ex elementorum materia obscuritatum, obscuritas demonstrationum præcipua & maxima est, cúm elementa minimé demōstrabilia, ut definitiones, partitiones, postulata, syllogisticæ cōplexiones demōstrātur: Secunda est cúm dubiæ propositiones per simile vel per impossibile tam odiosis ambagibus demōstrantur. Quare si principia in principiis habeātur, si demonstrabilia ex caussis generalibus demōstrentur, aut saltem ex oppositis vel comparatis manifestis succincte addicātur, lux magna mathematis afferatur, omninoque si quis ea quæ desunt, expleverit, & quæ redundant, amputaverit, mathematica στοιχειωτικῇ laude Hippocratē, Leontē, Theudiū, Hermotimū, Euclidem, Theonem superaverit: Id enim certamē, eamq; palmā στοιχειωταὶ omnes illi sibi proposuerūt. Verūenimveró duo capita laudis euclideæ facta sunt à Proclo ἐκλογὴ καὶ τάξις delectus & dispositio: delectus multas obscuritates habuit in ellipsi prætermissorū: sed longé plurimas in redundātia assumptorum: ἡ τάξις collocatio & dispositio universorū elemētorū & methodus superest, quæ fortasse sua virtute superiores illas offensiones perspicuitate aliqua cōpensabit. Ergo caput hoc reliquū studiose expendatur & exploretur. Methodi legem anté pactā & compromissam rursum paciscamur, denuo compromittamus, Universa disciplinæ & scientiæ elemēta & documēta ordine naturæ collocata, naturaque priora præponito, posteriora postponito. Hæc igitur in hoc reliquo judicio sancta lex esto. Quid Proclus? qualem ordinem, quam viam, quam denique methodum in Euclidis elementis approbat? quomodo denique regiam viam (hîc enim cardo regiī problematis vertitur) quomòdo, inquam, regiam viam, quo artificio sibi vindicat? Artificium Procli singulare antea explicatum est, idem & hic explicatur. Euclides (ait Proclus) præcipué suspiciendus est & admirandus τῆς τάξεως ἕνεκα, gratia ordinis & collocationis, omnes dialecticas methodos adhibuit, διαιρετικὴν divisivam ad species inveniendum, ὁριστικὴν definitivam in essentiæ

tationibus,

rationibus, apodicticā in trāsitu à principiis ad quæsita, analyticā in quæstionū reditu ad principia. Verùm divisio, definitio argumēta sunt ad disponēdū methodo ꝓposita, & tāquā lapides sunt in hac architectura methodica, ἀπόδειξις syllogismus ex caussa concludēs effectū, ut rectè hîc Proclus loquitur. Analysis est quædam inversio ἀποδείξεως, ex effectis nempe caussam cōcludens, qualē significat Proclus in totis elemētis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam esse. Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinqꝫ tantùm propositionibus reliquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p 13. Archimedes secūdo de sphæra in aliquot propositionibus usurpavit: Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis ἀνάλυσιν nullā talē animadverti: vera est analysis & quadrati & cubici lateris, & imprimis utilis: & sæpe ꝓdest absoluti operis caussā analysi investigare: at tales analyticæ demōstrationes (quales illæ sunt in elemētis planè) sunt sophisticæ, duasqꝫ ejusdē rei doctrinas, alterā apodicticā, alterā analyticā facere, ut illic Theon & Archimedes & Pappus faciunt, sophisma est. Nā si ex caussis rē intelligēter & perspicuè demōstrasti, demōstras insciēter & obscurè ex effectis. At inquā hæc omnia definitio, divisio, ἀπόδειξις, ἀνάλυσις sunt tanquā lapides in ædificiis ipsis, collocādi aūt & disponēdi logicā (qua res invētæ & sigillatim judicatæ collocētur inter se perpetuo ordine, ac disponātur) id est methodū nullā afferūt. Hęc persępe jā surdis Aristippis cecinimus: aliam esse logicam cogitandis & inveniēdis argumētis singulis, nec totis artib. aliā collocandis & æstimādis: in singulis generib. species distinguēdas esse, argumētū nō esse neqꝫ enūtiatū, neqꝫ syllogismū, neqꝫ methodū. Ergo si Euclides definitiōe, divisiōe, ἀποδείξει, ἀναλύσει utatur, methodos propterea collocādis doctrinæ suę partib. & mēbris varias nō habet: nisi methodi nomine lubet argumētū, aut docēdi modū quēpiā cōfusè potius, q̄ ꝓpe tuæ per totā artē dispositionis ordinē distinctè significare. At logici artificii gradus distinctè modo disquirimus, de argumēto, de enūtiato, de syllogismo dictū est antea, & qd in quaqꝫ parte desiderarerē aut redūdaret: nūc de methodo parte ultima & ab illis separata disseritur: nihil igitur cōfusè est agēdū. Sed Procli culpa ista sit Euclidē fucatis laudib. exornātis: Proclus tamē eodē loco verā tandē methodū attingit, ubi τὴν συνέχειαν, τὴν οἰκονομίαν, τὴν τάξιν cōtinuationē, œconomiam, ordinem in elementorum antecedentium & consequentium collocatione singularem esse confirmat, quodque Euclides sive addat, sive adimat: nunquam tamen è scientiæ loco excidat, nec labatur in contrarium errorem vel ignorantiam. Ista igitur est quæstio methodi propria, ubi inventorum, imo etiā νοητικῷ enuntiati, nec διανοητικῷ syllogismi judicio judicatarum compositio antecedentium, consequentiumque per totam artem ordo digeritur, quam methodum, quem ordinem, quod totius doctrinæ judicium imprimis intelligi cognoscique cupio. Hæc enim logicarum laudum & virtutum maxima est, quæque ad mathematicas artes constituendum vires præcipuas habet. Hoc instrumēto singulariter Aristoteles unus licet in partib. plurima peccarit, ad artes distinguēdū usus est, infinitos antiquorū cōmētarios ex Europa, Africa, Asia jussu Alexādri collectos generatim subducēdo & ordinādo, rhetorū in rhetori-

cam, logicorum in logicam, mathematicorum in mathematicam, physicorũ in physicam, ethicorum in ethicam. Hanc methodicæ collocationis prudentiã in rebus astronomicis Ptolemæus, ut antea subtilius explicavi, imitatus est, Timocharis, Hipparchi, Menelai, Chaldæorũ omnino, Aegyptiorũ, Græcorumq; omnium confusos labores digerendo & disponendo. Hanc methodicã philosophiam in rusticis rebus explicandis physici præcipuè adamarunt. Quinquaginta scriptores græci infinitos de agricultura libros ediderant, hos methodi nobilitate præterit Mago carthaginensis, res tam dispersas tamque dissipatas comprehendens libris duodetriginta. Cassius uticensis Magonem laude methodi antecessit græca lingua opere ad libros uiginti redacto. Cassium eadem laude vicit Diophanes, sex libris eadem omnia complexus. Varro methodica trium librorum brevitate cunctos tandem superavit. Justinianus eandem laudem in opere longè maximo ac celeberrimo sequutus est, at facilius assequutus esset, si Aristotelem operis illius architectum non Tribonianum nactus esset: eadem in mathematis contentio nostris mathematicis institutoribus fuit. Hippocrates nõ fuit primus in Græcia mathematicæ magister, sed quia primus ordine mathemata composuisset, primus στοιχειώτης perhibetur. Leon non superavit Hippocratem mathematica solertia, sed quia mathemãm doctrinæ copia usque accuratius ordinavit, secundus στοιχειώτης appellatur: Denique logica eadẽ Theudium Leonti, Hermotimum Theudio, Euclidem Hermotimo, Euclidi Theonem præposuit, præstantiorisque formæ authorem, præstantioris etiam matheseos authorem doctoremque judicavit. Hoc igitur certamen omnium disciplinarum studiosis olim gloriandum & prædicabile videbatur: quod multis seculis extinctum prorsus jacuit: Renovata autem ætate patrum nostrorum & excitata species ejus quædam est, sed in præstantium authorum scriptis legitimæ tantum lectioni restituendis, hic á doctis hominibus castigati & emendati poetæ, historici, oratores, georgici, iurisconsulti, sacri etiam Vates: hinc adnotationum, castigationum, emendationum, variarum lectionum, adversariorum & ejusmodi titulorum libri eruditæ & laudabilis industriæ testes locupletissimi: Hinc Rhenani & Erasmi in Germania: Politiani & Victorii in Italia. In Gallia verò collegarum meorum Turnebi & Lambini labores laudatissimi. Plerique jam receptos ac probatos authores interpretandos & vigiliis suis illustrandos sibi proposuerunt, quæ Merceri & Quinquarborei collegarum item nostrorum in Hebraicis literis perpetua laus erit. Nonnulli etiam corpora artium ad illam veterem limam expolienda sibi proposuerunt: Hinc grammatica primum ad usum aptior, deinde rhetorica & logica: sed in medicina duo singularem liberioris & justioris philosophiæ laudem sunt adepti Vesalius & Argenterius: E Parisiensibus autem medicis Brissotus primus post Cannensem barbarorum cladem ad bene sperandum signum sustulit: literas latinas & græcas, sed & mathematicas præcipuè tenebat, unde judicii libertatẽ constantiãque sibi paraverat. Deinceps ab isto Marcello medicorũ collegiũ omni doctrinæ laude celebratũ est, in eoq; medici præcipuè duo ad

do ad ingenii & doctrinæ gloriam diversis viis pervenêre: Gorræus medicis definitionibus diuturna doctissimi cuiusque græci latinique authoris lectione comparatis, Fernelius omnibus medicæ artis tanquam membris á summo ad imum usque deductis & explicatis. Neque despero ex hoc collegio futurum, ut Brissotus alter excitetur, non qui incendat medicorum libros in Aesculapii templo, ut Hippocrates incendisse dicitur, sed certé qui medicorum omnium medicas sententias igne methodici judicii liberius exploret, breviusque & accuratius complectatur. Verum methodi quæstionem concludamus, & tantam in collocandis mathematicis elementis tamque necessariam logicam imprimis intueamur. Nam si methodum veram secutus est Euclides, pleraque illa superiora defectus & redundantiæ peccata facile diluerit, seque á Ptolemæi quęstione liberarit: Sin præposteram quandam ac perversam confusionem in elementis adhibuerit, in errorem omnium fœdissimum turpissimumque adductus intelligetur. Quare sedulò atque attenté caussa ista disceptetur. Euclides igitur, ait Proclus lib. 2. cap. 8, quæstionem istam repetens communia principia primo ordine constituit, propositiones ex his conclusas secundo collocavit, easque problemata & theoremata distinxit. Hæc methodus est Euclidis á Proclo varié & variis locis commendata. Quin etiam, ait Proclus, si quis principia, & quæ de principiis oriuntur, permisceat, totam perturbabit scientiam. Sic igitur Euclides á Proclo commendatur, ut μεθοδικώτερον nihil effici posse videatur: Et nos adolescentes eadem opinione adducti, consimili laude Euclidem exornavimus: Verùm logicæ accuratioris studia & exercitationes aliud judicium sequi coegerũt. Quapropter ista laus expendatur: utrum, ut ait Proclus, universa elementa legitimo sint ordine collocata. Verumenimveró quadruplicem in elementis confusionem mathematum corpora, membra, genera, species propé incredibilem continent. Agedum quænam, & quot in elementis mathematicis corpora nominas? Duo, inquam, nomino, alterum est arithmeticum, alterum geometricum: unum veró natura prius & simplicius est? Arithmeticum, respondet ex Aristotele Proclus, ideoque & geometricum δευτέραν ἔχειν τάξιν, secundũ habet ordinem, ait, post arithmeticum, ab eoque perficitur ac terminatur. Quicquid enim est in geometria ῥητὸν καὶ γνωστὸν explicabile & cognobile, arithmeticis rationibus explicatur & cognoscitur. Hæc Proclus veré respondet, & ita 5, 6, 7, 8 p 10 libri docetur. At Procle acutissime, Euclides tuus longé alio ordine disposuit & collocavit geometriam de planis primo elementorũ loco, arithmeticam in totis quinto, septimo, octavo, nono libris ordine lõgé diverso permiscuit. Ecquid, inquã, cujusmodi patrocinium & encomium tuum est? Laudas Euclidem quod mirabili ordine elementa disposuerit, priora natura priore loco, posteriora posteriore: neque tamen cogitas interea eum ipsum, pro quo dicis, suo ipsius facto atque argumento contrario teneri, cùm geometriam natura posteriorem parte quadam pręponat, arithmeticam natura priorem postponat. Hic primus est in methodo & ordine Euclidis elenchus: Hæc obscuritas est prima non dormitantis, sed alté atque arcté dormientis, vel potius stertentis & somniantis γεγχαότα. Et

 mirabile

mirabile est tot seculis tam crassum, tam oculis incurrentem elenchum, laudatum & probatum esse. Atque hic methodicæ confusionis patronus non deerit, comminiscetur enim aliquis ac turbabit. Quid igitur, inquiet? Utrum dicet ab Euclide non arithmeticam hîc institui, sed arithmeticæ tantum assumi, quãtum reliquis elemẽtis demonstrandis satis esset: at contra logicas illas antè receptas leges, contraq; methodum, de qua nunc agitur, nihilo levius peccatũ esset: Arithmetica enim arithmeticè, geometrica geometricè docẽda sunt, & natura priora priore loco & antè docẽda: & Arithmetica legitimo ordine percepta, paria tamen vel ampliora futuris geometriæ demonstrationibus adferret. Itaq; satisfactio ista gravioris culpæ erit accusatio. Pergamus igitur, hæc duorum in mathematis corporum confusio est ex neglecta methodo. Quænam deinde est membrorum principum compositio? Proclus studio laudis occæcatus nihil hîc planè videt. Principia, inquit, primo ordine constituit Euclides: Utrum, inquã, principia arithmeticæ & geometriæ cõmunia? An principia Arithmeticæ? Communia enim præcederent utramque artem, propria arithmeticæ arithmeticã antecederent. Utrum, inquam, Proclus? Neutrum horum putat, sed geometrica principia. Ergo Euclides geometriam arithmeticæ, quamvis simpliciori, quamvis natura priori, tamen præposuit: neque tamen Proclus id in Euclide sentit, sed principia novo quodam genere logicę Euclides accumulat primo libro planorum, tertio curvilineorum, quinto & septimo numerorum, decimo triplici loco symmetrorum, asymmetrorũ, rationalium, irrationalium, secũdo binoniorũ, tertio residuorum, undecimo solidorũ: At methodus ista valde agrestis est, valde rustica. Neque enim natura initio sylvæ, omnium arborum radices præposuit: nec architectus initio civitatis omnium ædificiorum fundamẽta collocavit, sed suis arboribus suas radices natura, suis ædificiis sua fundamenta architectura subjecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum, quadranguli quadrangulorũ, multanguli multangulorum doctrinæ præponere: eamq; viam in cæteris principiis servare. Quamobrem Ptolemæus jam duobus argumentis insignibus problema suum probabit, de methodo perfectiore. Præposuit Euclides geometriam arithmeticæ: at arithmeticam geometriæ præponere debuit. principia membraque omnium generũ ante genera omnia cumulavit: at singula singulis prætexere debuit. Hysterologia duplex tam manifesta admonere Proclum potuit, ne methodũ & ordine in Euclidis elementis tam sine judicio laudaret. Quapropter gemina ista & corporum & membrorũ confusio obscuritatem mathematis incredibilem attulit, neque ullis exceptionibus, voluntatis, consilij, authoritatis excusabilem. Perge, quisnam, aut qualis tertius ordo est in generibus? Potuit enim utroque illo modo præposterum & perturbatum ordinem Euclides sequi, directum & simplicem in generibus habere. Artium enim tanquam corporum membra principiaque dissoluta esse potuerunt: genera membrorum principiorumque legitimè collocata esse. Quid igitur, qualis logicus hîc est Euclides? nolite dissimilem putare, idem est, qui antea fuit: Hysterologia in generibus propositionum par est & eadem, sive arithmeticam,

sive

sive geometriam Euclidis cōtemplēre, obscuritasque par & eadem. Genera numerorum non sunt digesta, comparatorum genera toto quinto libro, & septimi parte præcesserunt, simplicium secuta sunt: Eadem in figuris hysterologia est: figuræ planæ sunt natura priores solidis, & ita geometria à stereometria distinguitur. At 1, 16 p 12: item 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, præcipuaque pars 13, 14, 15 p 13. sunt geometricæ de figuris planis, neque quidquam stereometria utuntur, ut nullam ordinis cujusquam hac in parte rationem Euclidi propositam fuisse palàm fit. E geometriæ figuris, planæ & rectilineæ sunt priores curvilineis, ideoque omnino præponendæ. Euclides tertio libro præposuit curvilineorum, id est circulorum doctrinam: rectilineorum autem partim præposuit primo & secundo, partim postposuit sexto: rectilinei & curvilinei adscriptionem comprehendit quarto. E figuris planis rectilineis priora sunt triangula quadrangulis. At triangulorum & quadrangulorum doctrina permista omnino est, nulla cujusquam antecessionis vel consecutionis cura: ut credibile sit Euclidem de logicæ dispositionis doctrina nihil unquam didicisse: imo nihil inaudisse, neque aliud quicquam ei in totis elementis propositum fuisse, quàm ut bellis illis demonstrationibus elementa exornaret: utrum prioribus, an posterioribus, utrum notioribus, an ignotioribus nihil cogitasse, aut quod etiam absurdius sit, judicasse, totam istam perspicuitatis in syllogismo & methodo logicam, nihil ad bene docendum pertinere. Atque ita una generum & arithmeticorum & geometricorum hysterologia in elementis est perpetua, ut ad geminam illam corporum & membrorum confusionem, & obscuritatem tertia hæc addita, nil ad obscuritatem & confusionem reliqui fecisse videatur: Quid igitur restat denique? Corporum, membrorum, generum hysterologia ista est in Euclide, utrum generum saltem species, ordinem logicum habuerunt, ut singulæ suis generibus sint attributæ & subjectæ? Legem pacti & compromissi recitato, Genus natura prius est, species posteriores. Sancito igitur: Generalia specialibus præponuntor. At, inquam, ista lege non minus tenetur Euclides. Propositiones enim speciales plerumque generalibus anteposuit. Propositiones arithmeticæ eiusmodi speciales multæ sunt, ut è redundantibus illis 1, 2, 3, 4, 5, 6 p 7. ad 12, 24, 22, 16, 19 p 5 & 11 p 7. Sic 5, 6, 7, 8, 9, 10 p 7. ad 12, 11, 13 p 7. Geometricæ ejusmodi item multæ sunt, ut 16, 17 p 1. ad 32 p 1. ut 4, 8, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45. ad 1 p 6. Sic 11, 12 p 8. ad 18, 19 p 8. sic 3 p 9. ad 4 p 9. Sic in stereometricis 29, 30, 31 p 11 ad 32 p 11: imò verò pro paucis propositionibus generalibus de proportione ex altitudine, reciprocatione, similitudine infinitas specialium propositionum facta est. Hysterologia ejusmodi ab Aristotele valde ac vehementer damnata est: id Proclus legerat: atque ita principia jubet anteponi propositionibus: secus affirmat totum disciplinę ordinem perturbari. Sed affirmat imprudens & insciens, prorsusque aliud agens: neq; cogitat affirmatione sua Euclidis methodicas laudes, quas tam altè exaggerat, penitus affligi & labefactari.

Hunc

Hunc igitur hysterologiæ elenchum non tam obscurum cognitu, quàm elementa obscurantem cum triplici superiore convictum & manifestum teneamus, totisque elementis ab Euclide arithmeticam & geometriam, id est arithmeticæ & geometriæ corpora, membra, genera, species, perversè & præposterè permisceri & cõfundi judicemus, caussamque obscuritatis immensam inde nasci, ut si corpora duarum artium separata suo ordine doceantur, principiaque generibus, genera speciebus suis præponantur, facilitas doctrinæ & perspicuitas singularis orietur. Quapropter totam regii problematis querimoniam cõcludamus. Ptolemæus queritur Euclidis στοιχείωσιν obscuram & difficilem esse: Euclides contrá confirmat esse perspicuam & facilem, ut si quis illustriorem aut expeditiorẽ requirat, lubricam semitam quærat, non viam regiam. στοιχειώσεις Euclidis defenditur á Proclo, caussa regis à nobis suscepta, & hactenus secundum leges consensu partium laudatas ac probatas, acta est. Proclus laudavit delectum Euclidis in omissione plurimarũ rerũ: nos contrá disseruimus ab Euclide multa necessaria, cognata, propria, neque cõmodé, neque legitimé prætermitti, indeque mathematicã artem obscurari. Proclus Euclidem laudavit, quod omnes haberet differentias quæstionum, an est, quid est, quia est, propter quid est, tum enuntiatorũ immediati, ut axiomatis, postulati, hypothesis: mediati, ut problematis, theorematis, tum conversionum universalium, particularium. Nos contra in his omnibus secundum præsentis quæstionis legem, meras Procli tantumque mathematicam obscurantes nugas esse docuimus. Proclus Euclidem laudavit quod omni syllogismorũ genere concluderet, omnesque dialecticas facultates in demonstrando expromeret: Nos contrá é constituta bene demonstrandi lege infinitam atque immensam mathematũ é demonstrationibus euclideis caliginem convicimus, qua principia definitionum, partitionum, principia etiam syllogismorum incredibili modo obscurarentur: quæ demonstrationem requirerẽt legitimo demonstrationis argumento per caussam rarissimé demonstrari: per simile, multoque frequentissime per impossibile pleraque magnis ambagibus obscurari. Atque hæc omnia in uno delectu elementorũ. Proclus Euclidem laudavit ordinis gratia, quod στοιχειωτὰς omnes ante se natos lõgissimé superasset, principia præponendo, propositiones principiis attexendo, ut melior & accuratior ordo optari non posset: Nos contra exposita inter nos, ordinis, viæ, methodi lege quadruplicem hysterologiam in elementis intolerabilem opposuimus: quod Euclides geometriam natura posteriorem arithmeticæ natura priori præposuisset, quod omnia principia planorum rectilineorum, quod curvilineorum, numerorum, symmetrorum, asymmetrorum rationalium, irrationalium, binomiorum, residuorum, quód solidorum in varios cumulos confudisset, quód genera non perpetuó distinxisset, quod specialia elementa plerumq; generalibus præposuisset, nec unam ac perpetuam ordinis viam tenuisset. Verumtamen quamvis res ita sit, uti disputavi, incredibile tamen plerisque videbitur atq; adeo impossibile, ut tanti viri quales Euclides & Theon fuere, toties & tot modis errarint, authoritasque animo semel impressa, nullis argumentis

evelli

evelli poterit,imponiq; sibi potius aliqua disputãdi subtilitate à nobis arbitrabuntur,quam rem quamvis verissimã, tamen veram esse credant, aut si tot obscuritatis elenchos animadverterint,securi tamẽ derideant, dicantque satis esse si verum doceant, neq; omnino aliud Euclidi propositum fuisse: At monui Euclidem Theonemque mathematis excellere potuisse, omniaq; vel numerorum vel figurarum opera facere,qui logica tamen nequaquã excellerent, quiq; ideo mathematicam non satis accurate docuissent. Noluerunt,inquis,accuratius docere:Ergo,inquam,tanto gravius peccarunt,si sponte peccarunt, siquidem peccare est tanquã justitię lineas transilire:Neq; enim justum est voluntati Euclidis vel Theonis logicam subjectam esse,sed Euclidis & Theonis voluntatem subjici logicæ, id demum verum & legitimũ jus est. Et tamen qui isto modo Euclidem vel Theonem defendit,contumeliosus est Euclidi Theonique: Nam verum docuerant illi veteres στοιχειῶται: Euclides tamen mathematicæ laudẽ permagnam sibi proposuit,si facilius & accuratius doceret. Et laus Euclidis à Proclo singularis illa fuit.Euclides ipse verum docuerat: Theon tamen mathematicæ laudem permagnam sibi proposuit, si perspicuitate & accuratione superaret Euclidem. Quare facessat ista defensio:resque,ut est,ita per se consideretur.Mathematicam igitur illam antiquam sequamur,& institutam quæstionem concludamus. Demonstravimus logicam magistris elementorum valde ac vehementer defuisse. De logicis enim instrumentis illis ad instituendas artes necessariis,unicum fore κατὰ παντὸς Euclides & Theon in mathematicis sibi proposuerũt,ne quid falsum docerent: de cæteris omnibus non admodum soliciti fuerunt:nihil fere καθ' αὑτὸ in regundis finibus: nihil καθ' ὅλου πρῶτον in generalibus generaliter,specialibus specialiter explicãdis: nihil prope in demonstrãdo natura priores & antiquiores caussas exquisierunt,nihil valde regiam à natura prioribus methodũ viamque:nihil,inquam,illa tam necessaria doctrinis informandis instrumẽta admodum cogitarunt unquam vel curarunt. Itaq; judicium, quod modò exercetur, non mathematicũ,sed de mathematis logicum est. Quamobrẽ omnes mathematicos logicis artibus instructos & idoneos judices regii problematis hujus appello, ut cõtraria caussarum momenta perpendant atque examinent, deque nostra in colligendis tam multarum tamque variarũ obscuritatum causis diligentia statuant:utrum Ptolemæus justa & legitima ratione moveatur ad Euclideæ στοιχειώσεως obscuritatem improbandum,ad clariorem & promptiorẽ στοιχείωσιν requirendum. Ponite itaque ante oculos quicunq; controversiam istam disceptare & dijudicare contenditis:ponite, inquam, ante oculos logicas illas leges,quas judex æquus nemo velit,nemo posit inficiari:logicas, inquam,leges de condendis & constituendis artibus ante oculos ponite.Comparate in Euclidis elementis materiam,formamque considerate. Postremo statuite quomodo via tam multis impedimentis & difficultatibus obstructa & obscurata posit regia videri: ac decernite tamen utrum meritò de obscuritate mathematicæ disciplinæ Aristippus & Epicurus conquerantur (neque enim tot causis impulsi injuria queruntur) sed tamen neque satis idoneo argumento moventur ad ma

thematicam scientiam calumniandum ac penitus improbandum. Obscuritas enim est, sed humana, quæque viribus humanis domari: imo vero funditus atque in perpetuum tolli possit, & quamvis egregiè animatus ad hunc laborem accesserim: spero tamen certatim plerosque accursuros, vel potius advolaturos esse, qui nobis istam palmam præripiant. Verumenimvero ô Britanniam ante cohortati sumus, Germaniam laudavimus: Italia verò omni genere laudis & cohortationis mihi complectenda est, artium præstantia ingeniorumque claritate, ait Plinius, rectrix parensque mundi. Italos itaque ptolemaici problematis non solùm arbitros & judices, sed assertores ac vindices mihi proposui. Habet Italia multas & nobiles academias, in quibus si suus honor mathematis habeatur, ut latinis græcisque literis, ut rhetoribus, logicis, physicis, medicis, jureconsultis habetur, dubitare equidem nullo modo possum, quin Pythagoras in Italiam propediem redeat, & mathemata rursus principia reliquæ deinceps philosophiæ constituat, omniaque clariora & illustriora efficiat. At nescio quo temporum fato in Italia frigescere studia mathematum, & mathematicæ professiones minus honorari cœperint, cùm tamen sive arithmetica in numeris, sive geometria in mechanica, architectura, optica, pictura spectetur, matheseos usus nulla in gente sit insignior. Arithmetica non numerorum potiùs, quàm nummorum non in Italia modò, sed in Gallia, Britannia & reliqua Europa, credo etiam in Asia & Africa italorum trapezitarum manibus exercetur: si quis usquam muniendis urbibus & castellis mechanicus, si quis regum palatiis ædificandis architectus, si quis vivis rerum imaginibus exprimendis pictor egregius est: italus est. Et tamen cum percuntarer de academiis Italiæ, quos professores mathematices, quibus stipendiis atque honoribus haberent, nil admodum Italia dignum comperiebam: imò si qui mathematis scribendis aut explicandis delectantur, eos non professionis munere, sed ingenii atque otii oblectatione ductos animadverti. Scripsit Hieronymus Cardanus doctissimè mathematica plurima, medicinam tamen profitetur. Maurolycus maximam spem dederat fore ut omnes antiquæ mathematicæ doctores ipsius diligentia velut ab inferis in hanc iterum lucem excitarentur, & orbi terrarum communicarentur: Fama illa, quæ tantoperè increbuerat, nescio quomodo evanuit. Piccolomineus editis in Aristotelis mechanica commentariis ostenderat, quantus mathematum artifex futurus fuisset, si sese penitus illi studio dedidisset E' veneta nobilitate Barocius converso, & plerisque locis emendato Proclo: item Daniel Barbarus explicato Vitruvio animi caussa non matheseos professione mathematici esse voluerunt: Sic Commandinus è græco in latinum elegantius fideliusque conversis doctrinæque rarioris accessione illustratis Archimede, Apollonio, Sereno, Ptolemæo amplissimè de mathematicis rebus meruit, non tamen ut in cathedram ascenderet. Quamquam talis commentatio professio quædam sit, eaque illustrior fortasse & gloriosior. Itaque Commandine, præsentes futurosque latini nominis mathematicos vigiliis tuis tantoperè obligatos esse, tibi gratulor, utque quotidie magis

hæ magis obligentur, ut de Pappo præsertim postremis literis nobis recepisti, felicem ac fortunatum longioris vitæ cursum ex animo tibi deprecor & exopto. Quid multa? Italia tota nobilissimus ferè quisque mathematicas artes ad otii ingenuitatem, ad domesticos vel bellicos usus adamavit: tametsi mathematicæ professiones & scholæ minus frequentes ac celebres habeantur. Quamobrem Italiæ principes, liberæ civitates, reges, pontifices vestram liberalitatem mathematicæ artes jam implorant, ut non tantùm privatim amentur coIanturque, sed in publicas academiarum vestrarum cathedras vestra insigniore munificentia inducātur. Platonis votum illud est 7. de repub. stereometriam conquerentis vix adumbratam esse. Principes, ait, in rebuspublicis liberales optandi sunt, qui præmiis & honoribus excellentia, ad istam inquisitionem ingenia cohortentur. Itaque Emanuel dux & princeps excellentissime huc te imprimis appellabo, qui viros quælibet eruditione præstantes undique ad Augustam Taurinorum tuorum academiam frequentandum & exornandum magnis præmiis evocas: qui mathematicis artibus & artificibus & instrumentis mirandum in modum delectatis, ut nihil usquam rarum aut singulare mathematici generis prædicetur, quod tibi quovis sumptu comparandum non existimes: qui Margaritam uxorem habeas heroinarum nostri seculi facile principem, pari virtutis amore tecum certantem, teque quotidie vehemētius ad omnes egregias laudes incitantem. Vobis hic ampla sempiternæ gloriæ seges est. Cæteræ vos patronos & mecœnates habēt disciplinæ. Pythagoras, Plato, Aristoteles mathematū, id est ingenuę eruditionis elemētorū, pfessionē à vobis postulāt. Hieronymus Roverius Taurinorū archiepiscopus, vel potius episcoporum elegātiore literatura coryphæus, Molinæus condiscipulus quondā meus vobis pro raris & medicinæ & prudētiæ dotib. charissimus: Cujacius nostrorū jurisperitorū decus postulationē, satscio nequaquā improbabunt. Ac si vestris præclaris virtutibus accessio ista facta sit, omniumque linguarum atque artium laudandarum cognitio & scientia populis omnibus magnificentia vestra patuerit:

Fortunati ambo, si quid mea carmina possunt,
Nulla dies unquam memori vos eximet ævo.

Eadem mihi cohortatione cohortandi essent duces Ferrariæ & Florentiæ, nisi multis insignibus in doctos cujusque doctrinę professores exemplis mihi planè persuasum esset, ducatus potentiā ducibus ipsis virtutis & doctrinæ gloria chariorem non esse. Florentiæ tamen avitum illud literatis omnibus hospitium, & duabus præterea academiis pisensi & senensi exornatum mathematicis artibus ducalem, vel si Porsena pro antiqua dignitate nominetur, regalem ducisque imò regis gloriæ honorem parem vehementius efflagitat. Venetiæ verò cur mihi cohortandæ potius quàm omni genere laudis exornandæ? Mitto miraculum urbis, omnium urbium quæ unquam fuerint, pulcherrimæ, sed urbis velut insularis, omnibus tamen viis ac regionibus subternavigabilis, classemque Xerxis verius, quàm fixā ædificiis urbē referentis. Quid veneti ipsi? nonne quot patritii, tot non dico solū reges, ut Cyneas ille de senatoribus romanis dixit, sed

Pythagoræ, Platones, Archytæ, Aristoteles suspiciendi atque admirandi? Quid industria Venetorum opificum? Equidem quod quotidie nō à Venetis modò, sed ab hominibus nostris sæpe jucundeque narrantibus audio: si mechanicus ille geometriæ usus, de quo diximus, totus undiq; in unum locum conductus quæreretur, armamentarium venetum conductum demonstraret. Quid vis amplius? Veneti opifices, quamvis græcarum latinarumque literarum rudes & imperiti, tantum arithmeticæ, tantum geometriæ usum habent, ut libros de arithmetica deque geometria subtilissimos conscribant. Tartalea testimonium laudis hujus amplissimū perhibuit. Itaque Veneti professores eloquentiæ, philosophiæ, medicinæ, jurisprudentiæ patavinam academiam jampridem celeberrimam fecerunt: Si Euclides mathematicis elemētis, Ptolemæus reliquis partibus professores accesserint, cumulum perfectæ eruditionis adferent. Quare patricii Veneti curam hanc vestro patriciatu dignam suscipite. Vestra civitas, licet infinitæ potentiæ hostibus tot annos undique obsessa & circunvallata, tamē Archimedeis illis viribus incolumis & libera permansit: Auctis igitur iisdem & amplificatis æternum in terris beatæ civitatis exemplum permaneto. Bononiam equidem unicè amo coloque, non solùm quia me professorē optaverit, sed multo maximè quia una inter doctissimas Italiæ academias consensu omnium omnis doctrinæ laude princeps habeatur. Hunc doctrinæ principatum peperit Bononiēsium humanitas in peregrinos, amor singularis erga omnes virtute & doctrina præstantes, & quidem admiratio venerationque tanta, ut honor virtuti ac doctrinæ nusquam verior ac plenior habeatur: Senatus φιλοτιμία quædam magnifica & generosa in professoribus deligendis: ut plerisque populis non sit major ambitio de amplificandis finibus, quàm Bononiensibus de oratore, philosopho, medico, jureconsulto undique exquirēdo, & liberalibus præmiis ornando augendoque: doctorum nempe & eruditorum hominum dignitate, civitatis quoque dignitatē præcipuè contineri arbitratur. Ergo Bononia doctis professoribus semper excelluit semperque floruit: hinc præsentia ornamenta bononiensis academiæ Sigonius orator, Cardanus medicus, Papius jureconsulto tū Crassus Scævolaque: Cupio tamen Bononiam sine exceptione laudare, audio Mariam mathematicū insignem & Copernici magistrum Bononiæ professum esse, Simum deinde successisse. Itaque mathematicæ disciplinæ studia (Quadraginta viri verè nobiles vereque imperio majore digni) tueri ac sustentare, imò verò amplificare vestræ gloriæ proprium est. Hæc ingenuæ & liberalis doctrinæ principia & elementa si Bononiæ Pythagora, Platone, Ptolemæo, Archimede dignum honorem adepta fuerint, non Athenas modò sed Metapontum, sed Alexandriam, sed Syracusas, sed si quid usquam in terris nomine doctrinę clarum atque illustre fuerit, Bononiēsis academia sibi vindicato. Quid verò te Philippe tam multorum regnorum regem cohorter, ut Ticinum Insubribus: Salernum Picentinis: Parthenopem Campanis: Palermam Siculis: Pinciam, Siguntum, Complutum, Salamanticam, Toletum Castellanis: Hispalim Granatam, Osimam Beticis: Oscam, Ilerdam, Valentiam Tarraconen-

raconensibus: Louanium & Duacum Belgis: quid, inquam te cohorter ut tot tamque nobiles academias ditioni tuæ subditas mathematica scientia exornes? Gloria siquidem illa majorum tuorum quondam longè maxima maximeque literis & linguis omnium gentium celebrata fuit. Alphonsus rex in tabulas astronomicas convocatis undique mathematicis insignibus quadringenta coronatorum millia impendit, Alexandri ad Aristotelem in animalium historiam liberalitate penè exæquata. Quare ut numero regnorum reges Europæ reliquos superas, sic excellentibus cùm reliquarum doctrinarum tum mathematicarum doctoribus superato. Nonius Lusitaniam suam mathematis luculenter exornavit: ac si adhuc quod vehementer opto, patriæ superfit, non dubito quin adhortationem nostram regi suo, licet adolescenti, tamen facile comprobet, persuadeatque Ulysbonam & Conimbricam mathematicis studiis instruendas esse, neque quicquam illi esse aptius ad oras universi maris insulasque toto orbis oceano dispersas retinendum. Enimverò cum christianæ Europæ provincias ferè omnes mathematica commendatione peragraverim, quo te piaculo Pie quinte pontifex Romane prætereamr? Academiæ academiarum principis dominus es: unde cæteris etiam omnibus academiis orbis Latini tempora studiorum promotionumque gradus, ordines facultatum, laborum præmia & privilegia descripta sunt. Itaque tua singularis cura hîc esse debet, ne qua in academiis usquam disciplina liberalis, mathematica præsertim omittatur. Deus enim primis hominibus nullam grammaticam dedit, quia uno ore atque eodem sermone omnes, natura penè ipsa docente, utebantur: neque forensium caussarum rhetoricam, quia in tanta morum innocentia lis nulla nascebatur: purissimæ mentis & immaculatæ ratio logica ipsa tum fuit. Ergo artes mathematicæ divinitus vel oblatæ vel inventæ, quæ dei potentiam in mūdi creatiōe, sapiētiā in administratiōe, pietatē ex infinita bonorū omniū erga genus humanū largitate demōstrarēt: illa primorū hominū, ut antea docui, theologia singularis & eximia fuit, quā restituere & stabilire tuæ authoritatis imprimis fuerit, ut iis præclaris artibus erudita juventus, cùm judiciū ratione obfirmare didicerit, neque cuiquam vanitati temere assentiri consueverit, non facile à uera pietate ad aniles fabulas abducatur. Hæc ad te eò liberius constantiusque dicuntur à nobis, quod fama raræ virtutis, & jampridē in romanis pontificibus inauditæ celebraris: ambulare pedibus per urbem: sine satellitibus esse palàm: sine armis, in benevolentia civium & conscientia rectæ vitæ custodiam corporis collocare: ex immensis romani pontificatus opibus minimam partem pontifici condonare, maximas partes in publica religionis negotia impendere: stuprorum labes & impuritates antea tota urbe liberas secernere à castis oculis atque auribus: quæ laudabilia quidem ipsa per se sunt, sed majora & splendidiora postulantur. Romā triumphantem historici descripsere heroicis civium virtutibus apud exteras nationes admirabilem. Romam expleto heroibus omnium scientiarum atque doctrinarum: ut cùm è provinciis vel apud suos eximii theologi, jureconsulti, medici, mathematici, oratores, linguarum

O 3 magistri

magistri in urbem venerint: reperiam tamen doctores, á quibus posint erudiri, fiantque Romam academiarum omnium dominam reginamque academiam esse. Id veró futurum est, si á præmiis virtutis & doctrinæ purpurati Aristippi atque Epicuri procul arceantur: Pythagoræ, Platones, Euclides, Ptolemæi, Hippocrates, Solones, Lycurgi, præcipueque Moses & Pauli ultró accersantur, summique professores illi ut grammatici grammaticæ, rhetores rhetoricæ, logici logicæ, mathematici mathematicæ, philosophi reliqui philosophiæ reliquæ, sic non Aristippi non Epicuri quamlibet genere lauti ac splendidi, sed theologi omnibus illis antecedentibus studiis perfecti & cōsummati theologiæ & cujuslibet de religione controversiæ judices atque arbitri constituantur, primosque in urbe idcirco honores assequantur. Hos enim pædonomos in beata civitate honoratissimos esse jubet Plato. Tum impietates é christiana religione & immanes sectas Christiani sublatas esse lætabuntur. Romam tum denique veré triumphantem omnes confitebuntur, lætisque animis prædicabunt, hunc aureum pontificatum omnes mortales complectentur, fovebūt, osculabūtur. Sed ô me somnio nescio quo tota cohortatione felicē ac fortunatū! Sū P. Ramus regius Lutetiæ professor solicitus de crastina mathematū prælectione, & tamen é bibliotheca egressus, Britanniam, Germaniam, Italiam, Siciliam, Hispaniā peragravi, Romam veni: Reges, principes, liberas civitates, duces, pōntifices invisi coramque liberé compellavi: jam domū ad me, meosque in bibliothecā tedeo regiumq; diploma initio mihi propositū meditor, ad quod impetrandum si me Aemari Vabrei regii secretarii & opera & industria & populari illa publicas in caussas liberalitate singulariter adjutum oblitus essem, ingratā mihi atque acerbam vitā esse arbitrarer. Diploma igitur hoc unū mathematicis, imó quacunq; doctrina doctis omnibus impetratum nobilibus atq; ingenuis artibus gratulabor: collegasque meos ad extremum proprié cohortabor. Itaq; collegæ mei mathematū professores ac magistri, excitate animos, & de professionis gloria magis ac magis cogitate.

Sint Mecœnates, non deerunt, Flacce, Marones:

ait Martialis: At ego etiam contrà:

Non Mecœnates deerunt, sint, Flacce, Marones.

Ut enim artes auxilio librorum, expedito vitæ viatico, honore laboribus proposito facilius & alacrius percipiuntur: ita qui præstant artibus privatæ & publicæ vitæ utilibus, non possunt nō protinus á mortalibus omnibus amari atq; honorari. Ecquis vestrum, si optio fieret non malit se Syracusis Archimedē mathematicū, quàm tyrannū Dionysiū fuisse? Ecquid, si jam Noribergam cōtrariis simul portis, altera summus urbis magistratus, altera redivivus Regiomontanus adventare dicerentur, utro frequentiorē concursum credimus futurū? Fructus certé longé nobilissimus ingenuis studiis deesse nō potest. Fuit igitur quōdam romanæ reipub. principibus gloriosum vias prætorias & consulares sternere, suisq; nominibus appellare, Appiā, Flaminiam. Itaq; , ait Galenus, similí in quæstionis genere, cum veteres in Italia viæ injuria temporum neglectæ dif-

fici-

ficiliores essent, Trajanus imperator hoc regium vereque imperatorium opus aggressus, omnes vias refecit: quæ partes humidæ ac lutosæ essent, lapidibus constravit, aut editis aggeribus erexit, quæ sentibus circumseptæ & asperæ essent, perpurgavit, flumina, quæ vado transiri non poterant, pontibus conjunxit, ubi flexus longior esset, brevius iter direxit, sicubi verò propter editum collem aditus arduus esset, per mitiora loca deflexit. Denique si via obsessa feris vel locorum solitudine deserta esset, per cultas regiones & habitatas deduxit, aspera omnia complanavit. Quamobrem, per deum immortalem, mathematici professores, ubicunque terrarum estis, suscipite istam prætoriam vel consularem provinciam, hanc regiam & imperatoriam curam, & quidem tanto majorem & præstantiorem, quanto viæ per artes ac disciplinas gratiores hominibus & fructuosiores futuræ sunt quibuslibet viis per paludes, sentes, flumina, montes, solitudines directis. Via hic appia, illic flaminia dicta, arithmetica vestri nominis fama, geometria vestri nominis gloria prædicabitur. Turpe est posteris haberè expressa à majoribus suis exempla diligentiæ, laboris, industriæ, ignavia autem & inertia languere & torpere. At verò Pythagoras Thaleti, Hippocrates Pythagoræ, Plato Hippocrati, Architas Leonti, Eudoxus Platoni, Theudius Eudoxo & Leonti, Hermotimus Theudio nequaquam istas pectoris delitias, tamque degeneres angustias ostendere: non turpitudinis, sed mortis instar generosis illis mentibus fuisse arbitror, nihil ad inventa majorum adjungere: acceptum doctrinæ patrimonium non auctius & locupletius efficere. Itaque ducentis annis tot ac tanta mathematicæ disciplinæ monumenta Proclus conclusit. At nos mathematici annum propè sesquimillesimum eximii videlicet facti sumus nihil addendo: imò vix, ac ne vix quidem relictæ doctrinæ millesimam partem intelligendo, nihil exercendo. Quamobrẽ expergiscimini aliquando, & in studium tam illustre, tam magnificum, tam laudabile ardentius incumbite. Materies varia est & multiplex & copiosa non in Euclide solùm & Theone, sed in aliis prætereà primariis authoribus, Diophanto, Archimede, Theodosio, Apollonio, Sereno, Pappo: multo etiam major in reliquis illis quæ Aristoteli φυσικώτερα dicuntur. Conformatio materiæ illius compositioque, id est methodus à vobis expectatur & postulatur, ut mathematicis elementis regia via dispositis propositiones singulæ suam veritatem non solùm proponant, sed ordinis sui argumento præcipuè demonstrent: Neque verò demonstrent veritatem solùm, sed multo maxime utilitatẽ, neq; Platonis aliquando non satis neq; sapiens neq; hominum generi commoda sententia de mathematum contemplatione tam superstitiosè vel ambitiosè audiatur: Sed Pythagoræ popularis illa in docẽdo simplicitas: deinde Archytæ, Leontis, Eudoxi, Archimedis, Heronis præcipuè mathematica utilitas exerceatur & excolatur. Quid multa? mathematicum judicemus, qui non solùm propositiones arithmeticæ & geometriæ syllogismo aliquo concluserit, sed multò magis qui exemplo atq; opere fructum arithmeticæ, utilitatem geometriæ præstiterit. Quod si quãdo cõtigerit mathematica elemẽta nõ solum à doctis homi-

nibus

nibus ætate & labore confectis, uti nunc fit, sed á pueris, á mechanicis, ab architectis, á pictoribus facilius ediscentur, facilius exercebuntur. Quamobrem deum optimum maximum oro & obsecro, ut ad hoc opus catholicis illis & methodicis legibus conformandum, & modis omnibus exercendum & tractandum, omnes ubicunque terrarum sint, hujus tam præstantis scientiæ peritos & intelligentes excitet. Thales & Pythagoras musis mathematicis bovem immolarunt, cúm theoremata quædam geometrica invenissent. Ego veró bovem opimam vel hecatombem potius totam philosophis illis & cupidissimé voveam, & voti damnatus sanctissimé persolvam, á quibus mathematicas artes pueris faciles, opificum vulgo familiares, cognitione denique & usu non tantúm mirabiles, sed etiam populares factas esse videam. Ad te postremó, Catharina Medicea, redeo, & cohortationem in te concludo. Primo libro mathematicos omnes tibi proposui, qui te cúm inventorum suorum varietate & præstantia, tum personarum ipsarum fama ac dignitate commoverent, ut se hospitio tuo dignos judicares. Secundo libro mathematum utilitates declaravi: quę tibi demonstrarent, quot & quantis bonis Caroli filii regnum auctura esses, si mathemata per omnes Galliæ academias docerentur atque exercerentur. Tertio disputavi mathematicas artes via quadam faciliores & clariores effici posse, ne studiosa juventus inposterum á tam nobilibus disciplinis obscuritate ulla revocetur: ad mathematicam scientiam denique suscipiendum & celebrandum mortales omnes exhortando, Britannos, Germanos, Italos, Hispanos cōplexus sum; id est testem postulationis meæ orbem terrarum, vel adstipulatorem appellavi. Itaque cogita iterum atque iterum te in amplissimo gentium omnium theatro positam, infinitis oculorum millibus circumspectari, exitumque nostræ cohortationis expectari non ab exteris tantúm, sed multo magis á sedecim amplissimi regni academiis Parisiorum, Aureliorum, Biturigum, Andiū, Pictonum, Rhemorum, Divionensium, Cadomorum, Nannetum, Burdegalēsium, Aquensium, Gratianopolitanorum, Valentinensium, Tholosatum, Cadurcorum, Nitiobrigum: Avenionem, adderem nisi pontificis quám regis esse mallet: urbi tamen urbium gallicarum elegantissimæ ad egregias reliquarum artium professiones mathematum quoque elegantiam exoptabo. Tot igitur academiis christianissimum regnum ornatum est, sed multo ornatius & splendidius futurum sit, si tot regni partibus mathemata, id est clarissima liberaliū artium lumina pelluceant. Excita igitur mediceum illum animi vigorem, spemque nostram vincito. Si Britannia, Germania, Italia, Hispania nostris votis respōderint: attamen tu omnium omnes laudes superato, gymnasiumque Catharinæ Mediceæ anté conditorum gymnasiorum non solum splendore ædificiorum, opulentiaque fundorum, sed multo maximé ingenuarum disciplinarum mathematicarum imprimis professione præstantissimum ac nobilissimū facito.

FINIS.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER QVARTVS IN *primum librum Arithmeticæ.*



Ribus superioribus libris proœmium quoddam fuit cohortationis ad artes mathematicas, deinceps materies nobis presior erit in singulis præceptis mathematicis. Quartus itaque liber erit in definitionem & partitionem mathematicæ, & in primum librum nostræ arithmeticæ. Quid igitur est mathematica? Est (inquam) doctrina quantitatis: ut veró definitur arithmetica bené numerandi, geometria bene metiendi doctrina, sic generali verbo, modo ex suo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi. Sed tamen non si vocabulum deest, res ipsa minus intelligatur: nomen autem μαθήσεως, μαθήματος, μαθηματικῆς, generale est, & disciplinam significat; ut μανθάνειν discere, μαθητής discipulum: specialis tamen intelligentia facta est ad doctrinam quantitatis exprimendum. Synecdoche generis pro specie caussam hinc habuit, quod diutissime mathemata sola ex artibus discebantur, ut primo libro patuit, cum nulla dum esset, neque grammatica, neque rhetorica, neque logica: Itaque tanquam hæ solæ essent artes, artes etiam sunt appellatæ: postea autem propter excellentiam generale nomen retentum est, quia hæ disciplinæ omnium certissimæ essent & accuratissimæ: quæque doctoris lumen præcipue requirerent ut solæ artis & doctrinæ nomine dignæ viderentur. Atque hæc mathematicæ definitio qualiscunque esto. Partitio autem est in arithmeticam & geometriam: quia quantitas mathemática est discreta ut numerus, aut continua ut magnitudo. Procli de hac partitione commentatio duobus capitibus libri primi duodecimo & decimotertio producitur. Quapropter partitionem mathematicæ ex ejus sententia declaremus.

Quid igitur mathematica, quotuplex mathematicis visa est? Pythagorei mathematicæ partes quatuor numerant, arithmeticam, musicam, geometriam, astrologiam: quoto enim & quanto dividunt quotum per se esse, aut referri ad aliud: item quantum quiescere aut moveri: In primo arithmeticam: in secundo musicam: in tertio geometriam: in quarto astrologiam collocant. At partitio ista non est κατὰ παντὸς, imó plane falsa est: musica non docet doctrinam numerorum, sed rationes & proportiones sonorum: neque astrologia docet quantitatis doctrinam in linea, superficie, corpore, sed naturam & affectionem corporum cælestium. Utuntur artes omnes nominibus & verbis: item argumento, enuntiato, syllogismo, methodo, artes tamen earum rerum sunt grammatica tantum & logica: Itaque dicendum musicam & astrologiam uti numeris & lineamentis, id est quantitatibus in arithmetica & geometria declaratis, quātitatis tamen doctrinam tantum esse arithmeticæ in numero, & geometriæ in magnitudine. Quare quadripartita distributio mathematum est falsa. Geminus partitionem aliam paulo subtilius instituit, quod mathematica sit intelligibilium vel sensibilium: Intelligibilium, ut arithmetica & geometria: sensibilium, ut

lium: ut Mechanica, Astrologia, Optica, Geodæsia, Canonica, Logistica. Atque Geminus licet Logicus adversus Euclidem nonnunquam acutior, attamen non multo accuratius quàm Pythagorei partitus est. Artes enim omnes sunt rerum generalium & universalium, alioqui non essent κατὰ παντὸς, ideoque intelligibilium, neque magnitudo minus est naturalis & sensilis quàm sol vel luna. Sed Aristoteles partitionis hujus lucem, licet non satis aperte locis omnibus, aliquando tamen acutius vidit. Secundo physico quærit quomodo differat physicus à mathematico, cum uterque lineamenta & figuras consideret, & respondet illa considerari à mathematico abstracta à motu & materia, à physico autem contra permista & conjuncta materiæ motuique. Sed Aristoteles multò gravius veriusque in philosophia philosophatur, cum ab eo totum illud ἀφαιρετικὸν abstractivum mathematicæ disciplinæ genus deridetur, appellaturque πλασματικὸς λόγος fabulator sermo, tamque ἀφαιρετικὸν efficitur physica & medicina, quàm mathematica, quod verissimū est. Leges enim formandæ artis κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον communes sunt omnium artium, & perinde à singulis rebus præcepta generalia, homogenea, propria abstrahi jubent: Sed abstractio mathematica clarius explicatur in metaphysicis, quod abstrahere magnitudines nihil aliud sit, quàm considerare sine grauitate, leuitate, duritie, mollitie, raritate, densitate, calore, frigore, cæterisque physicis accidentibus: quod quidem uerissimè dictum est, sed tam verè etiam de coloribus abstractio diceretur, si Apelles aliquis de coloribus artem aliquam scriberet. Consideraret enim à cæteris rebus nihil naturæ coloris essentialibus abstractos & separatos colores. Quærit etiam Aristoteles eodem physico secundo, utrum astrologia sit pars physicæ, quod idem quæri poterat de Optica & Musica. Sed obscurius ea quæstio dissoluitur: respondet enim Aristoteles hæc è mathematis φυσικώτερα magis physica: vel potius mathematis cōtraria, quia geometria lineam quidem physicam considerat, sed geometricè, id est per se, & solitariam: physica autem geometricam, sed physicè, id est cū reliquis physicis accidentibus alligatam. Sic (inquam) Aristoteles dissolvit, sed neque satis apertè, neque satis logicis informādarum artium legib. congruè, ut ad 2 cap. 2 physici dictum est à nobis. Nam quod physicus considerat lineamēta & figuras, considerat non physica, sed mathematica facultate: & si physica sit scientia corporis materiati & sensilis, certè astrologia pars sit physicæ necesse est, & Optica pars erit physicæ de visibilibus, ut musica de sonis, & tanquam diceretur de audibilibus. Quare bimembris illa mathematum partitio teneatur. Mathematica igitur est arithmetica in numero, geometria in magnitudine, musica autem, astrologia, cæteraque illa φυσικώτερα non sunt artes mathematicæ. Nihil enim præcipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, sed de re physica numerata, de re physica magna Itaque mathematicæ non sunt. Logisticam verò ab Arithmetica, ut geodæsiam à geometria σφαιροποιΐαν, μεθοδευτικὴν γνωμονικὴν ab astrologia separare non major ratio fuit, quam grammaticam & grammaticæ usum duas artes efficere, sic pleraque in mathematicis vulgò numerata artificium quoddam

sepa-

ſeparatum habent, ut Coſmographia, Geographia, in quibus Ptolemæus princeps fuit. Mechanica & Organica, in quibus Archytas, Eudoxus, Archimedes excelluere: ταυτοματοποιητική, cuius principes Ctesibius & Hero fuere: ἰσοῤῥοπική de ponderum æquilibrio, quam celebravit Timæus, ſed maximè Archimedes: hinc libræ & trutinæ: τακτική in re militari, cujus magiſtri Polybius & Aelianus apud Græcos, Vegetius apud Latinos: Architectura, de qua Vitruvius præcepit. Veruntamen non eſt illud prætereundum, quod Proclus communiones & differentias arithmeticæ & geometriæ hic etiam collegit, fecitque Logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inverſione, fecit (inquam) Logica mathematicæ communia quædam principia. In quo nihil errat, quod Logicam putat eſſe communem mathematicæ. Eſt enim omnium artium & omnium rerum communis, & in Logica proprie præcipitur de generali arte rationum æqualium, majorum, minorum, proportionum directarum, inverſarum, alternarum, ſed errat ſi putat præcepta illa communia eſſe præcepta artis mathematicæ: ſpecialia ſunt ubi numerus ſpecialiter attingitur & eo numeratur, ut duplum, triplum, ſeſquialterum. Ariſtoteles autem in analyticis & metaphyſicis verius illud admonet, communia eadem illa non eſſe mathematicæ, ſed altioris diſciplinæ theoremata. Age vero differentias Arithmeticæ & Geometriæ ſimiliter audiamus. Quatuor enumerantur à Proclo, in quibus multus eſt lib. 1. cap. 3. & lib. 2. cap. 2. Prima eſt. In numeris datur minimum: in Geometria non datur, ut in quadrato, gnomones arithmetici dantur minimi: in Geometria non dantur. At hæc differentia ut vera ſit, nihil tamen admodum oſtendit: Nam ut magnitudo infinito dividi poſſit, potentia tamen illa eſt mentis, qua poſsit etiam unitas in ſcrupla, & ſecunda, & tertia, & ſic deinceps infinite dividi. Secunda differentia eſt, quod numerus non habeat ſitum, magnitudo habeat. Id ex Ariſtotelis Categoriis diſcrimen eſt: & occupatio loci eſt magnitudinum propria, reſque ipſæ Phyſicæ beneficio magnitudinum ſitum & locum occupant. Tertia eſt quod ſymmetria primum fit in numeris, deinde ratione numeri fit in magnitudine. Contra figura proprie ſit in magnitudine κατὰ ἀναλογίαν in numeris. At menſurabile & commenſurabile non aliud eſt quàm numerabile & communi numero numerabile. Itaque ſymmetria eſt numerorum. Secunda pars autem huius differentiæ valde notanda eſt, quod figura primò & propriè conſideratur in magnitudine, in numero autem tantum per analogiam, attamen non perpetuam. Nec enim numeri poſſunt omnes figuras omniumque figurarum proprietates numerare. Multiplex enim & varium hic eſt ἀνάριθμον, ἄλογον, ἄῤῥητον. Duplicari poteſt quadratum in magnitudine, nempe ſi ex diametro quadrati dati fiat quadratum, erit duplum dati: in numero autem non poteſt, ſed in quibuſdam tantum proximum quiddam eſt: ut è 5 quadratus numerus eſt 25. è 7 eſt 47 uno minor quàm duplus. Attamen hæc ipſa figuratorum numerorũ doctrina licet arithmetica tota eſſe videatur, quia ſola multiplicatiõis conſideratiõe cõtenta ſine ulla figuræ cujuſquã ſimilitudine percipi exercerīq; poſsit,

P 2. atta-

attamen geometricis figuris alligata est, nec extra vllum usum habet. Itaque geometricis etiam figuris quibus inserviet adjungenda. Quarta differentia est πάντα λόγον εἶναι ῥητὸν omnem rationem esse explicabilem: proprium est arithmeticæ. Sunt enim in geometria καὶ ἄῤῥητοι λόγοι. Sed hæc differentia perinde est, tanquam si diceres omnes numerorum comparationes explicari numero posse, magnitudinum autem non omnes posse, vt axis ad latus Icosaedri & dodecaedri. Sed tamen istæ in artibus differentiæ & dissimilitudines patent ex cognitis partibus: separatim veró colligi prorsus est nugatorium & inutile: talia sophismata Porphyrii & Aristotelis logicæ scholæ refutarunt. Quamobrem si mathematica generaliter definienda: si definitæ partitio facienda sit, definiatur mathematica doctrina numeri & magnitudinis, duplexque efficiatur arithmetica & geometria, cætera φυσικώτερα suo tempori & loco reserventur

In Cap. 1.

ARithmetica est doctrina bene numerandi: Hæc definitio in elemẽtis nulla est, imo ipsum numerandi verbum ad unam divisionis speciem à Boetio, Jordano, Campano & alijs astrictum est, ut sit idem quod Euclidi metiri id est dividere. Elenchus Euclidis est omissæ definitionis: at Boetii & aliorum Elenchus est generis pro specie, generale nempe verbum specialiter usurpantium, cúm tamen species ipsa proprium verbum habeat, ut dicetur suo loco. At nomen numerandi, additionem, subductionem, multiplicationem, divisionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur: deniq; bene numerare est arithmeticæ vim & facultatem exprimere, ubi opus sit. Eadem ars apud Platonem logistica interdum dicitur, tametsi aliás nomen logisticæ vulgarem tantum calculum significat, & sic λογίζεσθαι ratiocinari pro computare dicitur. Atque hæc de generali definitione arithmeticæ. *Partes arithmeticæ.* Hæc partitio in Euclide non est, imó prorsus nulla, saltem specie partitionis usquam proposita in totis elementis partitio est, ut in tertio libro dictum est. Nos igitur omnia complexi, quæ arithmeticæ necessaria, cognata, propria fuerint, ea bifariam partimur é generali differentia numerorum simplicium & cõparatorum. Neque partitione Platonis movemur arithmeticam aliam vulgi, & practicam, aliam philosophorum & theoreticam facientis. Hac enim logica feceris duas grammaticas aliam practicam, aliam theoreticam. At omnium artium præcepta theoriam habent: eorum veró exercitatio & usus praxim, neq; propterea duæ sunt artes, ars & usus artis. Alii faciunt arithmeticæ partes vel species, numeratiõẽ, additionẽ, subductionẽ, duplicationẽ, multiplicationẽ, dimidiationẽ, divisionẽ, progressionẽ, extractione, quæ logica talis esset, ac si diceres grammaticæ partes esse nomẽ, verbũ, adverbiũ, cõjunctionẽ, syntaxim nominis adjectivi ac substantivi, particulas enumerãs, non partes, neque tamẽ particulas omnes, ut suis locis de singulis istiusmodi particulis intelligetur. Arithmetica simplex & absoluta interpretatur simplices qualitates numerorum, in quibus nempe nulla arithmetica cõparatio est neq; rationis, neq; proportiõis.

Aequa-

Aequalitatis enim & inæqualitatis comparatio quædam erit, sed logica & quæ Arithmeticam comparationis doctrinam nullam requirat. Atque hæc é generali definitione arithmeticæ unde numerus generaliter definiendus fuerat: quo unumquodque numeratur. Numeri veró, notæ decẽ quæ hic adscribuntur recẽtes sunt: his enim Euclides vel Theon nusquam usi sunt, nusquam Archimedes, aut veterum quisquam. Nicomachus ait numeri significationem per unitates esse *φυσικὴν καὶ ἀπίθετον*, ideoque simplicissimam. Græcas autem literas *νόμῳ καὶ συνθέματι ἀνθρωπίνῳ* lege & constitutione hominum significare, ut I quo 10. K, quo 20 significantur, denique apud veterum neminẽ notare potui has notas 1.2.3. &c. Alii referunt ad Phœnices inventores arithmeticę, propter eandem commerciorum caussam: Alii ad Indos: Ioannes de Sacrobosco, cujus sepulchrum est Lutetiæ in comitio Maturinensi, refert ad Arabes: nec opinio aliena est, cúm orbis terrarum Arabes potirentur, etiam disciplinarum potiri voluisse. Itaque eorum multa scripta extãt in Philosophia, medicina, mathematica, unde Algorithmus pro arithmetica, Almagestum pro syntaxi magna: quia al Arabibus regula est, *ἀριθμὸς* græcé numerus, *μέγιστον* maximum: permistis igitur ex arabico & græco vocabulis facta sunt nomina algorithmi & almagesti. Quicunque autem fuerit inventor decem notarum, laudem magnam meruit, res certé ipsa tantum placuit, ut omnium gentiũ consensum meruerit, quod é libris hodie Latiné Græcé Hebraicé editis patet: Mathematicis enim his notis utuntur, sicuti numerus, ut in paginis & folijs exprimendis. *Circulus.* Circulum appellamus cum multis, quam alii thecam, alii figuram nihili, alii figuram privationis, seu figuram nullam vocant, alii ciphram, cúm tamen hodie omnes hæ notæ vulgó ciphræ nominẽtur, & his notis numerare idem sit quod ciphrare. Romani autem literis septem utuntur I.V.X.L.C.D.M. ad omnem numerum describendum: I. significat unum: X significat decem, quia decussis denariũ significat, & decussatio hic fiat verticalibus angulis: V autem est dimidium ipsius X: C veró significat centum, & ita olim scribebatur [: & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M mille significat, & olim scribebatur sic (I), ut dimidium ipsius fuerit D pro nota quingentorum. Fuit veró etiam Romanis arithmetica quædam é digitorum gestu. Hinc Juvenalis locus ille:]

—— *Atque suos jam dextra computat annos.*

Et Quintiliani locus duplex, alter primo libro. Si actor, non dico circa summas trepidat, sed digitorum indecoro gestu á computatione dissentit, indoctus habetur. Atque iterum lib.10. de gestu digitorum, poculum poscentis, aut verbera minantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c. Sic apud Plinium lib.34. cap.7. Præterea Janus geminus á Numa rege dicatus, qui pacis bellique argumento colitur, digitis ita figuratis, ut trecentorum quinquaginta quinque dierum nota per significationem anni, temporis & ævi se deum indicaret. Quales loci veterum authorum plerique sunt, & *χειρονομίαν* ipsam Beda de natura cap.1. descripsit, imagines etiam ab illo additæ, ut licet ex eo cognoscere. Numerus veró dividitur ab authore Algorithmi demõstrati in digitum, articu-

 lum,

lum,compositũ.Digitus est quivis numerus minor denario, ut funtt.2.3.4.5.6.7.8.9.Articulus est numerus qui potest dividi in decẽ partes æquales,ut 10.20.30.Compositus qui fit ex articulo & digito: ut 15.24. &c. Digitus etiam monadicus,ut articulus decadicus græcis verbis ab aliis dicitur. Sed partitio in digitum,articulum,compositum est puerilis & sine ullo fructu,& tantũ videtur conficta, ut esset materies confingendarum regularum & demonstrationum planè ineptarum,quibus Algorithmus ille consarcinatus est. Quatuor veró sunt in communi & generali numeratione, quod duobus oblatis numeris tertius invenitur,quod inductione partium, quod notæ tanquã solitariæ spectantur,quod mente reservatur nota quę sequenti numerationi servire debeat. *Partium similiũ.* Similitudo partium nullam nobis hic numerorum proportionem indicat, sed ὁμογένειαν quandam logicam,ut in partibus intelligetur. Inductionis veró caussa est logica,quia totum suis partibus est æquale.

IN CAP. II. DE ADDITIONE.

Additio est numeratio. Sic Euclides definit numerum per additionem unitatum, speciem numerationis pro toto genere accipiens,sed ante Euclidẽ Aristoteles id apertius docuit in philosophia lib.13.cap.7. his verbis Ἀνάγκη ἀριθμεῖσθαι τὸν ἀριθμὸν κατὰ τὴν πρόσθεσιν, οἷον τὴν δυάδα πρὸς τῷ ἑνὶ ἄλλου ἑνὸς προστεθέντος, καὶ τὴν τριάδα ἄλλου ἑνὸς πρὸς τοῖς δυσὶ προστεθέντος, καὶ τὴν τετράδα ὡσαύτως. Necesse est numerari numerum secundum additionem : ut binarium uno ad unum addito, & ternarium uno duobus addito,& quaternarium similiter. Quare qui numerationem primã ab additione diversam fingunt Arithmeticæ quandã partem, vehementer errant,seque in logicis valde rudes esse profitentur. Additionis autem ut cuiuslibet numerationis species infinitæ sunt,ut si posito numero addatur unitas unica vel duæ vel tres vel quatuor,& sic in infinitũ: ut quando numeras 1.2.3.4. vel 1.3.5.7. vel 1.4.7.10. vel 1.5.9.13. Hæc Arithmeticæ prima est infinitas,quam in solis primũ numeris docuit Euclides,quæ in omnibus Arithmeticæ partibus deprehendetur. Punctis distinguũtur millenarii loci in additione continua,alii faciunt idem literis a.b.c.sed commodius est punctis. Romani ultra centum millia non numerabãt nisi per adverbia,ut decies,centies,quod multis apud Ciceronẽ exemplis in Verrinis præsertim cognoscitur. Itaq; si voles Romano more dicere summam aliquam,distinguito punctis notas à fine,tertiam,sextam, nonam,& sic deinceps binis intermissis,hunc in modũ 3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Hîc quinque summæ sunt.Prima est tricies bis millies millies centena millia.Sępissime veró verba illa centena millia reticētur, ut duodecies millies sestertiũ idem est,quod duodecies millies centena millia sestertiũ. Secunda summa est,centies novies millies centena millia. Tertia octingenties septuagies sexties centena millia . Quarta quinquaginta quatuor millia. Quinta trecenta viginti unum. Atque hæc arithmetica veterum Romanorum fuit , quæ multó est expeditior notis arithmeticis. E' definitione autem harum notarum author algorithmi demonstrati fecit definitionem limitis,id est collectionis notarum, Limes itaq; primus

primus est digitorum: secundus primorum articulorum: tertius secundorum, & sic deinceps: fecit itē conceptiones & petitiones. Conceptiones ita sunt. Omnis limitis numeri decuplātur à numeris proximi superioris liminis quilibet à suo relativo. Omnis numerus limitis totiens continet primum sui limitis, quotus ipse est in limite. Petitiones ita sunt. Omnem figuram significativam significare totum numerum limitis quota ipsa est in ordine figurarū. Omnem figurā significativam quoto loco ponitur, toti numerū limitis significare. Cyphram nihil significare, sed ideo præponi figuræ significāti, ut ipsa toto loco ponatur, quoto poni debet. Figurā præponi quæcunq; dexterior est. Hæc authoris illius principia & verba sunt ad demonstrationē additionis, subductionis, & reliquarū numerationū, de qua demonstratione postea. Præcipitur vulgó ut de numeris addendis major superscribatur, minor subscribatur. Id veró nihil est, sed ut quisq; numerus proponitur major aut minor supra infrave, nihil interest, quod etiā de Sacrobosco monet. Præcipitur item ut additi numeri duo deleantur. Id itē nihil est, collectus enim ex additis infra scriptus notat supra scriptos jam additos esse, litura igitur hîc ut in multiplicatione nihil facit. de partibus & particulis, ut de libellis, assibus, denariis, hic etiā quidā magistri præcipiunt. Sed de partium doctrina, deq; reductione partiū ad numeros integros, vel contrá de reductione integrorū ad partes, deque tota partium numeratione, separata doctrina erit postea. Abacus autem in singulis numerādi generibus quatuor vulgó per tabulam Pythagoream proponitur: at abacus meditationis nostræ multó magis Pythagoreus est & mathematicus. Itaq; non temerè tantopere á nobis cōmendatur. Additionis demonstrationē nonnulli triplicē faciunt per 9 vel 7, per additionē contrario ordine, per subtractionē: ut si scire velis in additione 12 15 27 an rectè operatus sis, jubent ut 9 tollas de addendis tanquā separatim consideratis quoties potes. Itē de summa collecta, si reliquū sit æquale, probam additionē, secus vitiosam, ut in exēplo posito nihil manet. At demonstratio valde simplex & imperita est. Quid enim si peccatum sit in summa, & pro 27 collegero 36, subductio 9 quoties subduci potest, nihil manet. Itaq; fallere potest: demonstratio per 7 eadem est, ut si proponātur addenda 43 & 52 & collegero 59 pro 95. subducito 7 quoties potest, utrinque nihil manet, & tamē falsa additio. Quod si authores demonstrationis hujus præcepissent, ut 9 tolleretur ab addendis quoties potest, & toties á summa tolleretur, tutius præcepissent, & caussam credo intellexissent. Si ab æqualibus æqualia tollantur, reliqua fore æqualia. Veruntamen etiam intelligerent id per reliquos numeros similiter fieri posse. Secunda demonstratio est, ut á sinistra dextram versus numeri addantur. At id difficile sit, si majores notæ fuerint, ut hic [illegible]. Tertia per subductionem imperité etiam fit: quia demonstratio per 9 & per 7 est etiam quamvis diversa, attamen subductio. Atqui lex & regula additionis est vera demonstratio operis & exempli recti aut vitiosi. Nam si exemplum cum artis regula convenit, est rectum, secus est pravum & vitiosum. Et valde stultum est, obscurū argumentum petere,

petere,cùm perſpicuũ é cauſſa propria lex tibi ſuppeditet. Regula enim additionis ſervata, eſt cauſſa additionis benefactæ, non autem regula ſubductionis. Et quamvis contraria contrariorum conſequentia plerumque ſint, attamen clarior diſputationis & judicii via eſt per cauſſam: ut autẽ inductio rudibus & novitiis ſit facilior initio & tutior, compẽdium erit ſingulas inductiones, dum ſeparatim aguntur, ad præceptũ artis iterare. Id enim examen facilius erit in ſingulis partibus quàm totam numerationem peractam ab extremo ad initium repetere, ut per partes non tantum numeretur, ſed etiam numeratio examinetur.

IN CAP. III. DE SUBDUCTIONE.

Subductio duos tantum numerorum ordines habet, alterum ſubducendi, alterum à quo ſubductio fit. Alter vulgò creditor, alter debitor appellatur. In ſubductiônis regula omnes, quotquot legerim, doctores artis jubent ſiniſtrorſum, ut in additione, progredi, mutuando unum é proxima nota ſuperiore, ſi major eſt ſubducendus, quod inferiori proximo reddatur: ut à 27 tollo 19. non potes 9 à 7 tollere, mutuaris 1 à 20 & à 17 tollis 9, manet 8: deinde illum reddis inferiori pximo, ut é creditore illo nihil deleatur, & 2 tollis à 2, nihil manet. Veruntamen quamvis in omni numeratione generali poſsis ſiniſtrorſum progredi, ut quidam numerant, attamen quia ſubductio additioni contraria eſt, illaq; eſt amplificatio, hæc diminutio, ut illa procedit à minoribus notis ad majores, ita hæc à majorib. ad minores debet deſcẽdere. Neq; mutuandũ aut reddendũ quicquam in contraria via erit: ut à 27 tolle 19: primo à 2 tolle 1, manebit 1: tum à reliquis 17 tolles 9, manebũt 8. Illic obſcura rudibus cogitatio eſt illius mutui & accipiendi à ſuperiore numero, & reddendi inferiori, qui tamen creditor non erat, hic ante oculos eſt in exemplo tuo, quid & unde ſubducas, & ſic in additione didiciſti ſervare 1 mente. Quare quamvis utraque via ſit vera, tamen dúplex fructus hic major eſt, primo quod difficultas illa mutui & accipiendi à ſuperiore, & reddendi inferiori, tum perplexa hìc tollitur. deinde quod argumentum præcipuũ eſt, in diviſione, quæ ſubductio multiplex eſt, ſiniſtrorſum progredimur, & vel inviti cogimur, ſi multis notis diviſor conſtet, de ſingulis conſiderare, quoties unaquæque ſubduci poſsit à ſupraposita, antequã diviſio fiat. Quapropter uſitatam viam ſubductionis omiſimus, quía obſcura & moleſta eſſet, & futuræ diviſioni contraria, contrariam à ſiniſtra ſecuti ſumus, quia facilis, quia ad diviſionem accommodata, quia denique logica. Nonnullis alia ſubducendi quoque via eſt, quoties ſubducenda nota major eſt, ut ejus differentia à denario addatur ſuperiori, & totus ſit pro reliquo, tum unitas reddatur proximæ notæ ſubducẽdæ: ut ſi à 34 tollenda ſint 27, differẽtia 7 à 10 eſt 3, quo ad 4 addito totus eſt 7 pro reliquo adnotandus, tum unitas reddẽda 2, ut 3 tollat à 3, ſic.

3	4
2	7
	7

SI

Si nota ſubducenda ſit 9, nil ei addatur, ſed ſuperior aſcribatur integer pro reliquo, ſic.

4	3	4
	9	7
3	3	7

Si nota ſubducenda ſit o, unitas tollitur à ſuperiore, ut

2	4
o	7
1	7

Si ſupra ſit etiam circulus 9 quæ diſtantia eſt unitatis à 10 reliquo ſcribitur, ut hic.

2	o	4
1	o	7
1	9	7

Si nota ſuperior fuerit o, ſubducenda autem nota ſignificans, diſtantia inferioris à 10. pro reliquo notatur, ut hic.

1	o
2	
8	

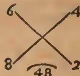
Atqui hæc ſubducendi ratio longè etiam ineptior eſt illa ſuperiore, de qua diximus. Demonſtratio ſubductionis hic item triplex, prima per 9 & 7, ut in additione, quæ perinde fallere poteſt, ſed in ſubductione ſubductus & reliquus æquantur tertio. Secunda fit per ſubductionem, nempe reliqui à tertio ut antea, ſubductus reſinquatur, quæ demõſtratio petitio principii eſt ejuſdem per idem. Tertia eſt per additionem, ſic ante demonſtrata eſt additio per ſubductionem quæ contrarii demonſtratio ridicula eſt, cum cauſſa ſit in promptu. Quapropter ſi quis exiſtimet Euclidem vel Theonem ſolum iſto demonſtrandi morbo laboraſſe, fallitur, morbus hic hæreditarius eſt, à patribus ad poſteros pervenit. Euclides vel Theon, vel potius perverſa quædam mathematicarum ſcholarum conſuetudo, jam olim ab Hippocrate chio obtinuit, nihil eſſe in mathematicis præſtantius demonſtratione. Itaq; omnium ferè rerum etiam plerumq; indemonſtrabilium, tamẽ demõſtrationes inventæ, utque vulgo juriſperitos ſine lege, ita & mathematicos ſine demonſtratione loqui pudeat: At ut quædam per ſe juſta ſunt, neque alia lege judicantur, ſic quædam per ſe clara & manifeſta nullam demonſtrationem requirunt, ut principia definitionum, partitionum, poſtulatorum, ſyllogiſmorum. Hic veiò Deus bone, cujuſmodi demonſtrationes eſſe arbitramur? Nec enim in hoc primarum demonſtrationum artificio ſolum ſubtilitas eſt inanis & otioſa, ſed logicæ incredibilis illa non curantia, de qua libro 3 dixi. Syllogiſmi enim complexio hic demonſtratur. Propoſitio eſt definitio additionis vel ſubductionis, aſſumptio eſt exemplum. Complexio eſt veritas &

tas & constantia exempli hoc modo. Numeratio qua numeri inductione partium similium adduntur & habetur totus, est additio legitima. Exempli hujus numeratio est ejusmodi. Quare legitima est additio. Simile est in subductione. Itaque qui concessis tum definitionibus, tum exemplis ad definitionum legem constructis de constantia exemplorum dubitat, dubitat de complexione syllogismorum, concessis tamen antecedentibus. Hæc judicii inopia, hæc logicæ artis egestas perabsurda sit, si cum cæteris artibus conferatur. Interrogetur puer, utrum Deus sanctus sit oratio latina, ita respondebit, oratio adjectivi & substantivi congruentium numero, genere, casu, est latina, at Deus sanctus est oratio adjectivi & substantivi congruentium numero, genere, casu: est igitur latina. Dubitent hi jam nostri demonstratores de judicio complexionis hujus, & demonstrationem adhibeant, simillimum egerint atque in demonstrationibus additionis & subductionis agunt. Quamobrem logicam istam tã logicę expertem, tam omnes mathematicæ partes obscurantem, mathematicæ musæ procul amandate à vestris scholis, & vestris discipulis persuadete, ne iis his sophismatis imposterum studia melioribus horis debita consumant. Itaque author algorithmi demonstrati subtiliores etiam demonstrationes hic commentus est per descriptiones, conceptiones, petitiones propositas, algorithmũ ipsum demonstratum probandum, eximium, exaratum maximi & doctissimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctissimi, denique arithmeticum his demonstrationibus paratum tantum differre ab imparato, quantum oculus differat à cæco. Hæ laudes sunt istarum demonstrationum, sed laudes ejusmodi, quales antea Procli in Euclide fuerunt. Laudatores porrò ejusmodi Phavorinos illos Gellianos esse credas exercendi ingenii gratia, non παράδοξον ἀλλ' ἄδοξον καὶ ἄπιστον ὑπόθεσιν declamantes. Veruntamen si quando mathematici homines præsertim tam excellentibus ingeniis præditi quibus illi fuere, de quibus loquimur, cogitarent paulò impensius de suis istis demonstrationibus, sibi ipsis opinor displicebunt, cum intelligant tali demonstrationum genere non modo nihil demonstrari, sed artes per se illustres vehementer obscurari. Quamobrem rejectis nugis talium demonstrationum examen inductionum singularum antea propositum revocatis singulis inductionibus ad legis præscriptum hic etiam percommodum fuerit: ut autem in additione, sic in subductione solet mentio fieri partium & particularum. At hæc partium cum integris numeratio doctrinam propriam habet, de qua postea. Itaque ne quidquam confundatur, id suo loco præcipietur. Ad exercendum verò subductionis abacum illum non fuit inutile quæstiones illas ponere per mutuam solutionem additionis & subductionis: ut à quo numero tollenda sunt 4 ut restent 3? Adde 4 & 3 habes 7 quæsitum numerum. à quo numero tollenda sunt 7, ut maneant 8? additio 7 & 8 ostendit 15. Cõtrà, cum quo numero addenda sunt 4, ut totus fit 7? Tolle 4 à 7 reliquum erit 3, quæsitus numerus. Cum quo numero addenda sunt 8, ut totus sit septemdecim? tolle 8 à 17, reliquus erit 9 quæsitus nume-

numerus: à quo numero tollendus est circulus, ut maneat o e à nullo: Cum quo numero addenda sunt 8 ut fiant 7 e impossibile. Tonstali præstantis arithmetici quæstiones hæ sunt.

IN IIII CAP. DE MULtiplicatione.

Multiplicatio. Hæc definitio ex Euclidis 15 d 7 est: Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur, qui multiplicatur, & fit aliquis. Definitio autem hæc in quandam analogiam incidit, ut 1 ad multiplicantem, sic multiplicandus ad factum. Itaq; si unitas est minor multiplicante, multiplicandus erit minor facto, si æqualis, æqualis, si major, maior. Quare multiplicatio per 1 est multiplicatio 1, & in exemplis ex inductione partium constantibus, unitas fere semper aliqua est. Nec multiplicare est multiplicandum sæpius addere, quamvis id in numeris multitudinis perpetuum sit, & multiplicationis nomen ipsum inde sumptum sit, sed multiplicare est toties multiplicandum sumere, quoties unitas in multiplicante continetur. Itaq; si unitas ne semel quidem contineatur in multiplicante, multiplicandus ne semel quidem assumetur, sed diminuetur, eritque major facto, quia unitas erit major multiplicante, ut postea in doctrina partium intelligetur. Quamobrem teneatur analogiam quandam in multiplicatione versari, quamvis ea non attendatur. Species verò multiplicationis, ut additionis, subductionis, infinitæ sunt species, per 2 duplicatio dicitur, per 3 triplicatio, & sic deinceps, nec tamen duplicationis ars ulla specialis est. Docuimus antea numeratione, quæ vulgò à magistris arithmeticis appellatur, esse additionis speciem, proptereaq; imperita partitione speciem pro genere numerari, eadem partitionis elegantia. Hìc apparet, cùm species similiter pro genere connumeratur, duplicationem à multiplicatione separari. *Numeri inter se.* Principii huius mathematici declaratio, si qua præter exemplum facienda sit, ea facienda est ex illo principio totius & partium & definitione multiplicationis, ut cùm dicis bis quaterna, perinde facis ac si 4 & 4 adderes, unde colligeretur 8. Itē cùm dicis quater bina, perinde facis ac si adderes 2 & 2 & 2 & 2, unde colligeres 8. Quo genere demonstrationis utitur Theon in 1 p 5. in 4.5.6.7.8.9.10 p 7. Itaque si qua præter exemplum declaratio hic esse debuit, illa esse debuit. At nulla opus est, cum principium sit exemplorum inductione & experientia tantum collectum, & principium in multiplicatione valde necessarium. Euclides autem fecit è principio isto propositionem demonstrabilem 16 p 7. Quidam instituunt sex multiplicationis species ex tribus numeri generibus digiti per digitum, articuli per articulum & per compositum, tum articuli per compositum. Sed digiti per digitum multiplicatio præcipuè ab iis instruitur, & modis duobus. Primo multiplicatur utriusq; differentia à denario, & factus pro nota ultima notatur, tum alterius ab altero differentia tollitur, & reliquum pro prima nota præponitur, sic è sexies octonis fiunt 48, ut hìc vides.



At hic ſubductio differentiæ duplex eſt,ſecundo multiplicatio differẽtiarum, tertio eſt tertia ſubductio, ita artificiũ triplicis ſubductionis & multiplicationis unius pro una multiplicatione hic involutũ eſt. Secundo digitus alter deducitur à ſuo articulo toties,quot unitatibus differt reliquus digitus à denario: ſic è ſexies octonis fiunt 48.

4	8
8	0
6	4
3	2

In quo artificio primũ multiplicatio eſt alterius digiti per 10,ſecunda eſt ſubductio reliqui digiti à denario,ut differẽtia habeatur,tertio eſt multiplicatio primi articuli per inventã differentiam, quarto eſt ſubductio facti ſecundi à primo facto. Itaq; hic ſcilicet inventũ eſt compendiũ quadruplicis numerationis pro una. Ratio vero multiplicationis hujus pendet ex eo quod multiplicandus ſibi toties additus,bis amplius quàm oportuit,ideoq; toties ſubducitur. Illius etiã ratio licet obſcurior,tamẽ eodem redit. Inventũ eſt etiam artificiũ ſimile in multiplicatione per quinarium: ut ſi multiplicandus fuerit par, dimidio ejus circulus, ſin impar minori parti quinarius poſtponatur,ut hic.

4	4		4	5
8			9	
40			5	
			45	

In tali multiplicatione digitorũ author algorithmi demõſtrati ſeptem theoremata prolixa cõſumpſit. Ejuſmodi veró & quotquot præter logicã inductionis viam excogitari poſſunt, pedicæ ſunt argutiarum novitios & rudes impedientium, omninoque digitorum inter ſe numerorum multiplicatio ſi quid obſcuritatis habeat,inductio adhibeatur nulla brevior,nulla planior & facilior via eſſe poteſt. Nonnulli dextrorſum multiplicationem deducũt, ut hic vides 25 per 12 multiplicatis fieri.

3	0	0
	1	
	4	
2	5	0
	2	5
1	2	

Hæc

Hæc autem via obscurissima est & maximé lubrica, ideoque talis in arte subtilitas est fugienda. Nec enim arti propositum est omnia docere quæ fieri quecunque modo possunt, sed quæ possunt commodissime fieri. Mercatorum quidam libri speciem multiplicationis præterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula sectis longo, quot notæ fuerint multiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colligūtur summæ sequēdo diagonios, ut hic vides.

Multiplicandus.	3	9	4	*Numerus multiplicans.*
	0/6	1/0	0/8	2
	1/8	3/0	2/4	6
	1/5	2/5	2/0	5
9 3	8	1	0	*Summa.*

Verum multò major est hujus abaci constituendi labor, quam multiplicationis ipsius, & si quis numeros singulares inductione colligere nesciret, neque unum mente reservare, & omnino addere nesciret, proptereaque neque multiplicare, nec ei quicquā artificium hoc proderit. Abacus autem noster ē novem notis inter se multiplicatis communis est omnium exemplorum & sola mente custodiendus: quem qui comprehendere non poterit, is certé semihorulæ meditationem & laborem ferre non poterit, & hoc tamen levissimo labore devorato, labor in reliquis omnibus postea nullus futurus sit. Probatio multiplicationis prima hic adhibetur per 9 & 7, ut antea, de qua iccirco idem quod antea judicandum, altera per divisionē: sic probatio duplicationis per dimidiationem: At neque divisio neq; dimidiatio dicta adhuc est. Hysterologia talis antea fuit in demonstratione additionis per subductionem & subductionis per additionem. Author algorithmi adhibet hic etiam 17 vel 18 p 7 elementorum. Sed omnia hęc artificia demonstrādi exempli ē definitione protinus assumpti jam refutata sunt á nobis. Quare multiplicationis ne quid in majore opere labores, approbatio optima quæque fuerit singulares inductiones ad regulam revocādo.

IN CAP. V. DE DIVISIONE.

DEfinitio divisionis in elementis nulla est, licet sæpe Euclides in propositionibus & Theon in demonstrationibus utatur. Multiplicatio addit multiplicandum quoties unitas in multiplicante continetur & habetur factus: termini proportionis hic tres offerūtur unitas, multiplicans, & multiplicandus. Divisio subducit divisorem á dividendo quoties in eo continetur & habetur quotus, duo tantum termini proportionis hic exprimuntur, dividendus & divisor: dividendus

videndus respondet facto, divisor multiplicando, quotus multiplicanti, analogiaque respondet, sed ἀνάπαλιν, ut in multiplicando termini essent 1. 3. 4. 12: in dividendo contrà, 12. 4. 3. 1. divisionis autẽ verbum generale est Euclidi & Theoni pro quacunque sectione in partes æquales vel inæquales, ut compositio pro quacunque amplificatione additionis vel multiplicationis. Sic διαίρεσις καὶ σύνθεσις opponuntur lib. 5. Verba autem μέτρον, μετρεῖν, μετρούμενος sunt Euclidi & Theoni idem quod divisor, dividere, divisus, sed metaphora geometrica, & in arithmeticis obscuriore & vulgo non intellecta ab arithmeticæ quibusdã magistris, qui non intelligentes quo verbo hæc species numerationis appellaretur in elemẽtis παραβολὴν divisionem dixerunt, sed id rarius & obscurius est superiore. Nicomachus παραβλητικὸν dicit, & τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς latitudinẽ collationis, quã quotum dicimus. Euclidis etiam quidam locus ẽ lib. 6. huc referri potest, sed geometricus tropus obscurior, ut dixi, est illo superiore. Boëtius, Iordanus, Campanus metaphoram geometricam vitantes, in tropum insolentiorem inciderũt, dum verbum generale numerare pro speciali dividere dixerunt. Synecdoche enim hæc generis pro specie est insolentior, & durior quàm est illa metaphora geometrica similis ꝑ simili. μερισμὸς & μερίζειν divisio & dividere Hypsicli in scholio 15. libri elementorum, & Ptolemæo 9. cap. 1. cõstructionum, & Eutocio & recentioribus mathematicis verba sunt propria & usitata, quæ ideo sequemur, metaphoram geometricam Euclidis & Theonis synecdochen, licet arithmeticam, tamen duram & cõfusionis caussam vitabimus, speciem propriam speciali & proprio nomine appellabimus. Iordanus appellat quotum dividẽtia, sed quoti nomen est aptius. Euclidi sunt μέρος καὶ μέρη pars & partes. Pars est numerus minor metiens majorem, ait 3 d 7. Partes est numerus minor non metiens majorem, ait 4 d 7. Pars quota vulgò dicitur. Partes autem dicit Euclides partem quantã, quæ dicitur, propterea quod pars quanta non sit illa quidem quota pars unica, sed multæ. Accidit autem sæpe ut numero plurali quotæ partes dicendæ sint, & tum quantæ dici viderentur, quæ essent quotæ. Vitandæ igitur ambiguitatis gratia, præstaret partes quotas & quantas dicere: si quid tamẽ utilitatis ea res haberet. Atque hæc differentia partis & partium, seu partium quotarum & quantarum, tantum videtur inventa, gratia inanium quarundã Euclidis propositionũ in quinto & septimo libris, in quibus pars & partes ad hanc differentiam nominat. At pars seu pars quota, si quid prodesse potest, potest in divisione per numerũ multitudinis, ubi quotus est pars quota divisi, quæ nempe divisum numerum & fecerit & propterea dividat. Atque illic pars ipsa quota ex doctrina divisionis intelligitur: quantæ verò partis usum præter inanes illas propositiones nullum didici, nec alius esse potest, quàm ut scias non esse factorem, non esse divisorem. Quare partis & partium differentiam sustulimus ex Arithmetica, ut inutilem. Sed tamen hæc una tam bella differentia partium quotarum & quantarũ, partitioque in Euclide & Theone mirabiliter demonstrata ad 4 p 7. de qua dicetur suo tempore. In divisione jubent doctores artis, cùm consideraveris quoties divisor subduci posit, & quotum habueris, tum multiplices quotum cum diviso

re, &

re,& factum numerum à dividẽdo subducas. Quod verum quidem est, sed jam res acta rursus agitur. Nam cùm consideras quoties subduci possit, & quid relinquatur, tum multiplicas & subducis, nec omnino alter quotus haberi potest. In magnis tamen exemplis oblivionis aut erroris metu tutius fuerit subductiones jam factas multiplicatione quoti per divisorem colligere, & summas collectas à dividendo tollere. Atque ut antea reservatum est aliquid in additione, subductione, multiplicatione: ita in divisione majus illud multiplicatiõis opus reservatur. Atque ut in multiplicatione antea propositus est abacus, sic in divisione paulo secus proponitur. Scribantur ordine novem notæ, & ad lævam divisor primo unitati opponatur, secundo duplicatus opponatur binario, tertio addatur duplicato, totus opponatur ternario, tum divisor addatur huic toti, totusque opponatur quaternario, & deinceps similiter, donec ad novenarium ventum sit, ut hic vides divisorem 54.

	5	4	1
1	0	8	2
1	6	2	3
2	1	6	4
2	7	0	5
3	2	4	6
3	7	8	7
4	3	2	8
4	8	6	9

Per hunc divisorem si voles 78418 dividere, notabis, ut antea, numeros, & quotos ex abaco repetes. Nam quotus erit é novem notis, is cui respondebit in abaco dividendus, aut proxime minor, ut hic. Erit quotus 1, cui respondet in abaco proxime minor unitas, & manent 24, sic.

2 4
~~7~~ ~~8~~ 4 1 8 (1
~~5~~ ~~4~~

Deinde pars cognominis erit 4, quia 216 proxime minor dividẽdo ei respondet in abaco. Res igitur sic erit.

2
~~2~~ ~~4~~ 8
~~7~~ ~~8~~ ~~4~~ 18(14
~~5~~ ~~4~~

Tertio

Tertio quotus erit 5, cum 270 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 11, sic.

```
  2 1
2 4 8
7 8 4   1 8   (145
    5   4
```

Quarto quotus erit 2, cùm 108 proxime minor dividendo respondet, & reliqua sunt 10, sic.

```
  2 1
2 4 8 1 1 0
7 8 4 1 8   (1452
      5 4
```

Verum quoties divisor mutabitur, toties abacus mutandus erit, & ante divisionem totam peregeris quam abacum talem construxeris. Postremo rudis ille cui paratur hic abacus, caussam quoti hic constituti nesciet. Quapropter ut in multiplicatione, sic in divisione abacum talem valere jubeamus. Docent quidam velut compendium divisionis prolixæ & magnæ idem esse dividere dividendum per datum divisorem & dividere primo per factorē divisoris alterum, deinde quotum inventum dividere per factorem *ejusdem* dati divisoris reliquum: ut dividere 288 per 12, idem fuerit ac dividere primo per 2, & quotum 144 dividere per 6 reliquum factorem, quotus enim erit 24, qui fuisset, si 288 divisa primo essent per 12. Id, ubi magna divisionis prolixitas metuitur, profuturum censeni: ut si dividendus proponatur 9740740 6521 per 789 cujus divisoris factores sunt 3 & 263. Itaq; divide illum magnum numerum, primó per 3, deinde quotum 3246913 5507 divide per reliquum factorē 263, habebis quotum 123456789. qui fuisset in prima divisione, si magnus ille numerus esset primo divisus per datum divisorem 789, quod adjumentū non omnino repudio, cùm inductionis sit, sed tamen quantum sit, usus ipse declarabit, abacum illum additionis, subductionis, multiplicationis cōmunem etiam in divisione teneamus: hoc in arithmeticis nihil locupletius aut divitius esse potest, imo nihil promptius atque expeditius. Quin etiam tria illa principia totis elementis arithmeticis á Theone in demonstrationibus usurpata teneantur. Qui dividit partes, dividit totum, ut 2 dividit 4. 6. 14 constituentes totum 24: Ergo 2 dividit & totum 24, quod ex additione est. Item, Qui dividit totum & subductum, dividit reliquum: ut 3 dividit totum 36 & 9 subductum: Ergo dividit 27 reliquum, quod é subductione est. Qui dividit factorem, dividit factum: ut 4 dividit 8 factorē ipsius 48: Ergo dividet ipsum factum 48, quod est é multiplicatione.

tiplicatione. Quinetiā licet hic quæstiōes multiplicatiōis & divisionis cōmunes agitare: ut quis numerus dividendus est in 5, ut quotus sit 7: multiplica 5 per 7. factus 35 erit numerus quæsitus. Per quem numerum dividenda sunt 36, ut quotus sit 9: 36 diuisus per 9, exhibet 4 numerum quæsitum. Per quem numerum multiplicanda sunt 9, ut fiant 36: divide 36 per 9: habebis in quoto 4 numerum quæsitum. Atque hæc in singulis notis meditatio abacum divisioni singularem comparabit. Habet veró & divisio suarum quoque demonstrationum ineptias per 9. per 7. per multiplicationem, habet per regulas algorithmi demonstrati omnium primas. Sed demonstratio per multiplicationē, quæ proponitur absoluta divisione, valde simpliciter à magistris arithmeticis proponitur, tanquam divisio non sit ipsa prius multiplicationis cum subductione meditatio, deinde memoria custodia tum multiplicationis, tum subductionis repetitio. Multiplicas igitur in qualibet inductione, & subducis meditando & in memoriæ custodia deponendo, ejusque depositi velut prædes & sponsores habes divisorem & quotum: deinde ab iis sponsorib. repetis depositam multiplicationem, unde facta subductio ante meditata restituitur: denique fides modicæ divisionis multiplicatione confirmatur. Itaque qui multiplicationem tandem rursus adhibet ad fidem totius divisionis, non cogitans à se toties factum, quoties inductio iterata est, fallitur, si dubitatio sit de errore. Conferatur exemplum cum lege divisionis. Ea enim demōstratio sola legitima: Analogia enim multiplicationis & divisionis alternè quidem respondet: at contrarium contrarii caussa esse non potest. Quare teneatur, quod antea monui, exemplorū examen ab artis regula, per quam facta sint, repetendum esse, & quidem in singulis partibus ipsius inductionis. Quod si commodum est in ulla alia numeratione, commodissimum est in divisione, neque certius aut accuratius hic est quicquam quam unamquamque inductionem repetere singulis in locis, & ad legem examinare, id experientia probabit. Alii probant duplici divisione per factores divisoris: ut si 24 diviseris per 12, quotus erit 2: at si sumpseris 3 & 4 factores 12, diviserisque 24 primo per 3, tum quotū 8 diuiseris per 4, redibit 2 quotus primo inventus. Atque compendium illud est magnæ & prolixæ divisionis, ut duabus exiguis divisionibus quotus facilius inveniatur. Solent veró quæstiones omnis numerationis communes proponi, quibus discipulum oblectare non alienum fuerit. Nummorum, quos erogare tribus amicis velis, dimidium dederis primo & 2 nummos, secundo reliqui dimidium & tres nummos, tertio reliqui dimidium & quatuor nummos, & unus tandem superfit, quot initio nummos habebas? Recurre gradatim ab ultimo ad primum: adde 1 reliqui ad 4, habes 5, & his duplicatis 10. his adde 3 datos secundo ultra dimidium, habebis 13, & his duplicatis 26, his rursus duos nūmos supra dimidium dato, primo adde, facies 28, & his duplicatis 56, summam primam: hic additionis & multiplicationis numeratio est, & de pluribus eadem ratio fuerit. Incidis in 3 latrones, primo nummorum, quos habes, dimidium tradis, & is commotus, 2 tibi reddit: secundo offers dimidium reliqui, hic liberalior 4 reddit: tertio demum reliqui dimidium

um doꝛas ac omnium liberaliſsimus, 6 reſtituit, & elapſus 12 habuiſti, quot initio numm..os habebas, & quot ſingulis dediſti? Tolle 6 reſtitutos à 12 reliquis multis, in quib. nempe continentur, manẽt 6, quib. duplicatis fiunt 12: Ab his tolle 4 redditos, manent 8, quibus duplicatis fiunt 16, à quibus tolle 2 redditos à primo, man..t 14, quibus duplicatis fiunt 28, ſumma nummorũ, quos habebas initio. Porro ..e 28 da dimidium primo latroni, & reddat 2, retinet 12, de 16 reliquis da dimidiu.. ſecũdo & reddat 4, retinet 4 de 12, da dimidiũ tertio & reddat 6, nihil retinet. Hic a..ſionis deductionis multiplicationis numeratio eſt, quæ de pluribus eadem fu..t. Quod ſi plus reſtitutũ dicas quã datũ ſit, id ipſum etiã falſum, ſolutio declarab.. ut ſi dicas datum primo dimidium, & reſtitutos 4, ſecũdo datũ dimidiũ & red..os 6, tertio datum dimidiũ & redditos 8. Denique ſi dicam reſtare minus, vel æqu.. reddito, aut omnino plus reſtitui quã datum ſit, falſa quæſtio erit. In ſacculo tre.. ommunem aureorũ ſummam habebant, ſed ſuæ quiq; ſummæ ignari. At primu.. ſcit ſocios habere 150, ſecundus ſcit ſocios habere 240, tertius itẽ ſocios haber.. ..26, tum congerantur aurei omnes in alienæ pecuniæ grandem acervum, quo.. ..rcos & univerſi & ſinguli repetent? Adde omnes numeros á ſingulis cognitos, t.. ..s erit 716, numerus hic pecuniam habebit à ſingulis cognitam, quæ ſummã u..iverſorum duplam continet. Quare dimidium 358, ſumma eſt quam univerſi ..petent tum à 358 tolle 150, manent 208 ſumma primi: deinde iterum é 358 tolle 2..0, manẽt 118 ſumma ſecũdi: deniq; á 356 tolle 326, manẽt 32, ſumma tertii. Hic diviſio & ſubductio. Quod ſi de quatuor, quinq;, aut pluribus quæſtio ſit, ſumma ſingulorũ addita ter, quater, deniq; uno minus, univerſorũ ſummã contineret, ideoq; per 3 aut 4 aut deinceps majorẽ numerũ dividenda eſſet. Sunto tibi tres conviuæ, & é 24 calculis da primo in manum 1, ſecundo 2, tertio 3, tum colloca propalã a, b, c, id eſt anulum, bullã, cyathũ, & cũ tu averſus fueris, ſinguli ex illis trib. reb. unã abſcõdant: deinde qui abſcõderit a, capiat é reliquis calculis quot jã cepit: qui vero b, duplum capiat: qui c, quadruplũ, tũ reverſus vide reliquos calculos, qui ſunt vel 1 vel 2, vel 3 vel 5, vel 6 vel 7. Si reliqu' fuerit 1, primus abſcondit a, ſecundus b, tertius c. Si 2, primus abſcondit b, ſecundus a, tertius c, reliquos modo ex tabella connexa intelliges.

Reſiduum	*Perſona*	Res	*Reſiduum*	*Perſona*	Res
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

Tres

Tres verò res occultæ sex tantum modis disiungi possunt, quorum nullo cõtingit ut 4 calculi relinquantur. Convivarum unus repertum annulum gestat certi digiti, certo articulo, quæritur quis sit hic conviua, quoq; & digito & articulo annulum habeat. Primo rogo te (qui scis) ut notes personã aliquam, unde cæteræ numerentur: deinde sinistrorum pollex dextræ primus sit digitus, & pollex sinistræ ultimus, articulus vero ungui proximus, sit primus. Tum vero à prima persona incipiens tacitus, numera usque ad annulatam personam, eumque numerum deculpa, decuplo adde numerum digiti, totum rursus deculpa, & tandẽ adde numerũ articuli, cumq; id tecũ egeris, tãtum summã mihi dicito, tũ respondebo. Totius numeri prima nota significari personã, secũda digitũ, tertia articulũ, ut à persona prima annulatus, sit quintus, digitus septimus, articulus tertius, 5 numerũ annulati decuplabis & facies 50, addes 7 numerũ digiti, tot' erit 57, q decuplatus erit 570, adde 3 numerũ digiti, tot' erit 573, & prima nota personã significabit, secũda digitum, tertia articulum. Si penultima figura sit 0, sume 10 à prima pro secũda, ut in eodẽ exemplo. Si digitus sit decimus & articulus secũdus, primo 5 decimus decuplatus facit 50, & 10 additis totus est 60, decuplus est 600, & addito 2 pro numero articuli, totus est tãdẽ 602. Itaq; prima nota erit 5 cum detraxeris 10 pro secunda. Talis est ludus de Christianis & Sarracenis in eandem navim inclusis: qui versibus istis cõtinetur

Post quatuor, quinque da,
Post duos, unum colloca,
Tres numerabis,
Postea unum colloca.
Unum dic pariter
Et duo consequenter,
Duos post opponas
Et tres simul hic apponas,
Semel dic ante bis
Post duos, unum collocabis
Primi Christiani sunt, Sarracenique secundi.

IN CAPITA RELIQUA PRIMI LIBRI.

NUmeratio minus in elementis tractata est, quæ tamen & natura prior & ad usum potior erat, specialis magis est demonstrata & quidem curiositate valde sophistica: de numero impari & pari sunt elementa 19 in definitionibus septimi lib. 5: in propositionibus noni sunt 14. è quibus retinemus definitiones 4, propositionem unicam: de primis & compositis elementa 23: in definitionibus septimi libri 4, in propositionibus item septimi 24, quarum propositionum 7 tantum retinemus: de numero perfecto sunt elementa 2: in definitionibus septimi 1: in propositionibus noni 1: hîc nihil retinemus. Itaque ex elementis apud Euclidem 49 retinemus tantum 16: reliqua 33 omisimus, quia nullum earum usum ad bene numerandum necessarium perspeximus: id est nihil hic ad finem artis κατ᾽ αὐτὸ cognovimus: neque tamen pluribus hic persequimur, quia scholæ in Euclidem id sigillatim disceptabunt:

Imparis & paris doctrinam eam tantum retinemus: cujus utilitas nobis apparuit: pariter par in Euclidis demonstrationibus adhibetur ad 28 p 10: ad 16 p 12. sic aliquãdo ab Archimede usurpatur. Sed in re militari egregium illud Aeliani fuit 8. cap. de numero pari, & cujus gratia theorema illud fuit retinendum. Primorum & compositorũ arithmetica plenioris est emolumenti, & iccirco tractata plenius à nobis: locus verò Platonis é quinto legum, siquis requirat ita est, dum philosophus civitatem querelis & inimicitiis vacuam meditatur. Quis igitur (ait) legitimæ distributionis modus? primum quidem æstimanda est quantitas numeri, quantum esse conveniat, deinde statuenda divisio civium in quot partes multitudine & quantitate sit facienda. Postremo agri & fundi quàm maxima ęqualitate partiendi. Quæ amplitudo verò idonea non aliter rectè definietur, quàm pro agrorum & vicinarum civitatum ratione: Ager verò tantus sit, ut temperatos & frugi habitatores alat, majore etenim opus nihil est: Populus autem tantus ut possit & vicinorum injurias propulsare, & vicinis ipsis injuria affectis opem non leviter afferre. His provisis atque exploratis, tum agrum, tum vicinos reipsa pariter & oratione definiemus. Nunc igitur informationis descriptionisque gratia ut res concludatur, ad legislationem oratio descendat. Quinquies quidem milleni & quadraginta ad congruentis numeri speciem agricolæ ac defensores lege definiuntor, definitosque ager & possessiones iisdem partibus æquabiliter describuntor, ut viritim sortes & partes quotę congruant. Atque imprimis duas quidem in partes universus numerus dividendus est, deinde in tres, tum uerò licet in quatuor & in quinque & ad decem usque continentor. Numeri verò peritum atque intelligentem hactenus legumlatorem esse necesse est, ut judicet quis & qualis numerus civitatibus maxime sit accommodatus. Ajo verò esse qui plurimas & continuas divisiones suapte natura maximè complectitur. Nec enim omnis numerus omnes omnium partium sectiones capit: at quinquies millenorum & quadraginta numeris tum bello pacique, tum commerciis omnibus, tum communibus tributorum, largitionumque rationibus in divisiones, unde sexaginta dividi potest ab una quidem ad decem usque continuas. Ergo hæc Platonis oratio est de numero 5040. Additur huc tertia simplicis numeri differentia in numero imperfecto & perfecto à nobis prætérita: imperfectus est cujus divisores sunt inæquales toti: estque redundans aut diminutus. Redundans cujus divisores sunt majores toto: in 12 divisores sunt 1. 2. 3. 4. 6. qui additi sunt 16. Hic numerus dicitur Nicomacho Briareus, Geryon, qui etiam impar esse potest, ut Jordanus docet 7 & 50 p 7, qualis nempe est 48045. Diminutus est cujus divisores sunt minores toto, ut 2 dividitur ab 1 sola præter ipsum sic 3. 5. Perfectus est numerus æqualis suis divisoribus, ut 6 æqualis 1. 2. 3 suis divisoribus. Adde enim 1. 2. 3 totus erit 6. Si è numeris continuè duplicatis ab unitate totus sit primus factus ab eo per ultimum erit perfectus 36 p 9, ut hic vides 1. 2. 3. 6, adde enim 1 & 2 totus 3 erit primus, & multiplicatus per 2 ultimum facit 6 perfectum solum intra decem. Sic 28 perfectus est intra centum, ut hîc vides.

1. 2. 4.

1. 2. 4 | 7. 28.

Adde enim 1 & 2 & 4 totus erit 7, primus & multiplicatus per 4 ultimũ ex additis facit 28 perfectum, cujus divisores habebis per generalem regulam. 1. 2. 4. 7. 14. Sic 496 perfectus est intra mille, ut hic vides.

1. 2. 4. 8. 16. | 31. 496.

Adde 1. 2. 4. 8. totus est 15 compositus, prætereatur igitur: additis aũt 1. 2. 4. 8. 16. totus est 31 primus: qui multiplicatus per 16 faciet 496. Cujus partes invenies, 1. 2. 4. 8. 16. 32. 62. 124. 248. Quas potes etiam invenire, si post totum primum continuè duplicentur, quot ante duplicati fuerant: quatuor enim duplicati sunt in hoc exemplo ante inventum primum, & totidem postea duplicantur: sic deinceps à 1000 ad 10000 perfectus 8128, nec singulis gradibus plures uno perfectos invenias: imò gradibus nonnullis nullos invenies: de quo liber est à Carolo Bovillo populari meo conscriptus. Sed hæc tertia est imperfecti & perfecti numeri differentia, quam unica & definitione & propositione perfecti numeri Euclides complexus est, nos prorsus omisimus: reliqui infinite amplificarunt: at hæc libenter in arithmeticam recipiam, cum talis subtilitatis usum aliquem extra artem ipsam cognovero. Cæterum subtilitas in arte non satis est nisi sit utilitati conjuncta. Si quis uspiam in rebus vel mathematicis vel physicis vel politicis & popularib. ullum usum extra scholam & artẽ animadvertat, adnotato. Atq; hæc de numeris integris arithmetica tum generalis, tum specialis fuit, cui de partibus arithmeticam subjecimus, in qua si quis putet hyperologiam aliquam esse, quia comparationum in ratione & proportione aliqua mentio fiat, præsertim in reductionib. cogitabit totam comparationis illius doctrinam esse logicam, & logico sensu cõtentam: neq; postea generalem illam & logicam doctrinam repetimus in sequentib. & inferioribus artib. In reductione autem & multiplicatione partium proportio duplex est, altera in numeris, altera in nominibus. Tota proportio in $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ sic esset{ $\frac{1}{4}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{12}$: ut enim 1 ad 3, sic 2 ad 6: Item ut 1 ad 4, sic 3 ad 12: quod é definitione multiplicationis est, ut enim 1 ad multiplicantte, sic multiplicandum ad factum.

P. RAMI SCHOLARVM ARITHMETICARUM LIBER QUINTUS IN *secundum librum Arithmeticæ.*

IN CAPUT I.



Uperiore libro adnotavimus ea paucula, quæ arithmeticã simpliciũ numerorũ attingere viderẽtur: major brevitas in posterũ nobis erit, propterea quod ea quæ dici possint, dicentur in mathematicis elementis. Spreta aũt hæc est cõparationũ doctrina á practicis arithmeticis, unica triũ (ut appellatur) regula cõtentis: at rationũ & proportionũ doctrina etiã recõditior illa quæ docetur in elemẽtis, praxim istorũ magistrorũ totã continet. Itaq; subtiliter interpretati sumus. Comparationis

logica totidem generibus in numeris reperitur, ſicut in lineamẽtis & omni ente & non ente: nec aliter logica eſſet. Itaque logica illa communia non iteramus. de axiomatis autem æqualitatis & inæqualitatis diſſeretur plenius ad primum librum elementorũ. De numeratione rationum ſumpta eſt arithmetica è 5 d 6 elemẽtorum Euclidis. Hic Proclus, Nicomachus, Eutocius multiplicant indices rationũ ſeu nominatores pro terminis: ut pro $\frac{4}{2}$ $\frac{9}{3}$, id eſt pro dupla & tripla multiplicant 2 per 3, & accidit 6 nomen ſextuplæ rationis, ſed id prolixius eſt, & moleſtius, quærenda eſſent prius illa nomina diviſione terminorum, & poſtea è ratione nominis rurſus quærendi termini: Eutocius ad 4 theo. 2. de ſphæra reprehendit Arcadium, Pappum, Theonem, interpretes elementorum, quód definitionem Euclideæ compoſitionis nõ demõſtrarint, ſed habuerint in principio: ipſe veró demonſtrat, ut demonſtrat ſcholiaſtes græcus, ſed tali demõſtratione, quali demonſtravit Apollonius, Quæ eidem æqualia: Verum multo major hic quæſtio eſt, utrum ſit aliqua rationum additio & ſimplex & ſubductio. Pleriq; enim putant compoſitione rationũ additionem ab Euclide definiri, & quidem duplici de cauſſa. Prima eſt, quod compoſitionis verbum in elementis ſit additionis: ſic numerus definitur libro ſeptimo ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος ex unitatibus compoſita multitudo, id eſt addita: ſic libro quinto σύνθεσις compoſitio, id eſt additio dicitur: at idem verbum aliquando ab Euclide dicitur pro multiplicatione: ſic ſeptimo libro σύνθετος compoſitus numerus factus multiplicatione, & ſic quinta propoſitione octavi συγκείμενος λόγος cõpoſita ratio dicitur, quæ fit multiplicatione alternorum laterum, & ſic in 5 d 6 quantitates in ſe ipſas multiplicatæ rationẽ cõponere dicuntur. Itaq; prima hæc cauſſa nulla eſt, cur potius hîc additio quàm multiplicatio intelligatur. Secunda cauſſa eſt, quod Euclides aliã multiplicandarũ rationũ doctrinã tradidit 10 d 5 & poſtea, cum duplicare triplicare rationẽ dicit. Itaq; ſi illa multiplicandarũ rationũ doctrina ab hac diverſa ſit, neceſſe videatur hanc nõ eſſe multiplicandarũ, ſed addendarũ rationũ doctrinã. Sanè huic argumẽto verè reſpõderi poſſet 5 d 6 ab Euclide generalem multiplicãdarũ rationũ doctrinã doceri, alias ſpecialẽ, nẽpe quadratã cubicam. Nã duplicare rationẽ eſt terminos rationis bis ponere, & ita multiplicare, triplicare ter ponere, & ita multiplicare. Sic ratio $\frac{2}{3}$ duplicata facit rationẽ $\frac{4}{9}$: ſic eadem ratio $\frac{2}{3}$ triplicata facit rationẽ $\frac{8}{27}$. Sic enim ſunt multiplicãdi termini $\frac{2}{3}\,\frac{2}{3}$. Itẽ $\frac{2}{3}\,\frac{2}{3}\,\frac{2}{3}$ ut ſatis patet 10 d 5. Quare ſi docuerit Euclides generalẽ multiplicãdarũ rationũ doctrinã nõ eſt alienũ ab eo ſpecialẽ ejus uſum tradi: multiplicãdi enim ſpecies ſunt duplicare triplicare. Ad ſecundũ aũt argumẽtũ addi poteſt ex authoritate ſcholii græci ad hãc definitionem appoſiti. At hîc ſcholiaſtes ſi tamẽ unus eſt, in prima parte facit multiplicationẽ quantitatũ, per nominatores rationũ. In fine aũt ſecũdæ partis ait: Si à cõpoſita ratiõe altera ſubducatur, alterã relictũ iri, nec dicit quomodo. Nã ſi ſimpliciter à 6 nominatore ſextuplæ rationis ſubducatur 2 nominator duplę, relinquetur 4 nominator quadruplę, qui reliquus nõ erat cúm eſſet 3 nominator triplæ rationis. Itaq; ut ſibi cõſtaret, debuit dicere ſubductionẽ fieri diviſione, quia additio fieret multiplicatione, ſic diviſio 6 per 2 quo-

tus 0.

tus ostenderet; nominatorē reliquæ rationis, attamē nominib. abuteretur. Qua rehic interpres συνθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν quidē appellat, at multiplicationē terminorū & divisionē reipsa dicit. Quare hic incertus author nihilo certiores nos efficiet. Denicꝫ in totū cōcludā, talibus argumētis nō cōcluditur simplicē additionē rationū ab Euclide multiplicatiōe diversam definiri. Verūtamē potius animadvertēdū, quod cōtra disseritur. Alexāder enim Achillinus & Volumnius, qui additionē rationū á multiplicatiōe separāt, magnū sententiæ suæ argumētū videtur afferre ab experiētia & exēplo rerū naturaliū, id est rerū numeratarum, ut equus (ajunt) vehat pōdus aliquod, cujus triplū vehere possit, alter vehat idē pōdus & quadruplū vehere possit, jam duo ad unū idē pondus cōjungantur equi, ecquænam virium ad pondus ratio erit? sextupla, respondent authores hi, cujus sententiæ fidē exēpla antiquorū cōfirmāt. Aristoteles enim Theone & Euclide antiquior pro Volumnio & Achillino facit, cū isto additionis genere tertio rhetorico videatur uti, dum Pæanis quarti é trib. brevibus & quarta lōga, rationē cōpositā esse docet ex rationibus tū dactyli lōga una, & brevibus duab. cōstantis: rū Iambi brevi & longa cōpositi, in quib. omnibus syllaba brevis unū tēpus, lōga syllaba duo: Statuātur igitur termini horū pedū, dactyli & Iambi per sua tēpora, dactylus rationē habebit æqualitatis 2 ad 2, vel ut Aristoteles loquitur 1 ad 1. Iambi 2. ad 1. & sic erunt termini $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ & additi erūt $\frac{3}{2}$, quæ sesquialtera ratio est, Pæanis triū tēporū é tribus brevib. ad 2 ex una longa. Atqui si multiplices vel quantitates harū rationū, vel indices rationū, habebis rationē 2 ad 1. Quāobrē certissimo argumēto jam cōcludi videatur, hic ab Euclide multiplicationē rationū doceri, á qua additio diversa est. Cardanus vir cū plerisqꝫ aliis artib. tū mathematicis insignis istā controversiā cōponere voluit, & utrāqꝫ opinionē verā putavit. Cum rationū duarū termini (ait) ad eundē terminū cōparātur, fit additio, sic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{3}$ faciunt $\frac{7}{3}$, secus (ait) rationū cōpositio nō est nisi multiplicatio, ut hic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciūt $\frac{12}{3}$, id est ut ipsemet ait rationē quadruplā. Attamē id etiā attētius spectandū fuerit: possunt enim hæ rationes duæ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ ad eundē comitē redigi: sic $\frac{4}{3}$ $\frac{9}{3}$ & tū additæ facient rationē $\frac{13}{3}$ diversam ab illa ratione quadrupla per multiplicationē cōposita. Addit præterea Cardanus caussam erroris esse, quod Euclides in proposito nō assumit duas rationes, sed tantū unā, duas cōtinētē in virtute duorū terminorū. Et Cardanus Alcindū hujus interpretationis authorē adhibet. Alexāder veró & Volumnius, ut idē Cardanus ait, assumūt tres terminos, & ita duas rationes. Vēruntamē Euclidis verba diligētius hîc spectāda sunt, cū Euclides sic loquitur 5 d 6. Ratio ex rationib. cōponi dicitur, cū rationū quātitates in seipsas multiplicatæ faciūt aliquā rationē. Hic enim Euclides apertē & manifestē nō rationē unā, sed plures statuit, unde multiplicatis in seipsas quātitatibus quātitates aliquæ proindecꝫ ratio aliqua cōponatur. Quāobrē vellē Cardano libuisset alioqui diligētissimo, tamē paulo diligētius hāc cōtroversiā disceptare. Nec enim dubito quin pro singulari doctrina qua præditus est, vetū explicaturus fuerit. Quid igitur tādē in re tā incerta & cōfusa sequamur? Certū (inquā) disciplinarū usum, quę quod animadvertere potuerim, aliā cōpositionē rationū

non ha-

non habent, quàm quæ fit terminorum multiplicatione, nec aliam subductionē, quā quæ fit terminorū divisione. Quin à Ptolemæo divisio ipsa interdū appellatur subductio, & exempla Alexādri & Volumnii sunt rerū nō rationū, nec Aristoteles satis accuratè illo in loco philosophari & loqui videatur. Quapropter intelligamus numerorum, qui omnes inter se rationales sunt, esse additionē, multiplicationē subductionē, divisionē distinctas & diversas: rationū solā additionē & subductionē, quæ etiam fiant terminorū rationalium multiplicatione & divisione: longius autē si progrediare ad proportiones nullam prorsus neque additionis, neque multiplicationis, neque subductionis, neque divisionis numerationem invenies.

IN CAPVT II.

Genera verò rationis generumque species subtilius exequuti sumus ex Nicomacho de nostro ordine: Tametsi de iis nullum esset in Euclidis elementis verbum, præter definitiōes tres multiplicis, partis, partiū. Ratio prima & cōjuncta nobis est idē quod simplex & multiplex: sed simplex ꝓtinus & multiplex dicetur. In qua etsi nulla sit rerū repugnantia: tamen verborū quandam velut ἀντίφασιν vitare maluimus. Exercuit verò Nicomachus Pythagoream quādam & Platonicam philosophiam in tota rationum doctrina jucūdam magis quàm necessariam, dum singulorum inventiones studiosè persequitur. Totus est in genesi numerorū ad bene numerandum inutili & supervacua. *Superbiparticularis.* Primū genus simplicis rationis ἐπιμόριον est græcis, à Boëtio cōversum est superparticulare, species eius magis latinè sunt usitatæ sesquialterū, sesquitertiū, sesquiquartum, & ita deinceps, ipsumque sesqui totum & dimidiū, vel majus dimidio, plerisque in rebus usurpatur. Ita fit dactylus æqualis, duplus jambus, sesquipæan ait in oratore Cicero: sed in cōpositione sæpius, ut sesquihora, sesquimēsis, sesquimodius, sesquiopera: habet verò & hęc species, & deinceps reliquæ manifestam illā à partiū doctrina differentiā, quod partes in quoto non sunt unitatis, quales in dividendo fuerunt, sed consequētis sunt partes. Nicomachus autem hic ortum ἐπιμορίων instituit, sesquialteri habent antecedentes omnes triplices à ternario, consequentes à binario pares. ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.	30
2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	20

Sesquitertium habent duces à quaternario quadruples, comites à ternario triples. ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8
4.	8.	12.	16.	20.	24.	28.	32
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24

Sed Nicomachus hic omnibus elegans illud, & eximiū imprimis adjunctum admiratur, quod primæ radices & minimæ superparticularium vicinæ sint & contiguæ: secundæ differunt uno numero, tertiæ duobus, quæ tribus, & sic deinceps:

deinceps: Atque hæc elegantia illi singularis est, deinde ut doceat in tabula Pythagorea rationem multiplicem antiquiorem esse superparticulari, & cæteris generibus, quod tamen falsum est, rationũ longum sermonẽ conficit, ubi tantum de multiplici agit & superparticulari, deniq; digreditur in admirationem quadratorum & alterolongorum in tabula repertorum. Itaque quæstionem obliviscitur, & res alias agit, has doctrinæ delicias ad bene numerandum inutiles non sequimur. *Superpartiens.* Hoc genus est græcis *ἐπιμερὴς λόγος*, species [1]*ἐπιδιμερὴς, ἐπιτριμερὴς*, & c. Est veró in hac altera¦specie simplici infinitas non tantum generum, ut antea, sed generis cujusque alia infinitas alia sumpta ẽ nomine partium ut superbipartiens tertias, quintas, supertripartiens quintas, superquadripartiens quintas, septimas, in quo tamẽ non est continuatio nominum, secundum naturalem numerorum seriem, neque enim est ulla ratio superpartiens, ubi nomen partium posſit à numero dividi, ut si diceretur ratio $1\frac{2}{4}$ $1\frac{2}{8}$ id est superbipartiens quartas, superbipartiens sextas. Hæ namque rationes reductis terminis sunt $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$, sic $1\frac{3}{6}$ $1\frac{4}{8}$ $1\frac{5}{13}$, & similes sunt superparticulares, quod Boetius ẽ Nicomacho docet postea ad caput 26. Inventionem autem terminorum, generis cujusque superpartientium Nicomachus docet multiplicatione per 2 in primo genere, per 3 in secundo, & sic deinceps: ut si dederis 5 ad 3 rationem superbipartientem tertias, facies hunc modum $\frac{10}{6}$. In secundo sic $\frac{7}{4}\cdot\frac{21}{12}\cdot\frac{63}{36}$, & ita deinceps. at idem fieret multiplicatione cujuscunque numeri per 17 & 18 p 7. De duplici autem appellatione Nicomachus ita præcipit. Considerandum veró cùm duę partes in majore supra totum minorem fuerint, tertium subaudiri, cùm tres, quartum, cùm quatuor, quintum, cùm quinque, sextum, & sic deinceps similiter progressus secundum nomen. Talis est superbitertius, superbiquartus, superquadriquintus, cùm superquintisextus, & similiter in reliquis. Verba græca Nicomachi in fine mendosa sunt, sed sensus ita est. Boetius autem locum hunc interpretatus est hoc modo. In hoc quoque videndum est, quoniam cùm duæ partes minore plus in maioribus sunt, tertii semper vocabulum subauditur: ut superbipartiens qui dicitur: quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur superbipartiens tertias. Et cùm dico supertripartiens, subaudiri necesse sit supertripartiens quartas, quoniam tribus super quartis exuperat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas, & ad eundem modum in cæteris: uno semper adjecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc sint, ut qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius: qui dicitur supertripartiens, is sit supertriquartus: & qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur superquadriquintus, eademque similitudine usq; in infinitum nomina producantur. Hæc Boetius, ubi de exemplis Nicomachi verba sunt, quæ dicit de omnibus in universum vera non sunt. Nã superbipartiens potest dici non solum tertias, sed quintas, septimas, nonas, ut 7 ad 5, 11 ad 9, item supertripartiens non solum quartas dici potest, sed quintas, septimas, decimas, ut 8 ad 5, 10 ad 7, 13 ad 10, & sic in generibus aliis. *Multiplex.* Hæc primi generis species posterior est utraque superio-

re Poſterius enim eſt multiplum eſſe,quàm ſuperparticulare aut ſuperpartiens: Nicomachus autē multiplicum ortum reperit in hac naturali ſerie 1.2.3.4.5.6. 7.8.9.10.11.12.13.14.15.16. Primo enim partes continui ſunt dupli,deinceps ab unitate parium & imparium:ut 2 eſt duplus ad 1: 4 ad 2: 8 ad 4: & ſic deinceps infiniti dupli: 3 eſt triplus ad 1: 6 ad 2: 9 ad 3: ſic deinceps duobus intermiſsis: 4 eſt quadruplus ad 1: 8 ad 2: & ſic deinceps tribus intermiſsis omnes: 5 eſt quintuplus ad 1: 10 ad 2: & ſic deinceps intermiſsis quatuor reliqui. Dupli autē quadrupli, octupli ſunt tantum pares. Tripli, quintupli alterné. *Conjuncta.* Duo genera rationū reliqua ſunt compoſita é primis multiplici & ſuperparticulari: multiplici & ſuperpartiente, in cujus utriuſque inventionibus diligentiam eandem adhibet Nicomachus. Primó in naturali ſerie à 2 comites in ſerie, imparium, à 5 duces reperit cujuſque generis multiplicium ſuperparticularium hoc modo.

5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Deinde ſeparatim ſingulorum generum, ut quoti deinceps indicant.

$2\frac{1}{2}$ duces diffe.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	
Comites pares	2.	4.	6.	8.	10.	12.	
$2\frac{1}{3}$ duces diffe.	7.	14.	21.	28.	35.	42.	49.
Comites diffe.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
$2\frac{1}{4}$ duces diffe.	9.	18.	27.	36.	45.	54.	
Comites diffe.	4.	8.	12.	16.	20.	24.	
$3\frac{1}{2}$ duces diffe. 7.	7.	14.	21.	28.			
Comites pares	2.	4.	6.	8.			

7

$3\frac{1}{3}$ duces diffe.	10.	10.	20.	30.	40.
Comites diffe.	3.	3.	6.	9.	12.

Atque hæc inventio eſt multiplicis ſuperparticularis. Multiplicis autem ſuperpartientis inventio nulla ſpecialim á Nicomacho facta eſt, hæ veró tam variæ tamque multiplices terminorum rationalium inventiones uſum arithmeticum prorſus nullum habent. Duæ viæ illæ generales inveniendi rationem é datis terminis, inveniēdi terminos é data ratione, totam de rationibus utilitatē continēt. Tota hæc ſubtilitas *γενέσεως* qualis fuit in paribus, imparibus, perfectis, imperfectis arithmeticæ artis impedimenta tantū continet. Quare omnes iſtas inventiones ex arithmetica arte ſuſtulimus. Nicomachus veró poſt expoſitā rationum doctrinā duo prolixa capita cōſumit in Pythagorea contemplatione, qua rationes omnes inæqualitatis ab æqualitatis ratione deducūtur, & ad eam reducuntur, ſummas comprehendamus, deductionis regula primum ſic erit.

Si datis tribus terminis tres alios æquaris primum primo, ſecundum primo & ſecundo, tertium primo & tertio, & duplici ſecundo, facies ex æqualibus duplos,

plos, eademque via de duplis triplos, de triplis quadruplos, & sic deinceps infinite hoc modo.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Ac de iis ordine conversis eadem via fient superparticulares sesquialteri de duplis, sesquitertii de triplis, & sic deinceps, sic.

4	2	1
4	6	9
9	3	1
9	12	16

Contrà è conversis superparticularibus similiter fiunt superpartientes hoc modo, è sesquialteris superbipartientes, è sesquitertiis supertripartientes sic.

9	6	4
9	15	25
16	12	9
16	28	49

E' directis superparticularibus sesquialteris fit multiplex superparticularis dupla sesquialtera.

4	6	9
4	10	25

Sic è directis sesquitertiis fiet dupla sesquitertia.

9	12	16
9	21	49

Sic è superpartientibus directis superbitertiis nascentur multiplices dupli superbipartientes tertias.

9	15	25
9	24	64

Sic è superpartiẽtibus supertriquartis fiẽt multiplices dupli supertriquarti.

16	28	49
16	44	121

Hæc deductio est ab æqualitate, sequitur brevior ad æqualitatem reductio.

Si datis tribus continuis ejusdem rationis terminis, primus statuatur primo loco, differentia primi ad secundum, secundo differentia primi & secundi reliqui duplicis ad tertium, tertio termini rationis prioris, tandemque æqualitatis restituentur, ut.

8	32	128
8	24	72
8	16	32
8	8	8

Hæc contemplatio Nicomacho elegantissima videtur, & quidē theologiam Pythagoream quandam continet dei primi rerum authoris, unde bona omnia sed inæqualiter imperfecta oriuntur, & quo eadem referuntur. Sed sine contemplationibus his otiosis & inertibus theologia vel é solidis artium mathematicarum & utilibus documentis sanctior habeatur, contemplanda divinorū operum sapientia in numero, mensura, pondere. Quare totum hoc mathematum genus non inutile solum, sed plane nugatorium à seriis mathematum præceptis amandetur.

IN CAPITA RELIQUA.

Logicas datæ proportionis differentias inversæ, alternæ, disjunctæ, continuæ in præceptis arithmeticis non ponimus, quæ jam posita sunt in logicis. Genera autem proportionis duo tantum instituimus, quia hæc sola simplicia & mathematica sunt. Nicomachus fecit decem. Jordanus addidit undecimam: sed de his omnibus authores sui legantur. Proportionis arithmeticæ doctrina est in Nicomacho: in Euclidis autem elementis prorsus nulla, quamvis usus sit Euclides aliquando ut alterne ad 79 p 10. Illic enim & Theon, & Campanus proportione arithmetica utuntur: In proprietatibus autem arithmeticæ proportionis requirimus terminos quantitate medios, secus, ut mox apparebit, proprietates illæ impropriæ essent. Proportionis arithmeticæ disjunctæ proprietas duplex est. Primæ ratio quædam subductis differentiis æqualibus, posteaque additis posset ex illo theoremate deduci. Si æqualibus æqualia addantur, tota erunt æqualia. Sed malo proprietatem ex sese notam & manifestam sumere, & exemplis tantum inducere. Secundæ proprietatis inventionem sibi Nicomachus attribuit, eamque appellat elegantissimam, & est sane: Ejus usus est apud Archimedem ad 9 th. 2. de sphæ. Illic enim Eutocius adhibet hoc theorema, & demonstrat per 5 p 2. Si numerus fuerit sectus magis & minus inæqualiter oblongum, minus inæqualium est majus oblongo magis inæqualiū. At hoc theorema speciale est, & potest ex hoc nostro videri deductum. Quoties enim numerus idem bis dissimiliter secatur, semper fiunt termini quatuor arithmeticé proportionales. Itaque non tantum constat factum mediis esse majorem, sed tanto majorem esse. Termini tamen hic quantitate medii sumendi sunt: nec enim conveniet exemplum 12. 8. 16. 12. quamvis differentiæ sint eædē: nec idem conveniet exemplum

plum 12. 8. 12. 16. Ergo theorema nostrum plenius & ubertius est: cujus tamen caussam nullam requiro, sicuti neque illius antea requisivi, postulo tanquam proprietatem catholicam, & indemonstrabilem. Hinc proprietates duæ sequentes assumuntur in continuis & concluduntur. Tertia enim primam, quarta secundam sequitur. Hanc consecutionis logicam Nicomachus non intellexit, quia speciales regulas præposuit. Addit Nicomachus & quintam differentiam. Quod differentiæ sint ad differētias, ut singuli termini ad se ipsos, id est ut æquale ad æquale: quod novi nihil est. Id enim definitione proportionis arithmeticæ continetur. Progressionis arithmeticæ proprietates quinque vulgò traduntur. Tres primas omisimus, quia nullam earum utilitatem videremus, prima est. Si tollatur primus terminus ab ultimo, reliquusque dividatur per numerū terminorum unitate minutum, quotus erit differentia: ut dato numero terminorum 5: datisque progressionis extremis 2 & 10, tollo 2 à 10, reliquusque 8 dividatur per 4 minorem unitate, quàm 5 est numerus terminorum, quotus erit 2 differentia. Secunda est. Si tollatur primus ab ultimo, & reliquus dividatur per differētiam, quotus unitate divisus erit numerus terminorum: ut in eodem exemplo tollo 2 à 10. reliquus 8 divisus per 2 differentiam dabit quotum 4, qui auctus unitate erit 5 numerus terminorum. Tertia est. Si tollatur unitas à numero terminorum, & à reliquo factus per differētiam tollatur ab ultimo, reliquus erit primus terminus: ut esto differentia 2 numerus terminorum. Nam tollatur unitas à 5, reliquusque 4 multiplicet 2 differentiam, factus 8 sublatus à 10 ultimo relinquet 2 primum. Has tres inventiones omisimus, quia, ut dixi, notam & illustrem utilitatem nullam haberent, instruximus quartam & quintam propter utilitatem manifestam. Quatuor autē primæ per analysim sunt factæ. Nam qui genesim contrariam considerabit, intelliget analyseos caussam. Itaque in prima proprietate primus tollitur ab ultimo, & reliquus factus à differentia per numerum terminorum unitate minutum habeatur. Itaque dato facto, & factore altero, reliquus habetur divisione. Eademque ratio est in secunda proprietate. In tertia autē & quarta proprietate analysis apertior est. Dantur enim factores, unde factus habetur, cujus subductione vel additione, habetur primus & ultimus. Quintæ proprietatis caussa alia est, è secunda nempe proprietate proportionis disjunctæ: ut in quatuor terminis facilius est intueri. Nam cùm medius uterque sit æqualis extremo simul utrique, ut summa habeatur, duplicetur summa extremorum additorum, id est multiplicetur per dimidium numeri terminorum, idem erit in quamlibet magna summa, propterea quod bini extremi & medii sunt æquales. Proportionis geometricæ tantus usus est in omnibus rebus, ut hæc sola proportio doceatur in elementis. Exempla proportionis innumerabilia sunt, quæ varium quoddam ingenii acumen perpetuo requirant. Ex infinitis igitur illustria selegimus & digessimus, quibus ad reliqua generis ejusdem discipulus arithmeticæ exerceatur. Quæstiones autē capitum sequentium sunt è variis authoribus collectæ: quædam etiam è græcis epigrammatis assumptæ: ut illud de statua Palladis, & armentis Herculis, quæ ad verbum, ut

deinceps reliqua convertimus. Sic autem ſunt.

Παλλὰς ἐγὼ τελέθω σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς
Αἰζηῶν πέλεται, δῶρον ἀοιδοπόλων.
ἥμισυ μὲν χρυσοῖο χαρίσιος, ὀγδοατὴν δὲ
Θέσπις, καὶ δεκάτην μοῖραν ἔθηκε Σόλων,
αὐτὰρ ἐεικοστὴν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα,
ἐννέα, καὶ τέχνη δῶρον ἀριστοδίκου.

Pallas ego ſum malleata, ſed aurum
Iuvenum eſt, donum poetarum,
Dimidium quidem auri Chariſius, octavam autem
Theſpis, & decimam partem poſuit Solon,
Sed vigeſimam Themiſon, reliqua veró talenta
Novem, & ars donum Ariſtodici.

αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο
πληθὺν βουκολίων διζήμενος, ὃς δὲ ἀπάμειπτο
ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοὰς φίλος, ἥμισυ τῶν δὲ
Μοίρη δ' ὀγδοάτη ὄχθον χρόνου ἀμφινέμονται,
Δωδεκάτη δ' ἀπάνευθε ταραξιπποῖο παρ' ὄρον,
ἀμφὶ δ' ἄρ ἤλιδα δῖαν ἐεικοστὴ νεμέθονται
αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα
λοιπὰς δὲ αὖ λεύσσεις ἀγέλας, τὸ δὲ πεντήκοντα.

Augeam interrogavit magna virtus Alcidæ
Multitudinem armentorum quærens, ipſe verò reſpondit,
Circa quidem Alphei fluvium, amice, dimidium quidem horum,
Pars autem octava collem Saturni circumpaſcuntur,
Duodecima autem ſeceſsit Taraxippi ad montem,
Circa verò Elidem divinam vigeſima paſcuntur,
Verum in Arcadia triceſimam reliqui,
Reliquos autem videbis greges hic quinquaginta.

Paulo diſsimiliter ſolvitur græci item epigrammatis illa quæſtio fratrum Zethi & Amphionis, matriſque Antiopes.

Ἄμφω μὲν ἡμᾶς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν
Ζῆθος τέ χ' ὁ ξύναιμος. ἢν δὲ μοῦ λάβῃς
Τρίτον, τὸ τέταρτόν τι τοῦ δ' ἀμφίονος
ἓξ πάντ' ἀνευρῶν μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

Ambo quidem nos viginti minas trahimus
Zethuſque & germanus. At ſi de meo ſumpſeris,
Tertiam & quartam Amphionis,
Sex omnia inveniens, matris invenies pondus.

Primum ſimul utriuſque quæſiti numeri id eſt 20, cape $\frac{1}{4}$, quæ nẽpe ſit unius & alterius quæſiti $\frac{1}{4}$ communis, ea erit 5: 6 autem matris numerus continet hanc communem $\frac{1}{4}$ & præterea unũ id eſt $\frac{1}{12}$ primi quæſiti numeri, ut perſpicies tol-
lendo

lendo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, unde proportio de primo quæſito numero cõcludetur, $\frac{1}{12}$ valet 1, ergo 1 id eſt totus valet 12. Hic numerus eſt Zethi, quo de 20 ſublato, manet 8 numerus Amphionis. Nam $\frac{1}{3}$ de 12, item $\frac{1}{4}$ de 8 ſunt 4 & 2, & ſimuluterque 6 numerus Antiopes. Idem veró concludi poteſt, ſumendo primum ejuſdem totius 20 $\frac{1}{3}$ id eſt 6 & $\frac{2}{3}$: 6 enim ſuperatur ab eo $\frac{2}{3}$ id eſt $\frac{1}{12}$ ſecundi quæſiti: cujus $\frac{1}{4}$ quæritur: unde concludetur, $\frac{1}{12}$ valet $\frac{2}{3}$, ergo 1 valet $\frac{24}{3}$ id eſt 8. Hic numerus eſt Amphionis, quo de 20 ſublato reſtat 12 numerus Zethi: ſed tamen quæſtio per Algebram melius explicaretur. Eſt in epigrammatis græcis de tubis fontis ſimile.

Χαλκέος εἰμὶ λέων, κρουνοὶ δὲ μοὶ ὄμματα δοιὰ
Καὶ στόμα σὺν δὲ θέναρ δεξιτεροῖο ποδός,
Πλήθει δὲ κρατῆρα δύ᾽ ἤμασι δέξιον ὄμμα
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ·
Ἄρκιον ἓξ ὥραις πλῆται στόμα, ἐν δὲ ἅμα πάντα
Καὶ στόμα καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον?

Aeneus ſum leo, tubuli autem mihi oculi duo
Et os cum palma dextri pedis,
Implet autem craterem duobus diebus dexter oculus
Et ſiniſter tribus, & quatuor palma
Sufficiens ſex horis implere os, inſimul autem omnia
Et os & oculi, & dic quantum?

Cape hic ut antea, antecedentes proportiones, invenies impleri 1 hora $\frac{15}{12}$ lacus, unde concludes totum impleri $\frac{12}{15}$ vel $\frac{4}{5}$ id eſt 48 minutis unius horæ. Lubet porro addere & epigramma græcum aliud, quod tametſi facilius per algebram expediri poſsit poterit etiam per numeros abſolutos. Eſt autem ſic.

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέοντες οἶνον ἔβαινον,
Αὐτὰρ ὄνος στονάχιζεν ἐπ᾽ ἄχθει φόρτου ἑοῖο,
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ᾽ ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ᾽ ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη,
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἆρα,
Εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπιΐστορ.

Aſina & aſella ferentes vinum ibant,
Sed aſina ingemiſcebat præ ſarcina oneris ſui,
Hanc veró graviter ingemiſcentem conſpicata interrogavit illa,
Mater: quid mœrens lamentaris ſeu puella?
Si menſuram unam mihi dederis, duplum tui tulero.
At ſi unam viciſsim ceperis, omnino æqualitatem ſervabis.
Dic menſuram optime geometriæ doctor.

Eſto numerus aſinæ, 1 numerus, addaturq; 1 ab aſella erit t. numerus 1 2.1. Itaq; $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & $\frac{1}{2}$ unitatis relinquetur aſellæ: reddatur autem aſellæ ſua unitas, habebit illa $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & 1 $\frac{1}{2}$ ſuæ unitatis. Iam idẽ eſt aſinæ detrahere: 1 & idem aſellæ addere, & 2 addere aſellæ, & nihil detrahere aſinæ: adde igitur 2:

asellæ. jam $\frac{1}{2}$ é numero asinæ & $3\frac{1}{2}$ é numero asellæ, æquantur asinæ numero: dimidius autem $3\frac{1}{2}$: ergo totus $\frac{1}{2}$ & $3\frac{1}{2}$ est numerus asinæ: huic adde 1, totus erit 8 duplus ad 4 reliquum numerum asellæ, cui redde 1 ablatum, totus erit 5 numerus asellæ initio propositus. Idem invenies si ab asella incipias. Esto igitur pro numero asellæ 1 numerus: addatur ei 1 é numero asinæ habebit 1 numerum & 1, tantumque restat asinæ, nempe 1 numerus & 1: redde asinæ suam 1, habebit 1 numerum & 2. jam idem sit detrahere asellæ 1, & addere idem asinæ, ac nihil detrahere asellæ & 3 addere asinæ, ut constat in 6 & 9, ut alter alterius duplus sit: addātur igitur 3 asinæ, habebit 1 é numero asellæ & 5, qui totus est duplus ad asellæ numerum: dimidius autem est 5, qui numerus asellæ initio fuit.

DE REGVLA FALSI.

Ad ejusmodi quæstiones quidam afferunt regulam falsi, quæ divinationis cujusdam similis est, ut tres habuere singuli nummos, sed casu unà confusos, bini tamen summas suas norunt primus & secundus 50, secundus & tertius 70, tertius & primus 60. Quæritur summa singulorum quæ fuerit. Conjicito primi aureos fuisse 20. Relinquantur secūdo 30, & tertio 40, reliqui nempe é 70. Hæc conjecturæ sors apte ceciderit: neque falsi hypothesis est in eo, & quæstio ista, jam ante à nobis non conjiciendo, & divinando, sed arithmeticé ratiocinando explicata est. At si falsa conjectura sit, notetur excessus cum signo plus sic +, vel defectus cum signo minus —: factique á falsis per alternas differentias adscribantur. Hic signa similia sunt, aut dissimilia. Si similia tollantur, minor factus à majore, & reliquus dividatur per reliquum differentiæ majoris supra minorem, quotus erit quæsitus, ut aspiciens quidam alterius loculos (inquit) videris mihi habere aureos 100. Minime (inquit alter) sed si addideris $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & 1 habebo 100. Quæritur igitur quot aureos habuerit. Conjiciatur primum fuisse 12, ad quæ propositis additis id est 6.4.3.1. totus 26 à 100 deficiet 74. Hic defectus notetur cum signo —. Túm veró duplicato falsam hypothesim & 24 conjicito, ad quæ propositis additis id est 12.6.8.1. totus 51 à 100 deficiet 49. Hic item defectus notetur cum signo —. jam sequere arithmeticam falsi, exemplū totum sit.

12 — 74
24 — 49
 1774
 588
 $\frac{1186}{25}$ (47 $\frac{11}{25}$ quæsitus: $\frac{1}{2}$ est 23 $\frac{18}{25}$: $\frac{1}{3}$ 15 $\frac{21}{25}$: $\frac{1}{4}$, 11 $\frac{22}{25}$

Quibus omnibus additis & 1, totus est 100. At si dissimilia signa sint, totus é differentiis & factis dividatur per totum é differentiis, quotus erit quæsitus: ut in exemplo asinæ & asellæ. Conjicito pro numero asellæ esse 3, addito 1, totus erit 4: pondus igitur asinæ matris erit 5: at si é 3 numero asellæ 1 addideris ad 5,

totus

totus 6 esset, non duplus reliqui 2, sed triplus. Conjectura itaque prima superat 2. Adnotetur igitur cum signo †. Tum verò divinato asellæ numerum fuisse 6, duplum antea falso conjecti 3: 1 assumpto totus erit 7. Itaque numerus matris erat 8: at si 1 ad 8 addatur, totus 9 non est duplus reliqui 5, sed 1 deficiet: adnotetur igitur & hæc falsa hypothesis altera. Denique artem falsi exequere, totum exemplum sic erit.

3 † 2
6——1
3
12
15 (5.
3

Et 5 erit numerus asellæ, cui si unitas addatur detracta numero matris, totus erit 6: numerus itaque matris erit 7. Atque hæc ars est falsi conficta ab arithmetico aliquo, logicorum Aristotelis dogmatum videlicet æmulo: ut enim Aristoteles in logica docuit ex falsis verum syllogismo posse concludi, sic in arithmeticis Arithmeticæ hujus invẽtor invenit quomodo ex falsis verum colligeretur. Sed generis hujus exempla quæ per falsas hypotheses explicantur, per arithmeticam veram possũt explicari: & quicquid hic est, præterea ex algebra est: de qua dicetur suo tempore.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 6. IN DEFINITIONES PRIMI LIBRI EUCLIDEI.



Ibri quartus & quintus mathematicarum scholarũ in nostram arithmeticam adhuc fuerunt, reliqui libri erunt in elementorum Euclidis & Hypsiclis libros, sed pro subjecto argumento dissimiliter amplificati vel contracti: sextus itaque erit in definitiones primi libri. Geometria igitur definita nobis est ars bene metiendi, qua generali significatione à Platone definitur 7 de rep. μετρικὴ μήκους καὶ ἐπιπέδου, καὶ βάθους, tanquam diceres mensurativa longitudinis & planiciei, & altitudinis. Sed veritas ista commodissime dijudicari potest inductione στοιχειώσεως & institutionis geometricæ, si à primo geometricorum librorum elemento ad ultimum sub ducas. Comperies enim omnia ad unũ bene metiendi finem referri. Congruentia prima mensura erit applicata metiendis magnitudinibus, tum similitudo triangulorum ad lineas metiendum: deinde quadrangulum rectangulum mensura erit & sui & trianguli, & reliquorum rectilineorum: imo verò etiam circulorum & circularium sectionum: in solidis bases & altitudines, in prismatis & cylindris & eorum ratione, in pyramidibus, polyedris ordinatis, conis. Hæc (in-

quam) universa omnium elemẽtorum inductio planum faciet geometriam esse artem bene metiendi. Proclus lib 2 cap 2 huc respicit. Geometria (ait) est cognitiva magnitudinũ & figurarum & in his terminorum & rationũ & affectionum, variorumq; situum & motuum. Hæc Procli per partes definitio idẽ comprehendit, quod illa subtilior inductio. Verum iste bene metiendi finis in Euclidis geometria obscurior est, quia nominatim nullum unquam de fine geometriæ, nullum de usu verbum in elementis factũ est, & zelotypia illa Platonis videlicet occultum est de industria, tanquã à pontificibus hoc totũ geometrici usus mysterium: imo vero verbũ ipsum metiẽdi in elementis nusquã appellatum est, quin geometrica metaphora ad numeros translatum sæpe in arithmeticis elementis usurpatur, & occasione numeri ad symmetriam magnitudinũ decimo libro refertur. At nos Archimedem cum Euclide & artis utilitatem cũ veritate conjungere instituimus. Itaque definitio geometriæ ex illo vero geometricæ γεωμετρίας fine teneatur. Geometria est ars bene metiendi. Sed mensura mensuræq; species ex arbitrio assumuntur: sic Persæ parasangas: Aegypti schœnos, aliique populi mensuras alias habent, & plerumque in eadem civitate varias pro variis fundorum dominiis mensuras offendes. Sed geometricæ mensuræ genera nõ tantum ex variis hominũ ingeniis, sed ex variis rebus varia sunt, alia magnitudinibus spatiorum, alia liquidorum, alia frumentorum, atq; omnino locum & situm occupantium. Neq; mensuræ solæ sunt, quæ vulgo nominãtur, sed mensuræ sunt, aut mensuras ipsas in sese continent, radius & dioptra Hipparchi, regulæ, armillæ, astrolabium Ptolemæi, torquetum Regiomontani, sed umbræ etiam mensuræ sunt, quibus per ellipses mathematici dimensi sunt magnitudinẽ solis, lunæ, terræ elementaris à terra regionis ad ipsa sydera & intervalla ipsorum inter se. Mensuræ itẽ sumũtur é jactu teli & bombardæ: é volatu avium, ut caponis: é sonis etiam & vocibus intervalla judicantur, quæ ipsa etiam vel longissima continuãtur vocibus: Sic Xerxes biduo per interpositos certis intervallis homines denuntiavit é Græcia in Persidem Susas usq;, quæ Athenis agerentur, ut Cleomedes ait initio secũdi libri, & quale Cæsar 7 belli gallici de Gallis commemorat, ita vox humana hic tanquam decempeda sæpius iterata mensura tam longi itineris accipi queat. Subtilissima omniũ mensura est per tabulas subtensarum. Denique nullum est in geometria elementũ, quod mensuram aliquam aut mensuræ subsidium non suppeditet. Mensuræ tamen nomen in totis geometricis elementis nusquam appellatur, appellatur tamen in arithmeticis, ut de verbo μετρεῖν jam dictum est, & inde transfertur ad symmetriam magnitudinum lib. 10. Sed in vestibulo nimium diu moramur, ad Euclidem venio. Geometriæ primus liber habet principia decem librorum communia: & ut Proclus ait, principia rectilineorum in triangulis & parallelogrammis. Itaq; præter illa communia principia, tres partes Proclus primi libri facit. Prima cõtinet triangulorum ortus & proprietates, ipsorumque inter se comparationes. Secunda parallelogrammorum ortus & qualitates, parallelarumque in iis proprietates. Tertia triangulorum inter se, & parallelogrammorum comparationes: At partitio ista valde rudis est.

dis est. Nam é 48 propositionibus primi libri de lineis, earumq; angulis, id est de prima magnitudinis specie considerata & per se & cum superficie, propositiones sunt sedecim, de triangulis sunt una & viginti, de quadrilateris undecim, nẽpe de parallelogrãmo separatim sunt quatuor, & tres de ipsius æqualitate cum triangulo & una cum rectangulo, de quadratis sunt tres. Itaque si facienda partitio talis fuit, fuit utique linearum mentio facienda: quæ multo majorem libri partem aufferunt, quam parallelogramma. Sed tota ista partitio in Geometria methodicé descripta nullum haberet locum, in qua singula magnitudinum genera, differentiæ, species, proprietates separatim explicarentur. Jam ad primam primi libri partem de principiis accedamus, & primum definitiones perpendamus: quæ sunt numero triginta quinque, quæque primas magnitudinis & figuræ differentias plurimas interpretantur.

1 *Punctum est cujus pars nulla.* 1 d 1. Definitur σημεῖον, quod verbum verbo signum est, sed latinis punctum hic usitatum est, cujus pars nulla, nec in longum, nec in latum, nec in altum. & sic in academicis definitur á Cicerone. Punctum est quod nullam magnitudinem habet. Reprehensa tamen est ista definitio, quod negatione fieret, & certe negatio nihilum & non ens quodlibet ista definitione punctum fuerit. á Proclo autem defenditur tanquam necesse sit negatione principia definiri. At pleraque vel é principiis Euclidis nequaquam definitione tali definiuntur. Signum definitur ab Herone terminus lineæ, in libro definitionũ authore Valla, quomodo linea definiretur terminus superficiei, superficies corporis. quod vix probari possit. Sed majorem habet quæstionem utrum punctum ipsum magnitudo sit, cum Platoni punctum sit individua linea, ut in physicis & metaphysicis scholis disputatũ est: & magnitudinis individuæ defensores cum Platone sint Pythagoras, Anaxagoras, Leucippus, Democritus, Xenocrates, id est mathematicæ disciplinæ facile principes. At hęc quæstio ad 10 p 1 disceptabitur. Adfert huc Valla differentiam signi & puncti. Quod nullam divisionem patiatur, punctum vocatur, cum medium tenet figuræ. Si autem principium lineæ est, vel linea, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod sine partibus intelligendum sit, nec tamen obtineat figuræ mediũ, signum dicitur. At inquam punctum latinis non aliud omnino est, quam σημεῖον nũc Euclidi, nec in medio figuræ consideratur proprié & solum, sed centrum.

2 *Linea autem longitudo latitudinis expers.* Aristoteles cap 3 topici 6 reprehendit hãc definitionem, quia negatione fiat: Potest enim definiri linea, magnitudo longitudinis tantum particeps, ut mox superficies definietur. Potest etiam definiri (ut Heron definivit) fluxus puncti, ut postea Euclides efficit circulum fluxu seu motu lineæ, & sphæram fluxu semicirculi, & conũ, cylindrumq; motu trianguli, & parallelogrammi.

3 *Lineæ autem extrema signa.* Proprium est lineæ punctis terminari, cum scilicet ex puncti fluxu in punctum concipiatur: ideoque linea omnis actu finita est, & quod interdum infinita linea ab Euclide nominatur, ut 12 p 1, infinitas intelligatur quanta satis sit.

4 *Recta linea est, quæ ex æquo intra sua signa interjacet.* Eadem autem definitio à variis authoribus varie facta est (ait Proclus) nam præter Euclidis, Archimedis, Platonis definitiones quarto recta definitur, quæ inter extrema est ordinata. Quinto quod ipsius pars quidem non est in subjecto plano, pars autem in sublimi: ex qua tamen definitione non animadvertit Proclus primā libri undecimi propositionem factam esse: Melius tamen in principiis id habebitur quàm in dubiis propositionibus, quod etiam tum dicetur. Sexto quod omnes ipsius partes omnibus similiter conveniant, quæ definitio ex homiomeria est. Septimo quod extremis manentibus & ipsa manet. Sed hæ duæ postremæ minus perspicuæ & accuratæ sunt. Octavo quod cum sui simili sola figuram non facit. Sed hæc etiam postrema obscurior est & circularis aliqua cum sui simili figuram nō facit, nec ideo tamen recta. Atqui decimum est hoc axioma. Duæ rectæ spatium non comprehendunt. Quare definitiones hæ non satis attente & considerate pro eadem proponuntur. Sed tamē Euclides, quem Proclus sæpe Geometram, nonnunquam στοιχειωτὴν vocat, definivit rectam lineam: κυκλικὴν non definivit, neq; mistam: ut ἑλικοειδῆ, κογχοειδῆ, κισσοειδῆ spiralem, similem flexibus conchæ, hæderæ: de circulari tamē defendit Euclidem, quod peripheriam in circulo describat. In mista non defendit, quin ait ipsum tamen uni misto illo genere, ut in semicirculis, & reliquis sectionibus, item in solidis, ut in cono & cylindro. Mistæ verò lineæ species variæ sunt, aliæ enim sunt in planis, ut κισσοειδεῖς quæ referunt flexus hæderæ, ut helices variæ quæ in infinitum producuntur: aliæ circa solida, ut helices circa sphæram & cylindrum & conum, aut in solidorum sectionibus, ut conicæ & spiricæ. Cæterum multitudo mistionum est infinita. De omnibus autem lineis solæ sunt ὁμοιομερεῖς recta, circularis, helix cylindricæa, duæ illæ in plano simplices, tertia mista circa solidum. Quod Geminus demonstravit, cum præterea id demonstrasset. Si ad similarem lineam ab uno signo duæ rectæ productæ fuerint, æquos in ipsa angulos facientes, æquales sunt. Hæc ex Proclo: ex quo item & aliis lubet recolligere quæ de homoiomeria cōperi. Magnitudo similaris est magnitudo, cujus quælibet pars cuilibet parti congruit: ὁμοιομερὲς καὶ ὁμοιομερής similaris & similare latinè certe usitate in scholis dicitur. Sic igitur linea recta est similaris, quia pars quælibet & cujuslibet rectæ cuilibet parti congruit, sic & superficies recta seu plana similaris est: Sic apud Proclum ad 4 d 1 Apollonio in libro de cochlea definitur helix cylindracea quę habet similariter omnes partes omnibus partibus congruentes, quibus in locis tres linearum similiarium species efficiuntur, recta, peripheria, & helix cylindracea: superficies autem plana tātum & sphærica sunt eidem Proclo similares ad 7 d 1. Ptolemæo primo magnæ constructionis, non omnis plana superficies similaris est, sed circularis tantum, ita superficies plana circularis & superficies sphærica solæ Ptolemæo similares sunt, quia ut Theon ait, circularis ab una linea ὁμοιοσχήμονος similis figuræ comprehenditur. Quibus in locis ὁμοιοσχήμων videtur idem esse, quod ὁμοιομερὲς, quod Proclus in Timæum Platonis assumpsit. Verum Procli definitio accuratior videtur, & plani pars quælibet plani parti cuilibet congruit, non tamen pars.

men pars cylindracea ſuperficiei parti cuilibet ejuſdem cylindraceæ ſuperficiei convenit, quomodolibet accepta. Ideoque vere negat Proclus ſuperficiem cylindraceam eſſe ſimilarem. Hinc ὁμοιομέρεια phyſicorum corporum quæ partes, & inter ſe & toti ſimiles habent: ut partes terræ, aquæ, aeris, ætheris, ſanguinis, oſsis, carnis ſunt inter ſe ut ſua tota terra, aqua, aer, æther, ſanguis, os, caro: & ὁμοιομέρεια Anaxagoræ ideo fortaſſe infinita fingitur, & ὁμοιομέρεια & infinitas é geometria ad phyſicam derivantur. Atq; argumẽtum Ptolemæo phyſicum eſt, quia æther ſit corpus λεπτομερέστερον καὶ ὁμοιομερέστερον partiũ magis ſubtilium & ſimilarium, quam ullum corpus aliud: idcirco ſimilari quoque figura figurandum fuiſſe: ſimilaris figura in planis ſit circularis, in ſolidis ſphærica, ætherem non planum eſſe ſed ſolidũ, ideoque ætherem eſſe ſphæricum. Quamquam μέρεια phyſica ſecundum metaphoram quandam potius dicitur, quam ſecundum geometricam veritatem: ἰσχέμεσις enim nulla phyſica eſt. Utrum vero rectum obliquo prius eſſet natura, magna inter excellentes mathematicos controverſia fuit, quæ negligentius judicata magnam geometriæ confuſionem attulit. Itaque diſceptanda eſt accuratius. Ariſtoteles (quod in ejus ſcriptis aliunde collectis neque attentius conſideratis frequentiſsimum animadverti) utramque partem contradictionis hujus prodidit. Nã 4 c 2 de cælo diſputat peripheriam recta, & circulum rectilineo priorem eſſe natura, primo quia perfectior, cũ nihil ei poſsit addi: poſsit autem rectæ: ſecundo quia circulus eſt ſimplicior, cum ſit unius termini rectilineum multorum terminorum. At ut peripheriæ nihil ad di poteſt, ut peripheria ſit: ſic neque rectæ poteſt quicquam addi, ut recta ſit, neque perfectior eſt hoc argumento peripheria quam recta: neque tamen perfectius protinus etiam natura prius eſt. Nam perfectius eſt animal ſemine, neque tamen natura prius. Quare primum argumentum neque verum eſt, nec; ſi verum ſit, quidquam concluderet. Neque ſecundũ argumentum quidquam conſtantius eſt, neque ſimplicitas arguitur numero terminorum, ſed potius numero terminatarum rerum: unico ſiquidem termino comprehenditur mundus, neque tamen ſimplicior eſt arbore, leone, homine, aut qualibet alia mundi parte, quin rotundum ipſum Ptolemæo polygonũ, imo vero Ariſtoteli ipſi hujus erroris authori ὅλη γωνία totus angulus 8 cap 3 lib. de cælo dicitur, tanquã figura rotunda ſit, non ſolum multangula, ſed totangula. Itaque eodem Ariſtotele judice rotundum licet unico termino comprehenſum magis multangulum eſt magiſque multilaterum, quam ullum omnino rectilineum. Quare nihil duobus illis argumentis moveamur. Ariſtotelis hunc errorem Plutarchus in quæſtionibus platonicis uno præcipue argumẽto diſſolvere videtur. Recta (inquit) eſt mater peripheriæ, motuque extremi in recta puncti circa fixum reliquũ punctum deſcribit peripheriam, deinde totius ſui motu deſcribit tum recto rectilineum, tum rotundo circulum. Sic plana ſuperficies deſcribit corpus motu ſui ſecundum rectam, ſi rectilinea ſit priſma, circa rectã, ſi triangula, parallelogramma, ſemicircularis conum, cylindrum, ſphæram. Itaque recta magnitudo videtur parens & genitrix obliquæ, ideoque natura prior: Quin Ariſtoteles in me-

chanicis adnotat in rotundo ἐναντίωσιν esse convexi & concavi. Quod Proclus ad 4 d 1 repetit, & dissimilitudinem nullam ait esse in recta, quæ tamē sit in peripheria ut convexi & concavi. Item si peripheria sit, esse rectam licet non juxta generationem, attamen juxta respectum ad centrum: unde concludit rectam peripheria simpliciorem esse. Atque ex hac recti priore & antiquiore natura merito natum proverbium ab Aristotele ipso celebratum 5 cap 1 de anima, τῷ εὐθεῖ καὶ τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον γινώσκομεν, κριτὴς γὰρ ἀμφοῖν ὁ κανών, τὸ δὲ καμπύλον οὔτε ἑαυτοῦ, οὔτε εὐθέος. Recto & ipsum & obliquum cognoscimus: Regula enim est judex utriusque, obliquum vero neque sui neque recti judex est: Sic postea recta magnitudo erit judex rectæ & obliquæ: sic angulus rectus judex recti & obliqui: sic triangulum rectangulū judex obliquangulorum, & parallelogrammum rectangulū reliquorum. Hinc rectum pro vero & justo, obliquum cōtra pro falso & injusto accipitur. Quare rectum in partienda linea præponatur obliquo, & deinceps in unoquoque genere, rectum oblique prius habeatur. Et quæstio illa 7 c 2 post. quod recta esset pulcherrima linearum, videatur generis hujus fuisse, ut pulchritudo pro præstantia capiatur.

5 *Superficies autem est, quod longitudinem & latitudinem tantum habet.* Hæc definitio nō fit negatione ut duæ præcedentes, & tali affirmatione linea definiri poterat. At Proclus putat illud tantum negationi crassitudinis par & idem esse: quod superiori ejus rationi, qua principia definienda negatione statuebat, par & idem est. Definitur etiam aliter. Superficies est magnitudo duorum intervallorum: Item superficies est terminus corporū. at duo intervalla tam videātur esse latitudo & altitudo quam longitudo & latitudo, neq; dum corpus est definitum. ἐπιφάνεια græcum nomē est tanquam diceretur apparentia, quia magnitudinis nihil visibile sit nisi superficies: sic ἐπιφάνεια καὶ κρύψις emersus & occasus syderum opponuntur: superficies autem latinis nō est ipsa ἐπιφάνεια & extrema facies, sed quod super faciem ipsam, ut superficies ædium quæ super aream est: scholis tamē geometricis usitatum verbum teneatur.

6 *Superficiei autem extrema lineæ.* Hæc item definitio demonstrat omnem superficiem actu finitam esse.

7 *Plana superficies est, quæ ex æquo intra suas lineas interjacet.* Græca litera Euclidis habet & apud Proclum & apud Theonem ἐπὶ ταῖς εὐθείαις, intra rectas, non ἐπὶ ταῖς γραμμαῖς intra lineas: at veritas definitionis exigit extrema superficiei generaliter esse lineas: & sic proxime dictū est superficiei extrema esse lineas, non autē rectas. Et planæ superficiei extrema ut circuli, ut spiralis spatii sunt lineæ nō rectæ.

8 *Planus angulus est in plano duarum linearum sese tangentium, & non in directum sitarum mutua linearum inclinatio.* Hic angulus efficitur κλίσις inclinatio, neque tamen angulus omnis, sed tantum planus definitur, neq; per inclinationem apte, quia proprie inclinatio est anguli acuti, ut constat é 5.6.7 d 11, & genitivus linearum frustra bis iteratur: 11 d 11 definitur angulus solidus á pluribus quam duabus lineis tangentibus se se, & non in eadē superficie positis ad omnes lineas inclinatio. Hæc definitio item facit angulum solidum inclinationem terminorum non

linearum

lineatum in terminorum cōmuni sectione, nec tamen satis apte solidi terminos lineas facit, neque omnis angulus solidus à planis comprehenditur: est enim sphæricus, est item mistus. Sed tanquam Euclidi dubia esset ista definitio, aliter ibidem definitur, qui comprehēditur à pluribus angulis planis quam duobus non positis in eodem plano ad unum signum collectis: quæ definitio paulo videtur accuratior superiore, neq; videtur facere angulū inclinationem vel comprehensionem terminorū, sed quod comprehenditur à terminis, & addit in uno puncto, quæ Carpi, quæ Apollonii, quæ Plutarchi, quæ nostra quoq; definitio est angulum esse lineatum in communi sectione terminorum. Atqui de duabus Euclidis definitionibus 8 d 1 & 11 d 11 utra γεωμετρικωτέρα esset, geometria ipsa judicare debuit. Nam tota geometria locis omnibus angulū superficiem aut corpus id est lineatum facit, nusquam facit inclinationem, neq; inclinatio secatur. Itaq; Proclus merito inclinationē in Euclidea definitione reprehēdit, quamvis incepto argumento tanquā Euclides faciat angulum ad aliquid, & ideo ex unica inclinatione fiat unicus angulus, quia relata inter se duo tantum sunt, & tamen (ait) ex unica inclinatione plures anguli fieri possunt, ut secto cono per verticē ad basim. Verum Proclus logicam nescio quam huc adhibuit: inclinatio enim duplex tum erit, si fiat angulus duplex, altera rectæ ad rectā, unde fiet trianguli angulus rectilineus, & rectæ ad obliquam lineam in superficie. Quare argumentum reprehensionis ineptum est, reprehensio tamen vera, sed veritas toto geometriæ ipsius usu vera probatur, & reprehensio tamen Euclidis ab Euclide erit non à Proclo, qui definitionis accuratioris caussam præbuerit. Anguli veró separatam geometriam facere ut Eudemus peripateticus dicitur fecisse, logicum non est, nō magis sane, quam rectitudinem, obliquitatem, sectionem, tactum & affectiones geometriæ reliquas separata geometria tractare, sed anguli generalem doctrinā in subjecto generali, specialem per species lineati deducere, ut planum angulum in plana superficie, circularis sectoris & sectionis in circulari sectore & sectione, solidum in solido corpore, sphæricum in sphæra. Talis in physica Peripateticorū error fuit de facultatibus animæ separatim ab animalis physica præcipere. Non est veró geometricum, quod Proclus ait in unica linea cyrtoide, quæ est similis hæderæ flexibus & involucris, aut hipopeda, quæ equinæ pedicæ similis est, angulum fieri, secus in circulo & sphæra statues innumerabiles angulos. At ille unicus est terminus, nec ideo est communis sectio terminorum, & partes cyrtoidis & hippopedæ si faciant angulum, pro duabus considerari necesse erit terminantibus suo concursu inclusam superficiem, quam nempe duæ rectæ pari intervallo includerent.'

9 *Quando autem comprehendentes angulum rectæ lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur.* Euclides hic morem suū retinet, é multis generibus primū duntaxat interpretatur: ista fortasse & ejusmodi sunt, quæ Proclus putat ab Euclide de industria prætermissa esse, quia tantum elementa mathematicæ non totā mathematicam tractaret. At ista tamen sunt catholica; & iis ipsemet doctor utitur. Ergo rectilinei anguli tres species deinceps aperiuntur, rectus, obtusus, acutus.

10 *Quando autem recta insistens in rectam, deinceps angulos inter se æquales fecerit, rectus est uterque.*

uterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta perpendiculum appellatur ejus in quam inſtiterit. 10 d 1. Rectus porro angulus quid ſit non videtur hic definiri, neque definitio hic eſſe, ſed poſtulatum vel axioma quoddam de proprietate vel fabrica angulorum rectorum, qui omnes inter ſe ſunt æquales: ut decimo axiomate continetur, & recti anguli natura eſt ex ipſa perpendiculi efficientia & proprietate. Itaque angulus rectus perpendiculo declaratur: veriſsime igitur definietur angulus rectus, cujus latera ſunt inter ſe recta & perpendicularia. ſi lineæ rectæ & perpendiculares inter ſe definitæ generaliter eſſent, uti decuit, facilis modo eſſet anguli definitio. Sed καθ' ὅλον πρῶτον neglectum hunc elenchum genuit.

11 *Obtuſus angulus eſt, qui major recto eſt.*

12 *Acutus angulus eſt, qui minor eſt recto.* Quia rectus æqualitatis eſt, neceſſe eſt reliquas non recti differentias ex æqualitate deduci. Itaque alter eſt major, alter eſt minor: In his veró inæqualibus rectilineorum angulorum differentiis, genus ipſum intelligendum eſſe Proclus admonet. Nam rectilineus quidem rectus recto angulo circulari major eſt, nec tamen eſt obtuſus: & circularis rectus minor eſt recto rectilineo, nec acutus. Atque hæc differentia é lateribus oritur, quibus perpendiculum aliter atque aliter accipitur. Sed de angulo plano, rectilineo, recto, obtuſo, acuto ſatis, ad ſuperficiem revertamur, ea poteſt infinita, & tãquam diceres infigurata cogitari, poteſt & figuræ aliquo genere figurari.

13 *Terminus eſt, quod alicujus eſt extremum.* ὅρος terminus eſt, verbum Ariſtoteli in logicis uſitatiſsimum, ubi ſyllogiſmi termini tres, enuntiationis duo dicuntur, & ὅρος idem eſt quod ἄκρον extremum, quomodo etiam Proclus in ſigni definitione ſæpius uſurpat. Sic definitione Euclidis punctum eſt lineæ terminus, quia ejus eſt extremum, ſic linea ſuperficiei. Hic tamẽ ὅρος idem Proclo videtur quod περιοχὴ ambitus, comprehẽſio: ut ὅρος ſpecies ſit τοῦ ἄκρου: & addit ὅρον verbum eſſe veteris Geometriæ, quæ definiendis agris adhibebatur: quomodo & Ariſtoteles ὅρον pro definitione uſurpat, quæ totam rei eſſentiam naturamque ſuo ambitu complectatur. At Euclidis doctrina hanc intelligentiam termini refellit, nam ſi terminus totum ſignificaret ambitum, unicus eſſet figuræ terminus, at duo, tres, pluresve eſſe poſſunt, ut mox figuræ dividentur. Terminus veró potentia, quo nempe continui partes continuantur, ab Ariſtotele dicitur κοινὸς ὅρος, cõmunis terminus, qui Euclidi κοινὴ τομὴ communis ſectio dicitur. Cõmunis aũt terminus Ariſtotelis κοινὴ τομὴ cõmunis ſectio nominatim ab Euclide appellatur de puncto ad 4.5 p 11, de linea ad 6 d 11: ad 3.16.19.39 p 11. Et ſi ſuperficies ſecet corpus, cõmunis ſectio erit ſuperficies, ut intelligitur ad demõſtrationẽ 17 p 12: & omnino ex Archimede Theodoſioque intelligitur, ſi ſphæra ſecetur plano, cõmunem ſectionem eſſe circulum. Itaq; ſi generaliter intelligas punctum, lineam, ſuperficiem tranſire per lineam, ſuperficiem, corpus, communis ſectio erit punctum, linea, ſuperficies. Itaque Ariſtotelis κοινὸς ὅρος eſt Euclidis κοινὴ τομή. Linea vero etiam corpus ſecat, ut Ariſtoteles ait in categoriis: ubi etiam affirmat corporis terminum poſſe accipi lineam, qua partes corporis continentur: ſed tamen quod

men quod ait lineam sectricem fieri corporis, accipio sectricem superficiei corpus terminantis: ut quando cogitas corpus secari linea, tum secatur superficies corporis: & motu lineæ ad oppositam superficiem superficies intermedia creatur sectrix corporis, quomodo & puncto secaretur superficies, quia punctum secaret utrinque terminantem lineam, & suo motu intermediam lineam efficeret, á qua corpus secaretur. Linea vero corpus terminare proprié non potest, sed tamen quod Aristoteles ait lineam corporis terminum fieri posse, id nempe fit, quod Porphyrius interpretatur solida quædam esse, quæ habeant continuationem secundum lineam, ut si duo prismata communi latere continuentur. Secat veró linea lineam, sed puncto, quia punctum est communis terminus: sic linea secat lineam ad 10.15.27.28.29 p 1: ad 3. 4. 10. 35. 37 p 3, & plerisque aliis locis: secat linea superficiem, ut ad 17 p 11, quia est communis terminus: superficies secat superficiem ad 3.16.19.35. 38. 39 p 11: secat superficies corpus ad 25. 28 p 11. Utrum vero corpus corpore secari potest? Id enim Vitellio ostendit ad 80 p 1, ut sphæra sphæram secans relinquit triplicem communem sectionem, primo peripheriam in superficie summa, deinde superficiem qua sphærarũ intersectarum partes dividuntur: denique corpus medium inordinatum conflatum ex intersectis sphæris, quod concipies animo si sphæram alteram viridem, alteram rubram finxeris. At hæc intersectio videtur optica lucis & coloris nullũ occupantis locum, non geometricæ magnitudinis situm & locum explentis. Neq; corpus est communis terminus corporearum partium. Quare punctum terminat tantum & secat, non terminatur, non secatur: linea & superficies terminant & secant, terminantur item secanturque. Utrum corpus tantum terminatur & secatur, non terminat, nõ secat? Et cum serra serrat lignum, non secat geometricé dividendo tantum commune vinculum, sed scobe medium corpus atterit. Neque veró proprié punctum superficiem, neque linea corpus secat, neque puncto superficies, neque corpus linea terminatur, ἐφάρμοσιν tamen etiam est corporum. Porphyrii itaque Simpliciique defensio pro Aristotele consideranda est in categoriis, Porphyrii nempe corpora illa esse solida, quæ habeant continuationem secundum lineam, item Simplicii de angulo solido, in quo solida plana parallela per lineam angularem conjungantur. Ut veró communis sectio appellatur communis ille terminus sectæ magnitudinis, sic bisectio dici posit communis sectio magnitudinis in duas æquales partes sectæ: sic enim bifariam secare ad 17 d 1: ad 9.10.34 p 1: ad 6.10 p 2: ad 30 p 3: ad 6.7 d 7: ad 28. 38 p 11 dicitur, quod dici unico verbo posit bisecare: ut διχοτομία ipsa bisectio. Hinc continuum jam nobis apertius intelligetur, cujus partes communi termino continẽtur: sic enim partes lineæ continentur communi puncto, superficiei communi linea, corporis communi superficie, nõ quod in magnitudinis partibus intermediis sit actu terminus ullus, sed quod intelligatur vinculum quoddam commune, quo magnitudo continuatur, & partibus cohæret & copulatur, qui est Aristoteli ut dictum est, κοινὸς ὅρος, Euclidi, κοινὴ τομή. Ita continuum est in Physicis 5 lib. cap. 3: quod secundum factum est unum, quia videlicet communis ille terminus, qui

V actu

actu nullus terminus est, quamvis potentia sit in qualibet continui parte, tactu percipi non potest, & sic 13 cap 4 phys. συνέχεια cõtinuitas dicitur ἕνωσις tanquam dicas, unitio, quod repetitur 1 cap 6 phys. Atque partes continui (quæ dicuntur) potentia sunt intelligendæ, ut termini communes item potentia simul intelligendi sint.

14 *Figura est quod ab aliquo vel ab aliquibus terminis comprehenditur.* Hæc definitio non satis explicat quidnam sit quod termino aut terminis comprehenditur, possit enim aliquis lineam duobus punctis terminatam suspicari: cum tamẽ lineatum tantum possit figurari & undique terminari id est comprehendi, quod verum esse ex totis elementis inductio potest probare de figuris omnibus, deque earum generibus, ubi figura est terminatũ undique lineatum & περιέχεσθαι comprehendi euclideum verbum fere usurpatur pro terminari undique & definiri id est figurari, & similiter pro eodem usurpatur περιλαμβάνεσθαι ad 14. 18. 21 d 11 de sphæra, cono, cylindro, ut περιοχὴ & περίληψις sit idem quod ὁρισμὸς definitio, totaque terminatio, ut etiam peripheria faciat figurã, quomodo & Theoni prius dicta est ὁμοιοσχήμων, & Geminus ait apud Proclum 4 d 1 á peripheria figuram fieri, quomodo & Euclides aliquando proprie loquitur, ut 12 ax. Duæ rectæ spatium οὐ περιέχουσι non comprehendunt, id est non figurant. Euclides igitur figuram definit apte rebus geometricis, & accommodate, ut Proclus interpretatur, figuratumque & materiale, quantitatique connexum figuram vocat Euclides. Posidonius veró Euclidem hic reprehẽdebat, & in illum superiorem elenchum incidebat, definiendo figuram πέρας συγκλεῖον terminum concludentem: figuram enim á quantitate separat (ait idem Proclus) statuitque ipsam esse caussam definitionis, comprehẽsionis, terminationis, quia claudens á clauso & terminans é terminato differat. Denique videtur Posidonius respicere ad terminum extrinsecus circumpositum. Euclides ad totum subjectum, proindeque Euclides dicet circulum secundum totum planum, totamque exteriorem comprehensionem figuram esse. Posidonius juxta peripheriam tantum, cogitans figuræ rationem definire, quæ quantitatem terminat & concludit. Itaque in definitione anguli & figuræ Euclides & Posidonius contrarios elenchos fecerunt, & tamen angulus & figura aliud est, aliud angulatum & figuratum, sed geometricus usus sequendus est, qui angulum figuramque accepit pro magnitudine angulata figurataque. Itaque geometras hactenus sequemur, quatenus geometriæ commodis inservient.

15 *Circulus est figura plana ab una linea comprehensa, quæ peripheria vocatur, ad quam ab uno signo in figura posito, omnes cadentes rectæ æquales inter se sunt.* Circulus primum est figura plana: quomodo inquies? nec enim ex æquo intra suas lineas sita: at si peripheriæ multas partes feceris, ab una ad aliam superficies æquabitur spatio intra eas comprehenso: est itaque plana. Hoc in definitione primum & generale est, & commune cum triangulo, quadrangulo, multangulo. Additur igitur differentia, quod circulus ab una linea comprehendatur & concludatur: quo dividitur.

dividitur circulus à rectilineis: at id etiam ovatæ figuræ commune. Linea verò quæ sola circulum terminat, peripheria vocatur: Hæc parenthesis non habetur in litera Procli, habetur in litera Theonis: ad quam ab uno signo in figura posito omnes cadentes rectæ æquales sunt inter se. Hic circulus dividitur ab ovato: hæ lineæ ἀκτῖνες Platoni, Ciceroni radii sunt. Radios autem æquales efficit ductus & motus ejusdem lineæ duobus circini pedibus comprehensæ: æqualitasque radiorum in rotundo inde est, quod omnes velut effigies sunt eidem effectricis lineæ æquales: Aristoteli in mechanicis perpetuo dicitur radius ἡ γράφουσα τὸν κύκλον, at Euclidi dicitur quæ ex centro. sphæræ verò cõmune etiã est, quod paribus à medio radiis extremum attingitur, sed id fortasse accipit à circulo: circuli enim innumerabiles in sphæra, ut innumerabilia puncta in linea potentia sunt: vel potius dicamus circulum dividi à sphæra, superficie plana: ut circulus sit planum rotundum, sphæra solidum rotundum. Quod si peripheria antè definita esset, ut decuit, circulus etiam definiri potuisset planũ peripheria comprehensum, ut triangulum à tribus, quadrangulum à quatuor rectis comprehensum, sic enim figuræ à terminis definiuntur.

16 *Centrum verò circuli, signum vocatur.* Centrum circuli definit hic Euclides qui potius generaliter definire debuerat centrum figuræ, ut καθ' ὅλου πρῶτον servaret.

17 *Dimetiens autem circuli est recta quædam per centrum acta & terminata in utramque partem à peripheria circuli, quæ etiam circulum bifariam secat.* Diametros latinis usurpatum etiam vocabulum, quo Columella utitur. Plinio dimetiẽs est. Significat autem Euclides dimetientem circuli propriam non esse, cum ait non simpliciter dimetiens, sed dimetiens circuli, sicuti paulo ante centrum circuli dixit, non absolute centrum. Est enim dimetiens parallelogrammi, ut patebit primo libro, sed proprie διαγώνιος, ab angulo nempe ad angulum producta, ut Vitruvius ait, & sic Euclides propriè loquitur 28 p 11. Itẽ dimetiens est sphæræ, sed proprie in sphæra dicitur axis. Sed tamen ut circulus in superficie sphærica & varia, sic dimetiens esse potest sphærica & varia, & hic καθ' ὅλου πρῶτον exigeretur. Genus igitur dimetientis circularis est recta: differentia, per centrum agi & utrinque peripheria terminari, unde sequitur circulum ab ea secari bifariam, id est in duas partes æquales. Sic enim δίχα est Euclidi ut in sectione anguli, lineæ, numeri paris: διχοτομίας autem hujus, id est sectionis in duas partes æquales caussa est ipsa lineæ per centrum rectitudo. Thales (ait Proclus) demonstravit hanc dichotomiam: Nam si sectiones circuli per dimetientem sectæ, æquales non essent, altera major esset, altera minor, & cum utraque per centrum agatur, accideret à centro radios majoris sectionis majores, minoris minores, æquales tamen esse: hæc Thaletis fuit demonstratio, sed Euclidi ridicula, quæ definitionem id est principium conetur demonstrare, & per impossibile demonstrare: quales tamen demonstrationes in Theone multę sunt non multo meliores. Quæstionem

hic etiam movet Proclus, ab Aristotelis interpretibus postea agitatam. Si dimetiens secet bifariam circulum, & dimetientes infinitæ sint, eveniet utique duplicia infinitorum infinita esse: at magnitudo infinite quidem secari potest, actu tamen infinitas partes non habet, nec ideo infinita erunt, multoque minus infinitorum duplicia.

18 *Semicirculus est figura comprehensa à diametro, & per diametrum intercepta circuli peripheria.* Circulus est figura monadica ex uno termino (ait Proclus) tum *Δυειδής*, biformis sequitur, é duplici nempe termino recta dimetiente, & perimetro circuli per dimetientem abscissæ: duæ siquidem rectæ, ut post erit, locum non concludunt. Sed ista proles biformis mista est, non simplex. Itaque simplicium terminorum figuras præcedere non debuit. Sed tamen circulus secatur æqualiter vel inæqualiter: *ἰσοτομία* facit semicirculos duos, inæqualitas majorem faciet & minorem sectionem.

19 *Segmentum circuli est, quod comprehenditur à recta & circuli peripheria.* Hæc definitio non est in litera Procli, nec omnino à Proclo explicatur: iteratur autem prorsus eadem initio tertii libri. Neque vero ante tertium librum usus est ullus semicirculi vel sectionis cujusquã circularis, majoris aut minoris. Imo in bene & methodice constituta Geometria nullus esset usus circuli in tota rectilineorum doctrina: quia tota rectarum linearum, planarumque & rectilinearum superficierum doctrina prior est, & circuli propter radios tantum facta mentio est, non quod ipsa circuli natura quidquam momẽti afferret ad doctrinam rectilineorum, sed id postea. Proclus in proxima definitione videtur dicere sectiones circuli hic interpositas esse, ut gradatio quædam servaretur, ut dixi, quia circulus est unius termini, sectio duorum, trilatera figura trium. Atque ut in numeris binarius est medius inter unitatem & ternarium, quia unitas sui secum additione plus efficit, quam multiplicatione: ternarius contra plus efficit multiplicatione quam additione: binarius autem efficit idem additione & multiplicatione: sic semicirculus medius est inter circulum unius termini, & triangulũ trium terminorum, cum ipse sit duorũ, rectæ & peripheriæ. At tota hæc collatio ridicula est, nec redditio convenit: dissimilitudoque potius est, quam similitudo. Sed Proclus ad hunc locum pro ista definitione aliam habet: hanc nempe: Centrum autem semicirculi idem est quod etiam circuli, quæ tamen definitio quem usum habitura sit in tota geometria considerato.

20 *Rectilineæ figuræ sunt, quæ comprehenduntur à rectis lineis.*

21 *Trilateræ quidem, quæ à tribus.*

22 *Quadrilateræ autem quæ á quatuor.*

23 *Multilateræ veró quæ á pluribus quam quatuor.* Atq; hic in prima definitione tautologia est quædam ex 8 d anguli plani rectilinei. Eadem enim utrobiq; definitio est à rectis comprehendi. figura dividitur é laterum & angulorum differentia: & prius è laterum differentia, & recte. Látera enim sunt efficientes caussæ angulorum, de quibus consectaria fieri possunt é lateribus, ut trilaterum est, quadrilaterum, multilaterum: Ergo triangulũ, quadrangulum, multangulum. Sed

tamen

tamen totum hoc genus differentiarum commune est omnium figuratum solidarum sphæricarum, variarum. Nam quod latus hic dicitur, postea erit in solidis facies, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum. Sphærica autem varia triangula, quadrangula, multangula etiam tractantur à mathematicis, totaque hæc doctrina valde sit ad lancem καθ' ὅλου πρῶτον & vehementer examinanda. Multilatera veró rectilineam sequi debuit, ut circulus qui sit ipse multilatera quædam figura, omnium quippe multilaterarum ultima. Itaq; Platoni & Plutarcho πολυγωνία dicitur, Aristoteli ὀλιγωνία, ut antea patuit.

24 *E' trilateris autem figuris æquilaterum triangulum est, quod tria latera habet æqualia:*

25 *Aequicrurum, quód duo tantum æqualia habet latera:*

26 *Varium, quod habet tria inæqualia.*

Hæc trilateræ figuræ divisio ex æqualitate & inæqualitate laterum est, ubi σκαληνὸν Euclides specialiter accipit, quod Apollonius nona definitione primi conicorum opposuit recto, conus enim est illi rectus vel σκαληνὸς id est obliquus. Hãc veró trianguli differentiam ratione laterum nullam in arte separatam fecimus: sensu communi verborum contenti fuimus: ut Euclides ipse contentus fuit in cæteris figuris: nec enim æquilaterum quadrilaterum aut multilaterum definit, & re ipsa nomine æquicruri etiam æquilaterum comprehendit, ut 5 & 6 p 1: neque Euclides triangulum æquiangulum, aut triangula æquiangula definivit. Proxima differentia ex angulis usu potior est, & à nobis est retenta.

27 *Tum veró é trilateris figuris rectangulum triangulum est, quod unum rectum habet angulum.*

28 *Obtusangulum quod unum habet obtusum angulum.*

29 *Acutangulum quod tres habet acutos angulos.* Unicus rectus angulus in triangulo esse potest: unicus item obtusus, quoniam etiam recto est major: at ex uno acuto non appellatur acutangulum. Sic enim quodvis triangulum esset acutangulum. Sunt enim duo minimum acuti in omni triangulo, sed acutangulum est triangulum ex omnibus angulis acutis. fit autem ista duplex trilaterorum divisio, quia non omne triangulum est etiam trilaterum (ait Proclus) Sunt enim quædam triangula etiam quadrilatera quæ ἀκιδοειδῆ cuspidata dicuntur à mathematicis, á Zenodoro κοιλογώνια cavangula, ut si intra trilaterum, aliud trilaterum erigatur, ut in geometria 6 c 6: quinetiam unumquodq; trianguli latus extrorsum inflecti potest, & triangulum erit sex laterum, quæ figura est trifolii. Itaque trilaterum non satis proprie triangulum appellatur, nec nomen rei nominatæ omnino convenit: teneatur tamen; quoniam usitatum est, sed ista ratione definitum, ut triangulum sit idem, quod figura trilatera: Utrum dici potest triangulo tres angulos duntaxat effici: figuris autem cuspidatis & cavangulis plures tribus effici, proptereaque triangula non esse, nec interesse, utrum intus anguli an foris; modo fiãt ab iisdem lateribus: an figuræ definitio interiores duntaxat & figura ipsa comprehensos admittet: utrumque enim disputari potest: Sed definitio figuræ tamen sequenda: Posidonius hinc septem species triangulorum faciebat, æquilaterum acutangulum, æquicrurum autem & varium tri-

 pliciter.

pliciter partiebatur in rectangulum, obtusangulum, acutangulum. At totum hoc artificiolum ineptum est, cum ipsa è laterum æqualitate differentia atte indigna sit.

30 *Quadrilaterarum autem figurarum quadratum quidem est, quod & æquilaterum & rectangulum.*

31 *Oblongum autem quod est rectangulum quidem, non autem æquilaterum.*

32 *Rhombus veró quod æquilaterum quidem, non autem rectangulum.*

33 *Rhomboides autem quod oppositis lateribus & angulis æquale, neque æquilaterum est, neque rectangulum.*

34 *Præter hæc autem quadrilatera trapezia vocentur.* Τετράγωνον quadrangulum est, commune quippe nomen omnibus quadrilateris: Græca vero hic synecdoche generalis nominis pro speciali, idque propter excellentiam figuræ & perfectionem, qua etiam proverbio quadratus vir bonus dicitur, & sic quadrati boves Columellæ thorosi & membris apti. At latini distinctius eam speciem quadratum vocant. Potest enim quadrangulum esse quinquelaterum, uno quippe latere introrsum rejecto, & multo major numerus laterum esse potest numero angulorum (ut de trilateris dictum est) Quare latinum verbum græco certius est. Veruntamen in ista partitione Posidonius Euclide logicus valentior videri voluit. duas enim præcedentes partitiones Euclides hic omisit, ut antea in anguli plani definitione omiserat. Nam quadrilaterum est parallelogrammum aut nō parallelogrammum. Parallelogrammum aut rectangulum & æquilaterum, ut quadratum, aut horum neutrum, ut rhomboides, aut rectangulum quidem, sed non æquilaterum, ut oblongum, aut æquilaterum non rectangulum, ut rhombus. Non parallelogrammum autem, aut duobus lateribus est parallelum, ut trapezium, aut nullis, ut trapezoides, tum denique trapezii parallela latera æqualibus lateribus conjunguntur, aut inæqualibus. Illud trapezium, æquicrurum, hoc trapezium variū, trapezoides. Ita videlicet Posidonius æquavit partitionem quadrilaterorum partitioni triangulorum. atque hanc in triangulis & quadrilateris divisionem Proclus perfectam putat. Defendit tamen hic Euclidem, quod nullam mentionē fecerit adhuc de parallelis & parallelogrammis, sic errorem Proclus excusat errore. At si methodum legitimam spectasset Euclides, omnes linearum proprietates ante declarasset, quam præcepisset de superficie ulla, & modo prius genus ipsum parallelogrammi definisset quam species ejus, & magnus postea elenchus erit è prætermissa parallelogrammi definitione facere 33 & 34 p 1, ut tum differetur amplius Atqui neque Posidonius perfecte divisit ut Proclus putat. Debuit enim quadrilaterum partiri in parallelogrammum & trapezium: illud in rectangulum & obliquangulum: rectangulum in quadratum & oblongum, obliquangulum in rhombum & rhomboides. Quare Posidonius quidem superat Euclidem partiendi diligentia, sed emendari ipse potest.

35 *Parallelæ rectæ sunt, quæ in eodem plano sitæ, & in infinitum utrinque productæ, neutrò inter se coincidunt.* Duo vero hic necessaria sunt, primum ut tales rectæ sint in eodē plano.

plano. Nam si altera sit in subjecto plano, altera in sublimi, accidet ut non coincidant, nec tamen erunt parallelæ: secundum est, ut neutram in partem possint coincidere. Definitio ista apud veteres jam ætate Aristotelis reprehẽsa fuit, retẽta tamẽ in elementis nõ magno judicio, & à tribus mathematicis oppugnata Aristotele, Posidonio, Gemino. Aristoteles primum reprehẽdit quod rem generalẽ specialiter definit. Non coincidere enim commune est linearum rectarum, & peripheriarum. Deinde definit ex adjuncta qualitate, quę demonstrari possit. Hoc utrumque vitium notavit Aristoteles quinto capite primi posteriorum, quando de universali præcipit, quod sit partibus æquale & reciprocum. Itaque si generale specialiter, aut speciale generaliter doceatur, non docetur καθολικῶς, sed ἐσφιγμένως, ut si quis (ait) demonstraverit quod rectæ non concurrant: videatur hujus esse demonstratio, quia in omnibus sit rectis, non est autem. Si quidem non quod sic æquales sint id fit, sed quatenus quomodolibet æquales. Hæc Aristoteles, quibus ostendit nõ concurrere commune esse omnium linearum quomodolibet æquidistantium: deinde demonstrabilem esse hanc non concursus affectionem: æquidistantia enim caussa est, non concursus. Itaq; hæc duo prima sunt in ista definitione: deinde rectas parallelas definire debuerat Euclides ex caussa, nempe quod æqualiter ubiq; distarent: hæc enim caussa facit parallelas, & sic Posidonius in Euclidis definitionem inquirens definit, quæ in eõdem plano æqualia habẽt perpendicula à punctis alterius ad reliquam. Sic igitur & Posidonius emendaverat Euclidem ex Aristotelis argumento: Geminus autem alterum Aristotelis argumentum arripit, & objicit utramque definitionis Euclideæ partem peripheriis concentricis convenire, quia sunt in eodem plano, & nunquam concurrunt. Huic argumento resistere Proclus videtur, quia infinita productio requiritur, ut parallelæ sint quod peripheriis repugnat, quæ perfectæ sint, nec augeri queant. Sed hæc jejuna solutio est, cum istud infinitum in mathematicis intelligatur non actu infinitum, sed quantumlibet longum. Neq; enim mathematici (ut ait Aristoteles 3 phys. cap. 7) infinito indigent, neque utuntur, sed solum esse definitum, quantum volunt. Quare solutio Procli non efficit, ut paralleli etiam circuli ista definitione non sint, qui revera sunt & appellantur, in sphæra præsertim. Deinde objicit idem Geminus utrunque illud & in eodem plano esse, & nunquam concurrere, nõ rectis solum & peripheriis, sed helicibus circa rectas positis convenire, denique hyperbolem ad rectam, & conchoidem ad rectam, licet intervallum semper minuatur, tamen nunquam concurrere, quod in Geometria παραδοξότατον theorema est, inclinationem linearum esse, quæ coire nunquam possint, neque huic secundæ responsioni à Proclo quidquam responsum est. Quamobrem videmus unam definitionẽ à tribus authoribus Aristotele, Posidonio, Gemino variis nominibus accusari: definit specialiter quod generale est, definit argumento non essentiali, definit denique argumento linearum rectarum, rotundarum, mistarum. Atque hæc adhuc de primo principiorũ genere in definitionibus, quæ Proclo ac Procli logicæ similibus singulari methodo videntur esse collocatæ, quia propositiones per eas sunt postea demon-

demonstrandæ. Equidem valde probo & laudo, ut principia omninoque natura priora præcedant. At in isto definitionum cumulo ad sequentes propositiones comparato, quomodo natura priora præcedunt? linea recta, rotunda, mista, earumque genera, species, proprietatesque natura præcedunt superficiem. Itaque illa omnia ante definienda fuerunt, quam de superficie ageretur, similisque methodus deinceps in superficiei & corporis doctrina requirebatur, & sic ab Euclide ipso paululum quiddam est factum initio secundi & tertii libri. Accumulare vero hunc in modum definitiones omnes initio doctrinæ, perinde est ac si quis in Parisiensium tot ædificiis extruendis censeret omnium fundamenta simul esse initio urbis coacervanda, quia principia præcedere debent. At (inquam) aliis alia locis regionibusque ponenda & distinguenda, urbemque ingressus domos alias perfectas ante vides, quam aliarum fundamenta tibi possint occurrere: fundamenta linearum præcedere debuerunt, earum exædificatio ante tota perfici, quam de fundamentis superficierum cogitaretur. Itaque si Euclides tantus logicus fuisset, quantus erat mathematicus, interroganti Ptolemæo regi nunquam ad mathematicam philosophiam via brevior elemētis esset, nequaquam (opinor) respondisset semitam ad has artes regiam non esse. Potest enim non tantum brevior sed planior & amplior, regia denique potest effici, sed logicis hic instrumentis opus est, instrumētis cognitu quidem facillimis, usu vero difficillimis. Itaque dirigi complanarique via ista potest, sed ad ejusmodi directionem & complanationem diligentia, labore, industria majore opus esse confitebor, quam cuiquam fortasse credibile videatur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 7. IN POSTULATA & AXIOMATA.



Αἴτημα καὶ ἀξίωμα postulatum & dignitas jam dicenda sunt: Postulatum est principium explicationis cujusdam levioris indigens, quo concedi postulatur aliquid εὐπετὲς, εὐπόριστον, εὐμήχανον, πρόχειρον facile, parabile, obvium, promptum: addit etiam Proclus postulatum esse geometricæ materiæ proprium, denique problemati proximum. Utrumque enim geometricam materiam tractat, sed αἴτημα est principium, & per se manifestum, problema est propositio, quæ alienæ fidei & lucis indiget. Nomine hoc mathematici varie usi sunt, ut de problemate & theoremate dictum est prius. Archimedes initio æque ponderantium. Postulamus (inquit) æqua pondera, ab æquis longitudinibus æque pōderare, quod axioma potius est, quam postulatum, totaque ista axiomatis & postulati differentia scholastica est. Quidquid enim per se clarum est, sumitur in arte, non demonstratur. Appellare axioma vel αἴτημα ad artis institutionem & usum nihil attinent: sed hac de re antea satis. Quinque autem postulata posuerat Euclides, & Proclus totidem edissent adhibita

adhibita ipsa Euclidis litera. Deducũtur autem postulata, é definitionibus: primum & secundum é definitione rectæ lineæ.

POSTULATA.

Postulatum esto,

1 *Ab omni puncto in omne punctum rectam lineam ducere.*

2 *Et terminatam rectam in continuum & rectum producere.* Hoc utrumque postulatum est ex ea lineæ definitione deductum, quæ lineam facit fluxum puncti, & quæ rectam facit fluxum æquabilem non inflexum minimum. Infinitum igitur mathematicum in lineis per hæc duo postulata declaratur, ut quamlibet longê describantur & producantur. Fabrica porró ducendæ & producendæ lineæ licet mentis, attamen cum in actum opusque ipsum venit, regulam ducem & judicem habet. Hoc geometriæ primum instrumentum est. Atque ista regula rectas lineas & efficit & factas dijudicat. Ideoque hæc duo postulata post lineæ & plani definitionem statuenda fuerunt. Illic enim eorum est ordo & locus: imo ut dixi, origo, & institutio: & tamen utrumque etiam videtur ad alias lineæ species referri posse, quarum etiam & ducendarum & producendarũ instrumenta sua sunt. Unum veró postulatum é duobus in geometria fecimus, quia producere est etiam ducere. fuit veró sicuti Marlianus ait ut arithmeticis, sic geometris abacus hyalini pulveris respersione coloratus, ne in multiplicationibus & partitionibus & podismis fallerentur, de quo 5 e 5.

3 *Et omni centro atque intervallo circulum describere.* Tertium hoc postulatum ad secundam lineæ speciem attinet peripheriam, unde eadem opera circulus existit. Definita est utcumque peripheria 15 d 1. Atque illinc etiam hoc postulatum deducitur, ut duo prima é rectæ definitione. Instrumentum veró geometricum peripheriis & circulis faciendis ęst circinus: utque longitudines regula, recti anguli perpendiculo & norma, sic peripheriæ & circuli circino & fiunt & dijudicantur. Ergo ut post definitam lineam postulata illa statuenda sunt, quibus postulatur ut liceat á puncto ad punctum rectam ducere, & ductam longius producere: ita post peripheriam definitam postulatum hoc esto, quo liceat dato puncto & intervallo peripheriam describere, & peripheriam tamen non solum planam, sed sphæricam, sed fortasse etiam variam ducere. Atque hæc tria postulata vera postulata sunt, principia nempe, quibus opus aliquod & cognitu & factu facile postulatur: duo reliqua, quartum & quintum postulata non esse Geminus contra Euclidem disputaverat, neque Proclus defendit. Quo argumento motus sive Theon sive alius elementorum interpres in axiomata transtulit, fecitque numero decimum & undecimum, de his itaque tum dicetur. Quæret autem aliquis fortasse in his postulatis, cum motus ductæ, productę, circunductæ, lineæ audierit, quomodo mathematicæ res dicantur á motu separatæ & sejunctæ? cui respondendum est motus istos non physicos in materia quippe sensili, sed mathematicos in magnitudine intelligibili. Habet enim mathesis suam materiam, suum motum, sed physicæ materiæ & physici motus dissimilem. Sed jam nugatoria illa differentia convicta est, & notabilius multo illud fuerit cum fa-

X brica

brica lineæ rectæ procreandæ primo & cõtinuandæ, tum rotundæ describendæ in principiis habeatur, ut habebitur postea fabrica sphæræ, cylindri, coni, cur nõ etiam fabrica reliquorũ schematum postuletur? Valde autẽ in postulatis & axiomatis occupatus est Proclus, ut differentiam doceat postulati & axiomatis. At si definiret accurate postulatũ & axioma, definitionibus duabus nõ solũ utriusq; naturã, sed alterius ab altera differẽtiam cõplecteretur. Dicamus igitur quid sit axioma. Axioma (ait Aristoteles) est principiũ per se manifestum & clarũ. Itaq; à Philopono αὐτόπιστον per se credibile dicitur, quodque παρὰ τεχνίτου καὶ διδασκάλου ab artifice & magistro nõ capiatur. Proclus ait esse & ineruditis per se clarũ & manifestum, rei factæ qualitatẽ declarãs: Ideoq; appellat αὐτόθι κατάφωνες, ἐπειδὴ προέχουσι τοῖς ἀδιδάκτοις, per se perspicuum, illustre, vel indoctis facile. Deinde axioma est cõtemplationis, deniq; theoremati proximũ: sed axioma est principiũ, theorema propositio: Ergo postulatũ fabricatur, axioma contemplatur. Postulatũ factu, axioma cognitu facile est. Hæc sunt à Proclo. [Nomina tamẽ hæc sæpe confundũtur, & à Stoicis omnis enunciatio axioma dicitur. Et de tota ista varietate dictũ est libro tertio. Axiomata porrò decẽ Proclus enumerat, Theõ duobus illis postulatis additis facit duodecim: quorũ titulus est in Theone αἱ κοιναὶ ἔννοιαι communes notitiæ, quæ definitio quædã est axiomatis. Proclus appellat axiomata verbo nõ periphrasi, satisq; indicat ẽ tam lõga postulati & axiomatis differẽtia titulũ hic fuisse Axiomata, si tamẽ titul⁹ fuit, & verbũ axiomatis apud Aristotelẽ in logica & philosophia hac de re id ipsum satis indicat. Aristotelẽ igitur & Proclũ hic sequemur: Porro ẽ duodecim axiomatis à Theone hic enumeratis primũ, secundũ, tertiũ, quartũ, quintũ, sextũ, septimũ, nonum Logicæ sunt, quatuor sola, octavũ, decimũ, undecimũ, duodecimũ Geometriæ relinquũtur.

AXIOMATA.

1 *Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia.*

Axioma est catholicũ. Nam si duorũ inter se æqualiũ alterum sit alicui æquale, & reliquũ eidem æquale erit. Hoc axioma omniũ axiomatum, ut ordine sic usu primũ est. Itaq; Aristoteles 3 cap. 4 philos. axiomata ejusmodi συλλογιστικὰς ἀρχὰς principia syllogistica appellat, & quidẽ rectè. Est enim principiũ logicũ & argumenti à paribus & æqualibus axioma propriũ. Nec Euclides alligavit propriè aut numeris aut magnitudinibus, sed omniũ rerum fecit cõmune, cum isto modo proposuit, ut etiã septem deinceps alia proposuit: Sed axioma hoc primum utilitatis est immẽsæ. Algebra contemplationes arithmeticas singulares habet, at summa contemplationum carũ axiomate isto cõtinetur: Hinc enim est æquatio, cõparatio nẽpe in quantitate, qua figurati diversi & affirmati secũdum hypothesim inter se ideo æquantur, quia eidẽ tertio æquantur: hinc æquationis & genera & species: hinc frequentissimũ geometricæ mẽsionis judiciũ deducitur, sic enim longitudinũ, latitudinũ, altitudinum æqualitas approbatur: nõ potest planus ager agro plano applicari, ut ęquales appareant, mẽsura adhibetur, cui, quia uterq; est æqualis, idcirco æquales esse judicantur. Ergo primũ axioma ingentes

gentes prorsus commoditates habet, sed quia nostris judiciis tam familiare est, quã oculis est naturale lumẽ, iccirco imprudẽtes minimeq; animadvertẽtes eo utimur: & tamẽ hæ cõmoditates nõ minores erunt cũ in logica arte cognitũ huc afferretur, quã si misceretur in geometria. Sed tamẽ quamvis logicũ axioma tantæ lucis plenũ sit, Apollonius Pergęus vir sane in mathematicis excellẽs aliquid eo clarius etiã tentavit, ut nõ principiũ indemonstrabile, sed propositio demonstrabilis esse videretur, cujus esset aliqua caussa. Sit enim (ait) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico quod etiã a ipsi c æquale est. Cũ enim a ipsi b æquale sit, eundem occupat locũ, quẽ b, & quoniã b ipsi c æquale est, eundẽ quẽ & ipsum occupat locũ, & a igitur eundẽ occupat locũ, quẽ c. æqualia igitur. Sic igitur Apollonius axioma primũ demonstrasse sibi visus est. Veruntamen primũ nõ satis attendit, quo argumento quã quæstionẽ concluderet. Quæ (ait) eidem tertio sunt æqualia, inter se sunt æqualia, quia eundẽ locũ occupant: Hæc Apollonii caussa est. At (inquã) ista caussa specialis est, & geometrica tantũ: logica enim æqualitatis ratio, loci mẽsura nulla cõtinetur. Quare axioma, Quæ eidẽ æqualia, inter se æqualia, multo altius est geometrico axiomate, Quæ eundẽ locũ occupant, sunt æqualia, nec ideo speciale principiũ, generalis principii caussa est, unde sequitur ab Apollonio postulari quod erat in principio, ut Aristoteles loquitur, nõ autẽ demonstrari. Quod si Apollonius disseruisset in arte geometrica logicũ principiũ quodlibet esse ἀγεωμέτρητον, ideoq; pro illo commmuni, Quæ eidẽ æqualia, Geometriæ propriũ assumendũ, Quæ eundẽ occupãt locũ, inter se æqualia esse: Geometrã libenter audirẽ de regẽdis artis suæ finibus logicé & accuraté philosophantem: eundẽ enim locũ occupare καὶ ἐφαρμόζειν ἐπ᾽ ἄλληλα & cõvenire inter se, quod Euclides in geometricis principiis statuit, idẽ aut vicinum admodũ videatur esse: & sic Euclides de gravi leviq; ait æqualia esse magnitudine, quæ replent eundẽ locũ, ut cõstat e 1.2.3 d libelli illius. Si (inquã) id Apollonius disseruisset, valde probarẽ & laudarẽ. At dubitãtem & principiũ logicum & generale principio geometrico & speciali concludentẽ neq; laudare neq; probare possũ. Sed elenchus ille petiti principii elenchus est Euclidis quinto de rationibus, sexto de rectilineis similibus, ut tũ dicetur, ne quis errorẽ Apollonii propriũ hic existimet: ut aũt axioma illud est certissimum, sic ei vicinũ sophisma valde insidiosum est, Quæ eidẽ inæqualia sunt, inter se inæqualia. Nã 2 & 2 sunt inæquales 3, & tamen non sunt inæquales inter se. Sed ad cætera axiomata venio: quorũ prima quatuor mistũ quippiam habent ẽ postulato & axiomate, faciũt enim quippiam & machinantur addẽdo subducẽdoq;, tum facti æqualitatẽ contẽplantur.

2 *Et si æqualia æqualibus addantur, tota sunt æqualia.*

3 *Et si ab æqualibus æqualia subducantur, & reliqua sunt æqualia.*

4 *Et si inæqualibus æqualia addantur, tota sunt inæqualia.*

5 *Et si ab inæqualibus æqualia subducantur, reliqua sunt inæqualia.*

6 *Et quæ ejusdem duplicia, æqualia inter se sunt.*

7 *Et quæ ejusdem dimidia, æqualia inter se sunt.*

Hæc axiomata videntur esse propria arithmeticæ propter voces additionis & subdu-

ſubductionis. At non numerorũ additio & ſubductio eſſe poteſt, ut æqualia addantur & ſubducantur, æqualia non numero, ſed pondere, facultate, aut aliquo quodã genere. Duo autẽ prima in æquationũ algebrearũ reductionibus uſum perpetuũ habẽt. Cũ aliquis numerus figuratus negatus eſt, additur æqualibus partibus, & toti ſunt æquales, cum figuratus idem bis ponitur, tollitur utrinq;, & reliqui ſunt æquales. Sextum autem & ſeptimũ non ſunt axiomata generalia & catholica. Potes enim dicere. Quæ ejuſdẽ æqualiter multiplicia, ſuperparticularia, vel ſubmultiplicia, ſubſuperparticularia vel omnino: Quæ ſunt eidẽ æqualiter inæqualia, ſunt inter ſe æqualia: imo ſextum conſectariũ eſt ſecũdi, ſeptimũ tertii. Nã ſi dimidii æqualibus æqualia dimidiũ nempe huic & illi addãtur, tota erũt æqualia: Itẽ ſi dupli æqualibus æqualia, dimidiũ nempe & huic & illi, ſubducãtur, reliqua dimidia erunt æqualia: & cõſectaria ſunt è 15 & 9 p 5. Nã partes æquemultiplicibus ſunt proportionales, & ad idem proportionales ſunt æquales. Talia axiomata non dico mathematica non eſſe, ſed omnino cũ ſint axiomatum conſectaria, axiomata eſſe nego, in quibus Euclides Apollonii ſe longe diſſimilem præſtitit. Apollonius enim è principiis indemõſtrabilibus propoſitiones demõſtrabiles effecit. At Euclides contra è demonſtrabilibus propoſitionibus facit indemonſtrabilia principia. Atq; illis arithmeticis axiomatis ſecundo tertioq; Pappus adjungit alia, ut.

Si æqualibus inæqualia addantur, totorum exceſſus æqualis eſt exceſſui additorum: & contra.

Si inæqualibus addantur æqualia, totorum exceſſus exceſſui à principio poſitorũ æqualis eſt. Hæc axiomata Procli tempore in elementis habebantur, à quibuſdam tamen rejiciebantur, ideo quia poſſent è ſecundo & tertio deduci.

8 *Et quæ conveniunt inter ſe, æqualia ſunt inter ſe.* jam tandem Euclides geometræ perſonam ſuſcipit. Hoc enim vere geometricum axioma eſt, & in geometria ideo diligentius expoſitum.

9 *Et totum majus eſt ſua parte.* Axioma eſt item logicũ in diſtributionis loco proprium, nec ideo geometricum putandum eſt, quia geometres eo utatur: utitur enim tota logica, nec ideo logicam ſubjeceris Geometriæ. Axioma tamen non videtur catholicum, nec enim quod parte alia majus eſt, id protinus eſt totum. Duo ſequentia axiomata Proclus numerat in poſtulatis: Theon in axiomatis conſtituit. At ſi rectè definitum ſit poſtulatum quod fabricatur, axioma quod contemplatur, axiomata utique potius quam poſtulata fuerint.

10 *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.* Euclides, ut dixi, poſtulatum fecerat, & quartum poſtulatum vocatur 24 p 1 datorum. Geminus pervicit ne poſtulatum crederetur, quia nihil faciendũ machinandumve præciperet. Conſectariũ igitur eſt è perpendiculi vel potius è recti anguli definitione deductum. Nam ſi recto angulo rectus aliquis inæqualis eſſet, latera non eſſent recta, ſed alterum alterutro inclinaret, omninoque ſi rectus recto inæqualis eſſet, eſſet utique obtuſus aut acutus. Pappus in iſto axiomate accuratior eſt, docet axioma catholicum & reciprocum non eſſe, nec omnino converti, omnis rectus (ait) eſt æqualis recto, ergo omnis æqualis recto rectus eſt. Omnis enim ut putat rectus eſt

rectilineus, at rectilineo potest æquari nō rectilineus, nec ideo quamuis æqualis recto rectus, de quo in geometria 6 e 3. Hæc Pappi demonstratio est, unde percipis non solum æqualitatem & rectitudinem anguli non idem esse, nec necessariò reciprocari, sed etiam heterogeneas magnitudines rationales esse, ut hic rectilineum angulum cum curvilineo, quo refellantur ii qui τετραγωνισμὸν impossibilem ideo censent esse, quia homogeneorum tantum sit ratio. Sed præterea notabile est angulum rectum non quemlibet recto cuilibet æqualem esse. Nam rectus rectilineus major est recto rotundilineo, neq; axioma hoc verum fuerit, nisi de homogeneis intelligatur.

11 *Si in duas rectas recta incidens interiores eadem parte angulos duobus rectis minores faciat, productæ in infinitum duæ ipsæ rectæ coincident inter se, qua parte sunt duobus rectis minores anguli.* Euclides in hoc elemento graviter urgetur à Ptolemeo & Gemino: Ptolemeus ajebat hic principium indemonstrabile nullum esse, sed theorema valde demonstrabile, quodque multa dubitatione refertum sit. Nec enim anguli ad eandem partem interiores duobus rectis minores non parallelas concurrentes efficiunt, sed contra non parallelæ & concurrentes tales angulos faciūt: imo verò illi minores anguli possunt esse, ubi concursus necessario non fuerit. Nam lineas quasdam infinité quidem semper inclinatas, neque tamen unquam concurrentes, etsi incredibile & admirabile videatur, est tamen verum & necessarium, ut ante patuit. Itaque Euclidis theorema multorum antecedentium subsidio indigeat, de quibus Ptolemeus in quodam libro disseruit, quem postea Proclus citat ad 29 p 1. Geminus eodem tendit, aitque ridiculum esse eas sententias velut indemonstrabiles facere, quarum conversæ sunt demonstrabiles. Hujus autem sententiæ. Si duæ rectæ recta connexæ faciant angulos interiores duobus rectis minores, concurrent, conversam. Si duæ rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis, esse demonstrabilem, imo ab Euclide ipso 17 p 1 demonstratam. Quamobrem Proclus pro Ptolemeo & Gemino aduersus Euclidem pronuntiat hic axioma nullum esse, sed theorema valde demonstrabile. Argumentatio tamen Ptolemei sustineri possit, si intelligamus rectas in eodem plano: quia productæ concurrent: Gemini logica pressior est: ut vel axioma istud ex axiomatis sit tollendum, vel 17 p 1 é numero propositionum eximenda: at antecedentem & conversam propositionem malim constituere in principiis, quia veritas protinus é perpendiculo, regula quippe parallelismi posit intelligi. Et Euclidis elenchus hinc natus est, quod Posidonii Geometria illa in parallelis omissa est. Nam si docuisset Euclides parallelas communibus perpendiculis dividi, é contrario contrarium utique jam perciperetur, quia duæ rectæ recta connexæ communibus perpendiculis non dividerentur, parallelas non esse. Itaque axioma istud undecimum est consectarium é definitione parallelarum, ut nos in geometria fecimus.

12 *Et duæ rectæ aream non comprehendunt.* Consectarium est é rectilinearum figurarum prima specie trilatera: ut patet 6 e 6: utitur autem Euclides hoc theoremate ad 4 p 1.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 8. IN PRIMAM

primi elementorum partem de lineis & triangulorum ratione.



Eruntamen de principiis hactenus, quæ plerique labefactare conati sunt, Epicurei præsertim, qui totā mathematicam vel ignorabant vel aspernabantur. Epicurus ipse Polyænum (cum voluptatis illecebris pellexisset) quamvis magnum mathematicum, attamen Geometriam dedocuit, eiq; falsam esse persuasit (ait Cicero.) Deinde ex Epicureis Zeno Sidonius disputavit etiam é principiis propositiones nequaquam demonstrari. Zeno (inquam) Epicureorum acutissimus, ideoque & eorum princeps & coryphæus appellatus: hic cæteros philosophos figebat maledictis, Socratem scurram Atticum, Chrysippum nunquam nisi Cysippam vocabat, ab hoc Cicero Epicurcam philosophiam didicit, ut est 3 Tusc. & primo de natura deorum. Hic igitur philosophus, Geometras præcipue exercuit, sed ejus argumentis á Posidonio responsum est, ut suis locis intelligetur. De principiis igitur hactenus, propositiones sequuntur. Propositio est Euclidi dubia & incerta sententia, quæ aliunde fidem suæ veritatis & approbationem requirit. In omni autem propositione Proclus quinque ait esse, præter ipsam propositionem ἔκθεσιν, διορισμὸν καὶ κατασκεύασιν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα, expositionem, definitionem, constructionem, demonstrationem, complexionem, de quibus tertio libro ante dictum est. Propositiones autem ad verbum hic frustra non repetam, nisi quod erit necessarium, licebit eas in Euclidis vel in nostra geometria legere, uti propositæ sunt.

1 *Super datam rectam finitam triangulum æquilaterum constituere.* Proclus hic putat ex caussis demonstrationem: quomodo inquam? Duæ enim rectæ datam æquantes & cōnectentes ipsæ sibi cōterminæ quærebantur, & inventæ sunt peripheriarum auxilio, in quibus radii cōpræhensi illæ ipsæ rectę sunt quę quęrebantur, & peripheriarū cōcursus est cōcursus ipsorum. Itaq; caussa est hic quædam, sed generalis & minime propria, neq; quęstio est quamobrē? neq; proprietas de subiecto: ut ἀπόδειξις Aristotelea dici posit, qualem Proclus videretur hic demonstrationem facere. Duo autem reliqua latera æqualia multo promptius invenirentur applicatione datę rectæ, vel regulæ comparatione, per illa scilicet principia. Quæ inter se cōveniunt. Et quæ eidem æqualia, sed cōcursus in abaco nō pateret. Tum uerò quamobrem Euclides præcipuam figuræ hujus fabricam dedit? Duarum enim figurarum planarum totis elementis fabricæ demonstrantur, trianguli æquilateri, & quadrati: Reliquorum generum tam multorum fabrica specialis ab Euclide nulla demonstratur: oblongum, rhombus, rhomboides, trapezium, multilatera, circulus ipse problema suæ fabricæ nullū habent. Quid igitur? utrum æquilateri trianguli proprietas quædam est præcipua, ut ei

quoque

quoque problemate præcipuo esset opus? Postea dicet Proclus ad quadragesimam sextam, ex æquilateris fieri mundanas figuras, sed tum respondebitur Proclo. Caussa verò videtur Euclidi fuisse, quod in plerisque postea propositionibus ut 9.10.11. fit opus triangulo æquilatero: ut 16 p 4. Verum quæcumque trianguli æquilateri est utilitas, eam ipsam & multo ampliorem 22 p 1 præstabit. Est enim ad istam generalis: imo 9.10.11 p 1 absque ulla trianguli ope expediri possunt, ut à nobis in geometria. Itaque in prima propositione protinus *καθ' ὅλου πρῶτον* videmus ab Euclide nihil curari, tantum abest ut ullum demonstrationis Aristoteleæ exemplum posit hinc assumi. Et tamen id tanto mirabilius quod 22 p 1 demonstretur iisdem plane principiis quibus hæc ostenditur. Hæc igitur in Euclidis propositionbus protinus hysterologia deprehenditur. Quinetiam fabrica hæc *διαγραμμάτων* scholasticorum tantum caussa videtur inventa, non ad usum quenquam geometricum extra scholasticum pulverem. Nam arbores in variis sylvis dissipatæ mihi quærendæ sint unde triangula mobiles aliqua machinanda sit, nihil proderit hoc problema. Et diagrammata ipsa in abaco per æquicrurū commodius fiunt, quam per æquilaterum, & sic 12 p 1 Theon æquicruro potius utitur. Aequicrurum autem super datam constituitur semel aucto vel minuto circini intervallo, ut varium utrinque variato. Atque hæc de prima propositione dicta sint: Zeno Sidonius etiam positis antecedentibus principiis, conclusionem tamen cavillatur. Nam (ait) nisi positum sit duarum rectarum partem nullam communem, rectæ à contactu peripheriarum partem aliquam communem habento, tum triangulum æquilaterum non constituetur, cum duo singula latera reliquo majora sint, ut hic vides.



Huic Posidonius respondet, Zenonis principium definitione rectæ lineæ comprehensum esse, quod etiam per imposibile docet Proclus. Nam sequeretur semicirculum semicirculi partem esse, toti denique partem, æquari: Idem hoc imposibile Zeno aliter concludebat, sed unde rursus efficeret aliud principium, peripherias nullam cōmunem partem habere, quod in principiis euclideis adhibitum non esset. Cui paulo secus Posidonius respondet, quia par imposibile sine Zenonis principio concludatur. Addit etiam hic Proclus fabricam æqui cruri & varii, triaque problemata pro uno vigesimæ secundæ propositionis problemate facit. Atque illa est nimirum sophisticæ tautologiæ doctrina ab Aristotele in analyticis reprehensa, cum specialia generalibus præponantur, idem sæpius inutiliter iterari, quod præposito genere semel explicari satis erat. Quam obrem propositio ista consectarium speciale nobis est è generali.

2 *Ad datum punctum datæ rectæ æqualem ponere.* Hæc propositio multiplicem explicationem habet, cujus unicam speciem tantum exposuit Theon, unde reliquæ tamen concipi queant. Quatuor verò modis & exemplis variari potest fabrica & cōstructio: aut enim datum punctum est in data, aut extra datam: in ipsa aut extremum

extremum ejus alterum, aut inter extrema: at si extra aut á latere, ita ut ab ipso ad datæ extremum protracta angulum faciat, aut é directo datæ, ut ipsa producatur extra oppositum signum coincidat, omnes tamen illi modi communi & eadem fabrica continentur. Tertium modum sequutus est Euclides (ait Proclus) Theon sequutus est secundum, ut apparet é demonstrationibus. veruntamen qualis est ista demonstratio? Principia posuit Euclides. Quæ inter se conveniunt. Quæ eidem æqualia: an igitur his principiis uti non licet? an omnino non licet applicare datæ punctum dato puncto, & æqualem altero puncto facere? An non licet regula datæ æquali æqualem á dato puncto metiri? an geometricorum instrumentorum regulæ & circini imbecillitati nihil confidendum? At Euclides in fabrica circulorum quibus hic utitur ad demonstrationē sumit per hæc instrumenta: per hæc principia, radios æquales datæ rectæ, radios (inquam) regula ductos & radios sectos peripherijs ope circini descriptis: é lateribus enim infinitis amputat æquales radios. Itaq; utitur Euclides illis ipsis principiis, quibus videtur uti noluisse. Et quidem quæ caussa quæque veritas facit radios peripheriæ æquales, eadem faciet ad datum punctum rectam æqualem datæ rectæ. Nam radii ideo sunt æquales, quia rectæ duobus circini pedibus comprehensæ sunt æquales. Itaque radiorum æqualitas non erit antiquior æqualitate rectarum hic propositarum. Quare ut postulatur á puncto ad punctum rectam ducere, sic postuletur ad datum punctum describere rectam æqualem datæ rectæ. Regula enim eadem utriusque perinde judex & effectrix erit, vel principium, Quæ eidem æqualia, etiam hic valebit, an quia facilis demonstratio est, & é principiis proxime deducta demonstratio non est? Enimvero ut in proxima demonstratione, sic in ista præposterum est de rectæ æqualitate per peripherias aut circulos, ut facit Euclides, vel pro Euclide Theon. Sed hic multo est alienius, quia duo circuli facti sunt, ut duæ rectæ æquarent datam, sicut recta rectæ æqualis á dato puncto inveniretur, primum peripheriæ duæ, tum rectæ duæ, & duæ productiones laterum, & peripheriæ rursus duæ adhibentur, id est octo lineæ pro una. Quamobrem hæc propositio in rectæ lineæ postulatis esto. Regula aut circinus melius ejus opus efficiet. Neque dixerit nobis isto loco Proclus exercitationis gratia ista proponi: Neque enim artes sui studiosos in sophisticis documentis exercere debent, satis enim materiæ superest & laboris in geometria, ubi cōmodius & utilius discentis animus exerceri possit, hoc sophismate multæ artes ingenuæ nimium diu impeditæ sunt.

3 *Duabus datis rectis inæqualibus, á majori æqualem minori aufferre.* Hic Proclus casuum & modorum suorum multitudinem comminiscitur. Sex enim modos facit, quod datæ inæquales vel conjunguntur extremo, vel distant, vel secant sese, & quidem partibus æqualibus vel inæqualibus, vel mistis, vel altero uno extremo secat alteram, & quidem major minorem, vel minor majorem, quæ subtilitas puerilis est, & Aristotelis judicio sophistica, quia tot doctrinas pro una faciat: præsertim cum Proclus ipse dicat admirabilem Euclidis demonstrationem, quia omnibus illis constructionibus sufficiat. Attamen Euclides ut Proclo non sit in

ſit in eo comparandus qui ad æqualitatem duarum rectarum accumulet huc è ſecunda propoſitione lineas novem, & duas hic addat, cum una (ut in duabus ante propoſitionibus) geometrica regulæ linea æqualitatem poſtulatam geometrico principio metiatur. Quamobrem propoſitio illa tertia aggregetur ad ſecundam & poſtuletur, uti poſtulata eſt á nobis utraque. *Datis duabus rectis inæqualibus à majore æqualem minori ſecare.*

4 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, & angulum angulo æqualem habeant ab æqualibus rectis comprehenſum, etiam baſim baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquale erit, reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, ſub quos æqualia latera ſubtenduntur.* Quarta propoſitio verboſe proponit quod perſpicue breviterque comprehendi poſsit. Triangula æqua angulo æquicruro æquilatera eſſe: ideoque æquiangula, ut 1 & 2 e 7 comprehendimus: æqualitas autem triangulorum eſt è triangulis æquealtis, ut patet 6 e 7. Hoc igitur theorema comparationem duorum triangulorum continet, in qua datur æqualitas binorum utriuſque laterum, ſic tamen ut non utraque utrique, ſicuti ambiguitas græcorum verborum ſignificare poſsit. Nam ἑκάτερος & uterque & alter dicitur, ſed alterum alteri æquale ſit. Sic enim cuivis trianguli generi comparatio conveniet. Sic (inquam) æqualitas laterum ſingulorum cum ſingulis accipienda, alioqui ſi utriuſque cum utroque æqualitas intelligatur, ſic ut alterius trianguli unum duobus lateribus ſigillatim reliqui ſit æquale, & reliqua ſimiliter iiſdem. Id tantum triangulo æquilatero & æquicruro conveniet, non vario: nec theorema erit generale: vel ſi unius trianguli utrumque latus ſimul, cum alterius trianguli utroque latere ſimul intelligatur, falſum etiam eveniet. Perimeter enim æqualium laterum æqualis eſſe poteſt perimetro, ut area areæ ſit inæqualis: contraque area æqualis areæ, ut perimetri æqualium laterum inter ſe ſint inæquales. Quare intellige latera unius trianguli duobus lateribus alterius duobus alterum alteri æquari. Hæc prima æqualitas datur in binis lateribus. Secundo dantur anguli ab æqualibus illis lateribus comprehenſi æquales inter ſe, quia cum latera æqualia ſint ſuperpoſita convenient. Ex qua duplici æqualitate data demonſtratur triplex æqualitas, prima baſis cum baſi. Secus duæ rectæ aream concluderent contra 12 axio. vel ſine Euclidis impoſsibili duæ baſes æquabuntur, quia duæ rectæ ab eodem puncto ad idem punctum congruunt, ideoque ſunt æquales. Secunda æqualitas eſt angulorum reliquorum binorum unius trianguli, cum reliquis binis angulis alterius trianguli, ſeparatim tamen ſingulorum inter ſe, & quidem ab æqualibus lateribus comprehenſorum. Tertia æqualitas eſt totius trianguli cum toto triangulo, quam tamen Euclides ὕστερον πρότερον ſecundam fecit, cum tamen cœpiſſet ab æqualitate laterum. Hanc duplicem reliquam æqualitatem & angulorum, & triangulorum, ut demonſtret Euclides ἐφαρμόσειν & convenientiam aſſumit, ſuperpoſitis & applicatis triangulorum lateribus inter ſe. Itaque (ait Proclus) demonſtrationis euclideæ cauſſa eſt ἐφαρμόσεις convenientia, demonſtratioque tota ab ipſo ſtatim principio cõcluſa, ut Euclidis judicio ἐφαρμόσειν

fundamentum statuatur infinitorum, quæ deinceps per 4 p 1 demonstrantur. Itaque Euclidis ista demonstratio per convenientiam consideranda imprimis ideo est, quod inde cognoscimus tres antecedentes propositiones eadem convenientia multo verius & perfectius demonstrari potuisse, solamque regulæ convenientiam in illis problematis demonstrandis fuisse necessariam. Hoc (inquam) demonstrationis euclideæ genus tam expeditum tamque facile vehementer amplector. Atque utinam plerisque locis aliis facilitatis hujus tam studiosus Euclides fuisset, minus hodie nobis laborandum esset. Exemplis pluribus ἐρχόμενον illustravimus 9 e 1. Verum si quis accuratius theorema ipsum penitiusque intueatur, duo posita antecedentia caussam demonstrationemque continent duorum consequentium: primo basium æqualitas ex æqualitate anguli cum angulo deducitur. Nam si statuisset Euclides æquales angulos qui cruribus congruerent, sicuti ad hanc propositionem & imprimis ad octavam postea Proclus statuit, & postea Vitellio usurpavit, & Euclides ipse ad 23 p 1 problematicè proposuit: si inquam statuisset Euclides æquales angulos esse, qui cruribus congruerent, ad illud principium propositio quarta assumptionem syllogismi suppeditaret. Hic æquales esse angulos æqualium laterum qui cruribus essent congrui. Itaque bases æquales esse; quia bases etiam congruerent & unæ essent. Ex qua conclusione assumitur pro reliquis angulis: at hic æqualium laterum bases sunt æquales, ergo sunt æquales anguli. Enimvero diligentius & accuratius considerandum est, quod hic admoneo. Est enim principium obscuritatis permagnæ ex uno axiomate æqualium angulorum præterito: Atque inde elenchus admirabilis est ortus (de quo tertio scholarum mathematicarum libro admonuimus.) Etenim posito axiomate illo tanquam propositione syllogismi theorema Euclidis assumptionem & complexionem suppeditaret, ac jam positis & concessis antecedentibus, de consequente dubitare hominis fuerit logicam syllogismi doctrinam plane ignorantis, singulariaque humani judicii fundamenta subvertentis. Ante verò mathemata omnia falsa sint quam positis in syllogismo propositione & assumptione complexio non vera ponatur & concedatur. Theorema igitur in duabus primis partibus sine convenientiæ principio sua ipsius luce clarum & evidens erit, quod multo clarius esset & evidentius, si esset ipsum suo loco & ordine positum. Trianguli enim simplicis doctrina prior est quam comparati. De trianguli simplicis ratione in suis latebibus & angulis propositiones sunt primi 5.6.18.19: & in exterioribus angulis 32 & 16. tum de trianguli æqualitate cum triangulo erit propositio 8.7.4.26. Reliqua deinceps doctrina de comparatione triangulorum primo & sexto libro habetur. Quamobrem Euclidis demonstratio per convenientiam probanda quidem & laudanda est ob eam præcipue caussam, quod inde intelligamus per talem convenientiam tria præcedentia problemata demonstrari multo facilius & verius potuisse, quam hysterologia circulorum utcunque conclusa est; sed multo tamen vicinior demonstratio est consequentis è positione & concessione antecedentis. In utroque enim argumento ratio quidem

certa

certa est, sed in convenientia est communis, hic est affinior, & reciproca, ut apparebit in 8 & 26 p 1. Quamobrem licet hinc jam serio γεωμετρεῖν, deque geometriæ commodiore statu melius sperare, cum propositionum quatuor primarum obscuritatem nullam videamus. Veruntamen in ista de triangulis planis geometria id etiam monendum est, pleraque esse sphæricis communia. Hæc enim propositio primum tota cōmunis est, ut constat apud Regiomontanū de triangulis 36 p 3, & probatio per æqualium triangulorum axioma etiam cōveniet.
5 *Aequicrurorum triangulorum anguli ad basim inter se sunt æquales, & productis æqualibus rectis sub basim anguli æquales inter se sunt.* Contra & propositionem & propositionis demonstrationem quæri multa possunt. Propositionis primus author Thales Milesius fuisse perhibetur, & ei gratiæ propterea sunt habendæ. Verum proponit ista propositio de triangulis æquicruris, ut videri possit comparatio de pluribus esse, cum de unico agatur, deinde specialiter proponit, quod commune est omnis trianguli duo latera æqualia habentis, sive æquilaterum sive æquicrurum fuerit. Imo (ait Geminus) trianguli permisti cōmune id est: Demonstravit enim. Si duæ lineæ rectæ æquales, in lineam similarem, seu rectam, seu rotundam, seu helicem cyliudraceam inciderit, angulos ad basim æquales esse, & si anguli ad basim sint æquales, latera quoque esse æqualia. Hoc primum est in propositione. Secundo quærit hic Proclus, quorsum laterum productio cum exterioribus angulis nusquam postea Euclides utatur? Deinde respondet iidem more Rhetorum Euclidem præponere tanquam præsidium quo esset usurus adversus calumnias. Proclus talis est ad septimam propositionem. Verum dici potest additionem propositionis quintæ in thesim quartæ incidere, cujus conversa quadam sit vigesima sexta propositio. Atque hæ nimirum cōversiones sunt, quibus Proclus dicebat ab Euclide totū cum parte cōverti. At prima pars reciprocatur, & secunda cōsectariū est primæ. Atque hæc de propositione, demonstrationis inquisitio non minor est, quæstio est de æqualitate interiorū angulorum unius trianguli. Euclides probat per exteriores angulos adhibitis è tertia propositione lineis decem & è quarta propositione triangulis quatuor, quæ hysterologia manifesta est, cum de unius trianguli proprietate agatur, comparatione triangulorū pro argumento demonstrationis usurpare. Pappus id vitium in Euclide de interioribus per exteriores demonstratis quodammodo animadvertit, simpliciusque uno triangulo, tanquā sibi ipsi lateribus oppositis superposito interiorum angulorū æqualitatē sine exterioribus angulis demonstravit. Verum & Pappus ipse in hysterologiā licet minorē, attamē incidit, quia de simplici triangulo per cōparationem triangulorū agit. Atque hæc de interiorū angulorum demonstratione. Exteriores uerum demonstrat Euclides per collationē triangulorū ad thesim quartæ propositionis: Denique Euclidis in hac propositione demōstratio ad unius simplicis trianguli proprietatem declarandū, adhibet comparationē sex triangulorū, quæ hysterologia præcedentibus etiam major est. Verum axioma angulorū æqualiū cum thesi propositionis rem perspicue demonstrabit, quia anguli duo habebunt æqualiū laterum bases æqua-
 les.

les. Itaque trianguli æquicruri proprietas ista protinus ex axiomate assumetur: idemque de triangulo æquilatero & vario assumetur, quod omnes anguli sunt æquales, quod nulli anguli sunt æquales.

6 *Si trianguli duo anguli æquales inter se sint, & sub æquales angulos subtensa latera æqualia inter se erunt.* Ἀντίστροφον est quintæ propositionis, sed multo disertius expositum quàm fuit hypothesis antecedens. Hic enim de triangulo generaliter agitur, nõ de æquicruro, restat tamẽ & hic Gemini ratio, quod id cõmune sit etiam cui vili- neorũ. Quomodo tamẽ possit ista ꝓpositio intelligi ut sit omnino catholica & ex illa antecedẽte hypothesi, istaq; cõversa possit & debeat una ꝓpositio fieri sic. *Si trianguli duo latera sint æqualia, duo anguli erunt æquales: & si duo anguli sint æquales, duo etiam latera erunt æqualia.* Demõstratio Euclidis habet hic impossibile ex quartæ the si, quia sequeretur triangulũ totũ suæ parti ęquale esse: imo (inquam) sequeretur impossibile triplex ut bases inæquales essent æquales, ut anguli inæquales essent æquales. Sed hysterologia est eadẽ superiori de proprietate unius triãguli per collationẽ multorũ triãgulorũ philosophari. At impossibile multo brevius cogi potuit, ut in nostra geometria. Atq; utraq; ꝓpositio & quinta & sexta sunt cõmunes sphęricorũ, ut costat è 40 & 41 p 3 apud Regiomontanũ. Sed quærit præterea Proclus, cur Euclides secundã partẽ quintæ propositionis nõ cõvertit & ipsemet ἀντίστροφον ejus convertit. Si productis lateribus anguli sub basim sint æquales, duo latera quoque esse æqualia, quod per quartã & sextã demonstrat, respondet id postea perspicuum fore per 13 p 1. at veró ad 13 p 1. additio illa melius esset facta, ut tum dicetur á nobis.

7 *Super eandem rectam duabus eisdem rectis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri non cõstituentur ad aliud atq; ad aliud punctum, ad eandem partem terminos eosdem habentes cum primis.* Propositio ista mirificẽ per negationẽ proposita est. Propositio scientiæ propria (ait Aristoteles) nõ solũ affirmata debet esse, sed affirmatæ veritatis necessariæ, essentialis, reciprocæ, deniq; nullã debet habere doctrina ꝓpositionẽ nisi catholicã. Nam ex negatione neq; demonstratio, neq; syllogismus est. Quid ergo? tollendane est é Geometriæ finibus ista ꝓpositio? Proclus negat, quia sit utilis ad demõstrationẽ octavæ, & ad astronomiã plurimũ prosit. Verũ octava per solã ἐφαρμογήν magis geometricé demõstretur, et si qua utilitas sit negatę ꝓpositiõis, eadẽ erit affirmatæ. at si affirmetur, incidet in octavam propositionem. Sic enim erit. *Si super eandem rectam duabus rectis duæ rectæ contermine & æquales inter se eodem versus ducantur, in idem punctum convenient.* Quod idem est ác si diceretur. Si bina duorũ ejusdem basis triangulorum contermina latera separatim æqualia eodẽ versus ducantur, convenient in idem punctũ, ideoq; æquabuntur anguli angulis & triangulum triangulo. Ponit igitur hæc propositio quatuor, primo candẽ basim, secundo rectas binas sigillatim æquales, tertio ad eandem partẽ, quarto eosdem terminos ęqualiũ. Sed hoc quartũ secundum potius esse debuerat, unde conclu dit nõ ad aliud atq; ad aliud punctũ conventuras. Quare si res proponatur (ut dixi) nõ tollo quidẽ ꝓpositionis hujus usum, si quis est, sed propositionẽ λογικωτέρως instituo, ut usus inde facilior & prõptior habeať. Proclus valere putat ad

astrono-

astronomiã ad instantias, qualẽ etiã ipse cõminiscitur 48 p 1, at valebit ad ca omnia & ad plura, si melius instituatur. Hoc verò solũ fuit si tam perspicue diceretur imposibile nullũ esset, quo proposito octava demõstraretur. Quid tum in quam? an non aliter poterat demõstrari? Poterat enim per quartam. Sunt enim duo triangula ad illam thesim comparata, laterum etiam omnium æqualitate posita, quæ applicata cum basim æqualem habeant, angulum quoq; æqualem habebunt angulo, sub æqualium laterum basi. Denique optima illa ex æqualium angulorum axiomate demonstratio aderit.

8 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, habeant etiam & basim basi æqualem, angulum quoque angulo æqualem habebunt ab æqualibus rectis comprehensum.* Dic, Triangula inter se æquilatera sunt æquiangula, totam istam grammaticam tot verborum comprehenderis. Euclides ἐφαρμογὴν hic adhibet, ut in quarta propositione, quod etiam studiose & attente considerandum est, sed impossibile adhibet é septima propositione, ut illic adhibuerat, verum sine impossibili potest convenientia probari, si septima propositio affirmaverit id cujus contrarium negat. At requiretur hic quid septima & octava propositio differant, cum utriusque data sit hypothesis una: utraque enim ponit æqualitatem & basium & laterum: differre tantum videntur quæsito & consequente, quod septima convenientiam totius trianguli cũ toto ex antecedente suo deducit, octava ex eodem antecedente deducit præterea æqualitatem angulorum. At ista differentia nihil habet re ipsa diversum. Nam posito illo antecedente, ubi convenientiam concluseris totius cum toto, angulorum etiam æqualitatem é convenientia illa concludes: itemque ubi ex eodem convenientiæ antecedente angulorum æqualitatem concluseris, indidem potes & convenientiam concludere. Quare si res spectetur propositio una est, nec duas facias ob aliam caussam video, quam ut Euclidi syllogisticæ demonstrationes suppeterent ad octavam demonstrandum. Verum octava ista ex æqualium angulorum axiomate, (ut dixi) & propositionis ipsius hypothesi multo verius accuratiusque demonstrajetur, & hic rursus locus est, ubi axiomatis unius omissi geometricum dispendium percipitur. Proclus istud axioma ad 4 p 1 veluti per cãcellos obscurius animadvertit, cum ait: angulorum æqualitatem sumemus juxta convenientiam laterum in rectilineis, in cæterisque omnibus ejusdem speciei. At hic paulo clarius idem percipit, cum ait. Videtur autem verticalium angulorum æqualitatem laterum illos angulos comprehendentium basiumque æqualitas facere: tandemque post expositionem paulo hac de re pleniorem. Certum igitur est (ait) dicere quod & basis eadem & latera æqualia ipsius anguli æqualitatem determinant. Sed hac de re etiam plenius ad 23 p 1. Sit igitur illud axioma. Anguli cruribus congrui sunt æquales: propositio hæc ex æqualitate laterum assumptionem dabit. At hic sunt cruribus congrui, quia laterum æqualium æquales sunt bases, unde si logicus es, concludito. Ergo anguli sunt æquales. Sic igitur quarta, quinta, sexta, octava propositiones tam faciles essent adhibito illo axiomate. Geometria autem octavæ propositionis hujus non solum communis est sphæricorum

triangulorum, sed conversio etiam in sphæricis vera est, ut constat 54 p 3 Regiomon: quæ tamē in planis triangulis est falsa. Proclus putat octavam esse conversionem quandam quartæ: Repetit autem á Menechmo & Amphinomo mathematicis de geometricis conversionibus quædā, quod ἀντιστροφὴ conversio duas habeat partes, προηγούμενον καὶ ἀντίστροφον antecedēs & conversum, & proprie conversionem esse, cum tota propositio in totum convertitur, ut si duo latera æqualia, duo etiam anguli, & si duo anguli, duo etiam latera: quandam esse conversionem impropriam & ἐναλλαγὴν potius quam ἀντιστροφὴν, qualis est conversio quartæ & octavæ. fallitur hic Proclus, conversio hic nulla est, sed prima & antecedens propositio de æqualitate omniū laterum, cujus ἀντιστροφὴ nusquam est in Euclide. Nec omnino verum est: Si duorum triangulorum terni anguli separatim sint æquales, ut latera sint etiam æqualia, quamvis in sphæricis triangulis sit verum, ut dixi. Laborat Proclus, ut hic methodum Euclidis tueatur, octava propositio est conversa quartæ, cur igitur statim nō postponitur quartæ, ut sexta quintæ: quia (inquit) octava per septimam, & septima per quintam demonstratur: hoc item alienum. Nec enim est conversa (ut dixi) deinde non vult per septimam, nec septima per quintam demōstrari. Philo mathematicus hic etiam Euclidem in isto ordine reprehēdebat, quod octava posset sine septima demonstrari. Philonis demonstratio est per impossibile triplex apud Proclum. Sed impossibili Philonis nihil hic opus est (ut dixi) angulorum æqualium axioma totam demonstrationis hujus pondus sustinet: ut sustinebit in 9.10.11.12.

9 *Datum angulum rectilineum bifariam secare.* Theon demonstrat per 8 p 1. facilius demonstrabitur per axioma æqualium angulorum. Propositio Euclidis dupliciter specialis est, primum namque est de angulo rectilineo secando duas in partes æquales, id est in partes pares pariter pares 2.4.8.16.32.64. & sic deinceps. Nam pars unaquæque rursus bifariam secatur, & hanc duplæ rationis progressionem in pariter paribus dichotomia ista continet, non autē generalis de quocumque angulo superficiario seu solido bifariam secando: imo dubium est, an res ipsa sit possibilis, ut de corniculari angulo. Secundo doctrina hæc Euclidis specialis est ad διχοτομίαν. Nec enim angulus rectilineus data ratione & in quotlibet & qualescunque partes ista via secari potest, ut in partes impares, vel pares pariter, vel pariter simul & impariter. Rectus autem secatur trifariam. Si angulus æquilateri trianguli qui valet $\frac{2}{3}$ recti sectus bifariam statuatur ad angulū ipsum rectum. Nam reliquum erit $\frac{1}{3}$. Quod Vitellio docuit 28 p 1: sed è 22 & 9 p 1 elementi. Nicomedes omnē angulum rectilineum trifariam secuit, ait Proclus. Alii Archimedis helicibus excitati angulum rectilineum data ratione secuerūt, quorum doctrinam ut obscuriorem Proclus in tertium librum rejecit: ubi nos dicemus ea de re. Euclides circulum bifariam, angulum rectilineum bifariam, lineam rectam bifariam, peripheriam bifariam tantum secuit. Neq; vero sectio ista anguli rectilinei videtur in hysterologiam triangulorū incurrere, cum axioma æqualium angulorum latera & bases totidem cōsideret: sed angulus rotundilineus similiter secatur, sed bisecta basi in sphæricis.

10 Datum

10 *Datam rectam finitam bifariam secare.* Theon demōstrat per 4 p 1. Ergo per axioma æqualium angulorum. Atque hic sectio est in partes pariter pares ut antea, utrum verò asymmetria magnitudinum impediet, ne possit demonstratio sectionis hujus sine triangulis inveniri? Certe est propositio 9 lib 6 generalis ad istius non argumentum quidem, sed effectum, quæ docet rectam secare data ratione. Itaque ista propositio dissimilis nec specialis argumenti á nobis retinetur. At sectio rectæ quæ utroque loco instituitur, in recta tantum valet, non valet in peripheria: 30 p 3 paulolum diversa erit ad sectionem peripheriæ. Atenim decima ista propositio quæstionem aliam attulit de magnitudine semper dividua. Magnitudo est continua quantitas, habet igitur partes communi termino cōtentas. Quæstio hæc Aristoteli inter gravissimas physicæ ἀπορώτατας quæstiones fuit, à quo plerique physici arguuntur individuam magnitudinem induxisse, ut 3 & 4 c 1: item 5 c 3: item 1 c 6 physici. Anaxagoras (ut ex Philopono patet) librum de individuis lineis scripserat: item Democritus & Leucippus atomorum authores appellantur 4 cap 3. de cælo: item Pythagoras & Plato 8 cap 3 de cælo, & 7 cap 1 phil. Plato de individua linea appellatur: sed hi physici physico sensu vere id affirmare potuerunt, geometricum hic dogma est magnitudinem continuam, ideoque infinite dividuam esse, quod multis in geometria locis confirmari potest. Primo 9 p 1: ubi datus angulus rectilineus bisecatur quicumque sit. Secundo 10 p 1: ubi data recta bisecatur, neque omnino linea Platonis individua hic audiretur. Nam si linea sit, continua est, ideoque partes habet communi termino contentas. Tertio 2 p 3 recta duobus in peripheria punctis terminata cadit intra: unde concluditur, intra duo quælibet puncta lineam esse continuam, id est partes habentem communi termino contentas, ideoque dividuam. Quarto 30 p 3. Quinto & sexto 9 & 10 p 6: ubi διχοτομία item, imo quælibet sectio postulatur, & modus ostenditur datam lineam rectam secandi data parte & data ratione, datam peripheriam bisecandi: Septimo definitiones decimi fere omnes, unde concluditur asymmetras esse quasdam magnitudines, quibus metiēdis nulla minima magnitudo sit: Octavo 1 p 10: ubi proponitur á data magnitudine perpetuo tolli posse plusquam dimidiū: unde concluditur magnitudinem infinite esse dividuam: Nono 2 p 12: ubi statuitur rectilineū inscribi posse circulo majus quavis superficie minore, quam fuerit datus circulus, unde etiam concluditur rectilineum nullū circuli tantū inscribi, quin majus etiam inscribatur: unde etiā Archimedes ad 5 theorema 1 de sphæra assumpsit spatiū nullū tam parvum esse, quin multanguli circulo inscripti segmenta minora dari possint. Decimo 4 p 12: ubi nominatim perpetua pyramidum divisio proponitur: Undecimo ad 17 p 12: sumitur bisectio peripheriæ infinita, unde & concluditur magnitudinis infinita divisio. Hæc igitur elemēta geometrica sunt, in quibus tanquā principium postulatur & sumitur, magnitudinē infinite dividuam esse. Proclus vero vel apud Proclū Geminus ad 10 p 1 quandā ex impossibili demonstrationē attulit. Si magnitudo daretur minima magnitudines omnes fore

symme-

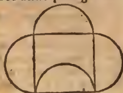
symmetras, ut omnes numeri symmetri sunt, quia unitas minimus numerus omnes numeros metitur. Verum asymmetria magnitudinum vera est, ut constat è toto decimo libro, & constabit postea. Quare minima & individua magnitudo nulla est. Hoc argumentum apodicticum quidem nequaquam est, verum tamen est post illam continui definitionem præcipuum Definitiones enim decimi asymmetriam definiendo postulant: & Aristotelis theorema, quod diameter quadrati sit asymmetra lateri, asymmetriam esse in magnitudinibus convincit. Itaq; merito multis locis Proclus affirmat magnitudinem potentia infinite dividuam esse, principium esse geometricum, ut constat è tam multis antea citatis elementis geometrici principii loco assumptum esse. Quin Aristoteles ante Proclum hoc idem principium esse confirmaverat. Nam 2 cap 1 physicorum, cum geometram negat tetragonismo Antiphontis postulantis multangulum in circulo tot angulorum, ut latera peripheriæ congruant, responsurũ esse, quia tali postulato principium geometriæ tolleretur, principium hoc utique significavit, magnitudinem infinite dividuam esse, & 5 cap 1 de cælo: cùm maximum mathematicis rebus periculum creari, ait, si minima magnitudo inducatur, significat utique tot elementorum à nobis propositorum ruinam & cladem futuram. Quamobrem magnitudinem infinite dividuam esse, principium in geometricis esto: & principium de geometrica, non de physica magnitudine, & principium de potentia infinitæ divisionis, non de infinitatis actu. Itaq; 1 cap 6 physici conatus Aristotelis valde levis est demonstrationem hujus principii tam solicite comparantis: cum 2 cap 1 physici ut principium adversus Antiphontem postularit, cum revera nihil illic demonstret. 11 & 12 p 1. Hæ duæ propositiones respondent 11 & 12 p 11 de perpendiculis solidis. Atq; in 11 propositione quamvis infinita recta non postuletur ut in 12 prop. attamen perinde statuenda est, id est tanta quanta sit opus, nam si punctum in fine detur, producenda linea est. Vtrumq; veró problema est commune sphæricis, ut patet 44 & 46 p 3 Regiomontani. Utrum veró, ut rectarum æqualitas postulanda fuit 2 & 3 p 1, idq; per regulam & congruentiam, sic modo postulandum gnomonis judicio perpendiculum? Neq; enim præsens perpendiculi fabrica ulli extra pulverem geometricum usui videtur futura.

13 *Si recta stans super rectam angulos faciat, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales faciet.* Si angulos faciat (dixit) Nam si angulum tantũ faceret, unus quantumlibet magnus duobus rectis esset minor, aut duos rectos, nempe si status rectæ tantus sit ἀπαράκλιτος καὶ ἀῤῥεπὴς, non inclinatus, non propensus, æquales anguli sunt. Postremum est, aut duobus rectis æquales, nempe si status sit inæqualis propensiorque in hanc, quàm in illam partem, anguli quidem inter se sunt inæquales, sed ambo tamẽ duobus rectis æquales. Proclus in hac propositione disjunctionem admonet non satis eleganter expositam, quia prima pars in secunda contineatur. Recti enim duo sunt duobus rectis æquales, & id solum conversum est proxima propositione, non autem tota disjunctio. Sed propositio etiam alio elencho vitiosæ orationis laborat: Sententia enim ejus est.

Si recta

Si recta insistit in rectam, aequat deinceps angulos duobus rectis: Haec enim sententia convertitur. Demonstratio Theonis hic usurpat. Quae eidē aequalia: quoniam 3 particulares aequantur 2 rectis, & 2 obliqui aequantur 3. Ergo etiam duobus rectis. At convenienuae axioma promptius erat, quoniam eundem locum occupant. Nos consectarium fecimus in geometria 8 e 5 l.

14 *Si ad aliquam rectam & ejus punctum duae rectae non ad easdem partes angulos deinceps duobus rectis aequales faciant, in rectas inter se erunt rectae.* Ἀντίστροφον est superioris, ut putat Proclus, sed non multo disertius expressum quam propositum est antecedens. Conversio enim cōnexi fuisset, si recta aequat duos deinceps angulos duobus rectis insistit in rectam, neque jam contra faciet instantia qua differitur, aequales esse angulos duobus rectis, & à duabus rectis contineri non esse reciprocum, ut in hac figura videbis si rectas deleas: Nā quatuor peripheriarum figura duos angulos habebit aequales duobus rectis, ut ante ex Pappo dictū est. In hoc enim exemplo recta nulla fuerit, angulos vero deinceps appellat geometres, inter quos nullus est angulus. Quare non est in litera Euclidis simplex antecedentis conversio, sed consectarium quoddam in quo Proclus tria notavit. Primum quod ad punctum non ad puncta. Nec enim sic duę continuarentur. Secundum quod rectae sint deinceps. Infinitas enim licet ad unum punctum non continuas sumere. Tertium quod non eadem parte. Nam ad easdem partes nihil imposibile fieri namque potest ut duae rectae deinceps non continuae ad datae rectae punctum eodem actae, duos angulos duobus rectis aequales faciant, ut si obtusus rectum & unam tertiā, & deinceps angulus reliquas duas tertias habeat, ut hic vides.





Id enim sic ostendit Proclus, & idem Porphyrius apud eum aliter ostendit. At ute que videtur agere sophisticè cum angulos sumat non deinceps, sed alterum faciat alterius partem. Demonstrat autem Euclides hanc propositionem ut antistropha solet per imposibile, quia totum parti aequaretur.

15 *Si duae rectae se mutuo secent, angulos ad verticem aequales efficiunt.* Cōvertit etiam Proclus hanc propositionem hoc modo.

Si ad aliquam rectam duae rectae non ad eandem partem sumptae, faciant ad verticem angulos aequales, in rectam erunt inter se rectae. Tum demonstrat & recta demonstratione è proxima & ad imposibile. Verum (ut de superiore dixi) conversio hic nulla est. Nec enim id in consequente fuerat, quod in antecedente ponitur, sed est quaedam è praecedente propositione assumptio. Conversio autem connexi fuerat.

Et si duae rectae angulos ad verticem aequales faciant, se mutuo secabunt. Non est autem reciprocum duos angulos ad verticem aequales esse, & duas rectas mutuo secari, cum in duobus circulis se mutuo secantibus anguli lunulares ad verticém sint aequales, non tamen à rectis lineis facti. Nec omnes ad verticem sunt ęquales, ut

 in hac

in hac sectione circulorum anguli convexus & concavus: ille enim major est, hic minor.



COROLLARIUM.

Ex his sane manifestum est, quod si duæ rectæ secent sese, quatuor angulos quatuor rectis æquales efficiunt. Hoc primum est Euclidis corollarium à Theone prætermissum, positum tamen à Proclo nominatim & Euclidi attributum, à quo etiam libros corollariorum scriptos esse ait, sicut ex hoc corollario invētum admirabile à Pythagoreis theorema planis figuris tantum tribus compleri locum.

16 *Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utrolibet interiore & opposito major est.*

Prima Euclidis doctrina de exterioribus angulis fuit propositione quinta, secunda nunc est, decima sexta. Demonstratio Euclidis per 10.15. 4 p 1 non difficilis est, facilior tamen erit per axioma angulorum æqualium, sed longé facillima per 32 p 1. quæ ipsa generalis est ad hanc, ideoque hysterologia post 21 & secundā & quidem 32 p 1. absque hac demonstrari potuit: Proclus autem hic paulò liberior est, refertque theorematis caussam ad inclinationē laterum majorem & minorem. Ex eoque tibi considerandū est (ait) quomodo rerum ortus veras quæsitorum caussas in conspectum nobis afferunt: Hæc Proclus: in quo laudandus ille quidem est, quod demonstrationem ex caussis tam curiose repetat, sed multó magis esset laudandus si sequeretur: Hæc enim caussa est ex axiomate æqualium angulorum, quod tamē in demonstrando non adhibet, adjungit autem hic duo corollaria. Primum.

Tres rectæ æquales ab eodem puncto in eandem rectam non cadunt.

Quia exterior interiori opposito esset æqualis, & inæqualis. Secundum.

Si duas rectas recta tangens faciat exteriorem angulum interiori opposito æqualem, triangulum non facient.

Quia exterior eidem esset æqualis & inæqualis: sed hoc consectarium secūdum est secunda parallelarum proprietas.

17 *Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores sunt, ubivis assumpti.*

Demonstratio Euclidis ex præcedente & decima hic assumpta est: qua interiorum angulorū ratio per exteriorem probatur: minorque est hysterologia, quám fuit antea, attamen Proclo non probatur: ita nescio quomodo seipsomet liberior & præstantior effectus est, cùm in præcedēte, tum in hac imprimis propositione. Demonstrat (ait Euclides) rationem interiorum per exteriorem. At accidens non necessarium necessariæ affectionis caussa esse non potest: productum trianguli latus est accidens non necessarium: duos interiores duobus rectis minores esse affectio trianguli necessaria est, non potest igitur productū latus caussa hujus affectionis esse. Itaque potest illud idem sine producto latere demonstrari, ut si á vertice trianguli recta ducatur in basim, ambo deinceps anguli duobus rectis sunt æquales, & tamen cum sit uterque exterior interiore & opposito major, ambo etiam iisdem oppositis majores, idemque de reliquis angulis probari po-

bati poteſt. Hæc (ait Proclus) demonſtratio ſimplicior & accuratior eſt Euclidis demonſtratione, nullo quippe dati trianguli latere producto, & tamen (inquam) nequaquam legitima, quia cauſſam non habet. Proclus autē idem multó verius cauſſam inæqualitatis hujus reperit ex inæquali laterum inclinatione & diſtantia, id eſt é noſtro axiomate: ut ſi erigantur ex angulis trianguli perpendicula, rectorum exceſſus manifeſtiſsimus ſit. Atque iſta nimirum per undecimi axiomatis converſam ratio prompta ſit: Duo quilibet ad baſim anguli minores ſunt duobus rectis, quia latera concurrunt. Itaq; ſi axioma illud Euclidi concedatur, & ἀντίστροφον pariter concedēdum fuit, ut tum eſt diſputatum. Hæc enim converſa eſt illius axiomatis.

Si rectæ rectà connexæ faciunt angulos interiores duobus rectis minores, concurrent. Et.

Si rectæ concurrant, connexæ rectà facient angulos interiores minores duobus rectis.

Illa enim tum fuit inſtantia Gemini de Euclide conquerentis, quod principiorum ἀντίστροφα non faceret principia. Quare propoſitio iſta principium eſſe debuit, aut ſane protinus é principio illo deduci. Hinc veró corollarium deduxit Proclus. Duæ perpendiculares ab eodem puncto in eandem rectam duci non poſſunt. Anguli nempe duo ad baſim, recti eſſent, & duobus rectis minores. Sed adverſus utramque propoſitionis hujus utriuſque demonſtrationem, & ſi gravis eſt inquiſitio Procli, quod cauſſam veri non doceat, multó tamen eſt illa ratio é tricesima ſecunda propoſitione gravior, quæ generalis eſt ad illam ſuperiorem, ut dixi, & ad iſtam; ideoque ſi præpoſita eſſet illa hæc utraque; ut ſpeciale conſectarium deduceretur. Hæc igitur primi libri hyſterologia eſt tertia. Itaque mirum Procli in his commentariis ingenium eſt, qui hæc etiam ſophiſmata defendat, ut appareat, ſi quid aliquando liberius & magnificentius loquatur, non ex ſuo ipſum, ſed alieno ſenſu loqui. Geminus videlicet, Pappus, Apollonius aliquis iſtam libertatis & veritatis philoſophiam expreſſerat: habenda tamen Proclo etiam gratia eſt, quod aliquando Geometriam pluris, quám Geometram fecerit, ut in cauſſa duarum propoſitionum proximarum.

18 *Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.* Aequalitatem angulorum é laterum æqualitate quinta propoſitio docuit, ut ſexta laterum æqualitatē ex æqualitate angulorum. Inæqualitas cōtraria docetur duabus proximis propoſitionibus. In vario aūt triangulo inæqualitas maxima, media, minima eſt, tum laterum, tum angulorū: In æquicruro major ſimpliciter & minor eſt: In æquilateris hæc theoremata locum non habent. Itaq; ut æqualitas illa duobus generibus æquilateris & æquicruris, ſic inæqualitas iſta duobus æquicruris & variis convenit. Propoſitio igitur non ſatis accurata eſt, cum ait omnis trianguli, quia iſta inæqualitas non ſit omnis trianguli: demonſtratio autē propoſitionis per 5 & 16 propoſitiones non eſt obſcura valde. Cauſſa veró conſequentis in propoſitione eſt antecedentis, latus nēpe ſubtendens eſt baſis anguli, ut ante Proclus docuit, & hic diſerte ait. Manifeſtum autē quod cauſſa hujus affectionis eſt lateris ipſius angulum ſubtendentis ὑπεροχὴ κατὰ μέγεθος ἢ ἐλάττωσις exceſſus ſecundū magnitudinem aut defectus. Quo iterum loco Proclum admiror tam legitime

philosophantem, sed constantiam requiro in cæteris similem. Axioma igitur æqualium angulorum hanc etiam demonstrationis caussam præstabit, & quidem communem cum triangulis sphæricis, ut Regiomontanus 43 p 3.

19 *Omnis trianguli sub majorem angulum majus latus subtenditur.* Conversa est præcedentis, sed accurationis similis, accurata autem propositio tota fuerat.

Trianguli majus latus subtenditur majori angulo, & major angulus majori lateri. Demonstratio Euclidis per latus positum non æquale, quia angulus major esset æqualis non minus, quia minorem angulum subtenderet, non difficilior est superiore, sed nec accuratior. At caussa eadem est superiori. Nam quia angulus angulo major est, æqualium laterum majorem basim habebit. Et illa apodictica caussa est, quam Euclides huc afferre debuit. Axioma itaque unum etiam hic sufficiet, & sufficiet etiam sphæricis, ut Regiomontanus 42 p 3. Atque hic etiam angulum & triangulum conjuncte consideramus.

20 *Omnis trianguli duo latera reliquo majora sunt utlibet assumpta.* Euclidis demonstratio per 5 & 19 non est valde difficilis, sed est tamen præpostera, & ex sola rectæ lineæ definitione, si demonstrabilis esset, demonstrari poterat. Nam intra duo puncta recta cæteris lineis brevior est. Respondet 20 p 11 & commune est sphæricis, Reg. 37 p 3.

21 *Si trianguli super unum latus ab extremis duæ rectæ intus constituantur, constitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem sunt, majorem veró angulum comprehendent.* Propositio exquisite jubet, ut exteriorum & interiorum laterum sit una & eadem basis. Secus fieri posset, ut & interiores essent majores exterioribus, & angulum minorem comprehenderent, ut hic vides. Quod unũ é Geometriæ mirabilibus Proclus esse ait, ut comprehensæ lineæ sint majores comprehendentibus, & comprehendens angulus sit minor comprehenso: at dictum hic aliud est, aliud res & exemplum: Verba enim non intellecta mirabilia sunt, res minime. Et si quid mirabile sit, tam mirabile est angulum contentum majorem esse continente, quam cõtentas rectas continentibus. Pappus idem mirabile miratur tertii libri theorematis tredecim: tantum nugæ otiosis hominibus placuere.



Demonstratio demonstrat primam partem per 20, & secundam per 16 p 1. At prima pars si res non ambigue proponatur, per se manifesta est, ambitum nempe contenti trianguli ambitu continentis minorem esse. Id enim principium est Archimedi in libro de sphæra: & secunda pars axiomate angulorum æqualium manifesta est. Nam si trianguli continentis latera contenti lateribus æqualia secentur, basis continentis erit minor, ideoque angulus minor. Pars autem theorematis hujus de lateribus cõvenit sphæricis, ut patet 38 p 3. Reg. Pars de angulis repugnat, ut patet 47 p 3.

Itaque

Angulus



Angulus major æquatur tribus angulis cuspidatæ figuræ. ut in figura. Nam pars ejus utraq; exterior æquatur utrique interiori opposito. Vitell. 33 t 1.

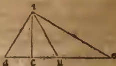
22 *Ex tribus rectis, quæ sunt æquales tribus datis rectis triangulum constituere, oportet autem duas reliqua majores esse, utlibet assumptas, quia etiam omnis trianguli duo latera reliquo majora sunt utlibet assumpta.* Problema hoc caussam proponit præter Euclidis morem, nec constituit triangulum é datis, quæ jam certam positionem habeant, sed ex æqualibus, imo ex æqualibus æqualium: Tres autem datæ quantitatem laterum definiunt quibus velis triangulum constituere. Nam datis tribus æqualibus, æquilaterum, duabus tantum æquicrurum, datis autem tribus inæqualibus varium constituere licebit. Itaque propositio ista generalis est ad primam, & præposita, ut potuit & debuit, primam inanem & otiosam aut recte consectarium faceret. Demonstratio enim caussam, si quid opus fuisset, addidisset. Proclus in hac demonstratione citat Euclidem ad verbum. At verba illa nequaquam cum Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco, & plerisque aliis notissimum sit, Theonis orationem Euclidis orationem non esse, argumenta tamen plerumque eadem sunt. Demonstratio hic tertia propositione utitur, quæ (ut dixi) non propositio sed postulatum esse debuit, quod idcirco doceo, ut pateat istam propositionem statim post definitum triangulum statuendam esse, nulloque prorsus Geometriæ dispendio: imo verò compendio magno. Speciales enim de triangulorum specialibus fabricis doctrinæ hac una generali contentæ erunt. Atque ista est nimirum aristoteleæ methodi singularis utilitas: quod tautologia evitetur, & res una semel doceatur: & tamen fabrica ista tam postulanda sit quam æquatio lineæ ad 2 & 3 p 1: quam postulatur ab Euclide fabrica circuli 3 post: quam postulatur sphæræ, coni, cylindri. 14. 18. 21 d 11: Hic enim postulare triangulum æquale dato est postulare latera æqualia.

23 *Ad datam rectam, & in ea punctum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.* Atqui (inquam) axioma nostrum hoc est in problematis speciem conversum. Interrogetur enim jam Euclides quomodo angulum angulo æqualem facias. Respondebit, si laterum æqualium bases æquales facias: Idemque prorsus de angulo solido respondebit ad 26 p 11. tum enim anguli cruribus congruent. Bene igitur res habet, non jam nobis antiquorum geometrarum geometria é commentariis Procli tam solicite eruenda erit. En nobis in ipsa elementorum officina à geometra elementorum mercatore merces istæ propalam collocantur. Anguli sunt æquales (ait hic Euclides, & Euclidis successor Theon) qui cruribus sunt congrui. Quare magna gratia Euclidi pro tanto beneficio habeatur: unde liceat bonam magnamque de triangulorum doctrina partē tam perspicue demonstrare. Neque vereamur ne nobis objiciatur axioma istud ab Euclide demonstrari, proptereaque non aliunde quam ex hoc problemate & é propositionibus antecedentibus sumi posse, quia propositio hæc utatur 22.

20.8.3 p 1. Tot enim propositiones, si retexatur series ad initiũ, hic reperientur. At (inquam) tela ista jam nobis retexta est. Primo jam patuit 18 & 19 p 1 angulum & triangulum conjunctè considerari, è ternis quippe lateribus: Deinde patuit 3 p 1 postulari debuisse: 20 p 1 cõsectarium è trianguli vel etiam è rectæ definitione protinus fuisse: 8 p 1 fuisse contentam sola cõvenientia: item 22 p 1. sola 3 p 1 usam esse. Itaque 23 p 1 potest protinus ex ipsa principiorum luce accipi: Vendis enim aquam è Sequana haustam: abs te emere nihil cogor: hauriendi ex eodem flumine par & idem jus habeo. Quamobrem magnam spem ad illustrandum & conformandum statu meliore geometriam hoc unum axioma nobis attulit, nec adhuc subsidiũ majus ullum offendimus. Sed problema istud Oenopides invenit, ut antea invenit secundũ perpendiculum: problema veró speciale est. Nec enim de æqualitate cujuslibet anguli cum quolibet angulo, quod fieri non potest: duo enim tantum genera curvilineorum angulorum rectilineo æquantur lunularis, ut prius est dictum: & *πελεκοειδὴς*, securi similis, qui ipse etiam lunularis est, & fit è duobus circulis per alterna centra descriptis. Aequatur enim talis angulus *διμοίρῳ τῆς ὀρθῆς* duabus tertiis recti, quod probari potest è propositionibus tertii, de quo propterea tum dicetur. angulum dato brevius per æquales peripherias quæ in æqualibus circulis æquales angulos auffe runt, sed hysterologiam in Apollonio Proclus arguit, quam tamen tot in Euclide locis animadvertere nullam potuit.

24 & 25 p. Hæ duæ propositiones sermonẽ habent quartæ & octavæ. Contexi mus in geometria & propositionem & propositionis demonstrationem ex axiomate angulorum: utraque veró propositio est communis sphæricis 50 & 51 p 3 Regiomontani.

26 *Si duorum triangulorum duo anguli duobus angulis alter alteri sint æquales, unumque latus uni lateri æquale, aut ad æquales angulos, aut uni æqualium angulorum subtensum, reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri & reliquus angulus reliquo angulo.* Propositio de lateris ęqualitate cum latere disjunctionẽ videtur habere speciẽ supervacaneam, at revera, ac veritate necessariam. Secus enim disjunctione omissa accidet triangulum multo majus, minori tamen æquale esse, quod apud Proclũ Porphyrius diserte & accurate exposuit. Sit enim triangulum (ait) *aei* recto angulo *aei*, jam erigatur ad *i*, angulus æqualis angulo *a*, rectaq; *ae* producatur in *o*, latusque æquati anguli ad *i* similiter producatur, concurrent tandem quia duobus rectis minores faciunt, & concurrant ad punctum *o*. jam triangulum *eio* æquaretur triangulo *aei*, quia duos angulos duobus æquales habet & latus commune: quod falsum est: falsi autem caussa est, quod latus æquale nec est ad angulos æquales, nec basis est æqualium. Quod autem primum triangulum minus sit secundo, judicetur ex eo, quod ejus parti sit æquale. Detur enim angulus *eiu* ęqualis angulo *aie*, & cõnectatur recta *iu*, thesis erit præsentis propositionis, proindeq; triangulum triangulo erit æquale: ut hic vides.



Atque

Atque hæc Porphyriana propositionis hujus est expositio. Cæterum 4 & 26 p ré triplici thesi eandem laterum æqualitatem colligunt. Itaque è duabus fecimus 2 e 7, & eodem æqualium angulorum axiomate conclusimus. Pars prima convenit sphæricis 42 p 3 Regio. secunda non item. *Itaque Perpendicularis á vertice æquicruri in basin, bisecat triangulum in duo æquilatera.* ut patet per tertiam partem.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 9. IN

secundam partem primi elementorum.

27.28.29.p.



Hactenus ut putat Proclus, executus est Euclides doctrinam triangulorum, deinceps secunda libri parte de parallelogrammis agit, ad eorumque ortum parallelas rectas interpretatur, unde parallelogramma fiunt. Quod verum quidem est, tametsi de triangulis postea erit, & in hoc & in sexto libro. Neque omnino Euclides ullam sibi generum distinctionem & methodum, sed é lógicis legibus unicum illud κατὰ παντὸς sibi proposuit ad necessarias conclusiones, quas demonstrationes putabat, Aristoteleæ autem apodicticæ logícam nullam sibi Euclides proposuit. In rectis autem parallelis recta sectis est symptoma triplex ὡς χαρακτηριστικὸν καὶ αὐτία σγεφιν (ait Proclus) quod anguli interiores alternis sint æquales, quod eadem parte exterior interiori & opposito, quod interiores eadem parte duobus rectis & ex his singulis parallelæ dijudicantur: alii geometræ tres similes proprietates addidere, quod parallelæ habeant primo duos exteriores alternos æquales, secundo exteriorem & interiorem alternos æquales duobus rectis, tertio exteriores eadem parte duobus rectis æquales, quæ tres proprietates similiter cum parallelis reciprocantur. Prima autem est omnium proprietas interiores duobus rectis æquari é perpendiculo nempe cōmuni, qua parallelismus dijudicatur, atque ex illa prima alterni & exterior interiorque concluduntur. Itaque confusius hic ab Euclide proponuntur. Sed Aeneas Hieropolita hic aliud in Euclide reprehendit, quod trium proprietatum unicam 27 p, reliquas duas 28, omnium autem conversionem 29 p comprehendisset. Verumenimvero Ptolemæus demonstrat tertiam proprietatem & ejus conversam sine undecimo axiomate, ut deinde tertia proprietate statu: ad demonstrandum undecimum idem axioma. Antecedens autem proprietatis illius ita demonstrat. Si duo interiores duobus rectis sint æquales, nec tamen sectæ parallelæ sint, concurrent utrinque pari argumento, & sic duæ rectæ superficiem concluderent. Conversam autem ita probat. Si recta in parallelas cadens faciat interiores inæquales duobus rectis, faciet majores aut minores, neutrum autem potest: Nam si faciat majores prima parte, secunda faciet minores, quia quatuor

interiores

interiores sunt æquales quatuor rectis per 13 p 1: & contra secunda parte dices similiter etiam fieri duobus rectis majores, quia sint inter easdem parallelas, ita fieret, ut iidem duobus rectis majores essent & minores. Quare si recta rectas parallelas secuerit, faciet interiores eadem parte duobus rectis æquales. Hac itaq; proprietate ita demonstrata, demonstrat undecimum axioma. Nam si sectæ nō concurrant qua parte sunt anguli minores, multo minus concurrent adversa parte ubi majores. Ita fient parallelæ, nec ideo per cōversam tertię proprietatis, interiores erunt minores duobus rectis: Quare concurrent. Disputat etiam Ptolemæus concursuras eadem parte, qua minores fiunt duobus rectis. Sed istud nobis satis esto ad demonstrationem undecimi axiomatis. Contra tamen Proclus nescio quid argutatur Ptolemæum in demonstratione cōversæ abuti & argumento, & argumentatione, quia divisio illa sit imperfecta: neque quæstionē concludat, sed Proclus captiose videtur agere Nam & diuisio plena est in æquale majus aut minus esse, & impossibile deinde logico syllogismo concluditur. Tandem verò Proclus sic elusa Ptolemæi demonstratione, demonstrationem ejusdem axiomatis aliam accuratiorem affert: prius assumpto ex Aristotelis principio ad 1 lib de cælo.

Si recta primam parallelarum secuerit, secundam secabit.

Quod Vitellio ex eo demonstrat 2 p 1, quia si nunquam secaret, esset eadem parallela secundæ: ideoque etiam primæ, quam tamen secuisse diceretur. Quare sit hoc ex Aristotelis principio principium.

Si recta parallelarum primam secuerit, secabit secundam.

Itaque Proclus nō excusat Euclidem, sed emendati Euclidis laudem Ptolemæo tribuit, & assumit sibi. Atque hic alter locus est deserti à Proclo Euclidis. Nam antea in anguli definitione Euclidem non probavit, neque jam probat in parallelarum sectione. Verum neque Euclides neque Ptolemæus neque Proclus satis logice videantur attendere quid hic agatur, Euclides sibi principium negationis assumpsit. Quæ rectæ non essent parallelæ, in quo fallitur: negationis enim non est scientia neque hinc affirmatio demonstratur. Debuit igitur contrariæ affirmationis principium sumere hoc modo.

Si recta rectas parallelas secuerit, faciet angulos interiores eadē parte duobus rectis æquales: & si hoc, illud.

Id (inquam) Euclides affirmationis principium sumere debuit, tanquam de prima rectorum è perpendicularis angulorum proprietate proxime derivatum. Nam perpendiculum inflexum quanto una parte obtusiorem angulum facit, tanto altera parte facit acutiorem, ita quod hic imminuitur è recto, illic augetur: Ergo affirmationis principium illud Euclides assumere debuit: unde contraria negatio deduceretur. Qua in re Ptolemæus hactenus Euclide accuratior fuit, quod affirmationis propositionem præponit, unde negationis propositio deducatur. Sed tamen in hoc non satis logicus, quod è caussa quidem facit ἀντίστροφον propositionis: ex effectu autem antecedens: Nam parallelæ sectæ, tales angulos faciunt: Illic igitur est caussa, hîc effectus: deinde demonstratio Ptolemæi

mari, & si vera, caussam tamen nullam ostendit, sed tantum per impossibile, id est (ut Proclus ait) per accidens demonstrat. Itaque si Ptolemæus caussam é rectis perpendiculorum angulis spectasset, principium fecisset, neque demonstrationem quæsisset ejusmodi. Proclus denique ipse per Aristotelis propositionem paulo succinctius concludit, quàm Ptolemæus: Sed tamen ne illa ipsa Aristotelis propositio caussa est quæstionis, sed consectariū ex eodem principio. Quare principii delectu judicioque constituto tota ista controversia tolletur.

30 Theon sumptis utrinque ad mediam parallelis demonstrat per secundam legem parallelarum, & primum axioma. Proclus etiam brevius. Nam si extremæ ad mediam parallelæ inter se parallelæ nō essent, concurrerent cum media, neque essent ad mediam parallelæ; imo vero melius etiam per secundum axioma demonstratur distantiæ æqualis additione. Sed hoc theorema tam principium videtur esse quam illud (Quæ eidem æqualia) nam παραλληλισμὸς est æqualitas distantiæ, & perinde est dicere (Quæ ab eodem æqualiter distant, inter se æqualiter distant) Quare Zenoni isto loco adversus Euclidem legitima querimonia fuisset é principiis indemonstrabilibus propositiones demonstrabiles efficientem. Hæc igitur propositio nobis propositio non erit, sed principium, neque principium rectarum, sed quaruncunque linearum parallelarum.

31 *Fieri vero potest parallela é peripheriis duabus invariato circino.* quod secuti sumus.

32. Hæc propositio generalis est ad 16 & 17 p 1. & ea præposita, ut debuit & potuit, vel ad Euclidis demonstrationem, superiores illæ duæ tantū specialia consectaria hujus essent, & quidem duæ separatim esse debuerunt. Laudat hîc etiā Proclus Euclidem, nec excusat tamen quod illa specialia præposuerit. Ecquid igitur Euclides accusabitur & vituperabitur quod infinitis aliis locis generalia specialibus præposuerit? aut quænam logica tam contraria sibi fuerit, ut perspicuitatis & evidentioris doctrinæ caussa generalia & præponi, & postponi jubeat? Aut tautologia & sophistica esse & apodictica poterit? Quare neque Euclidem neque Proclum in vitiis laudemus, dignitatem & præstantiam Geometriæ tueamur, quæ tum sine dubio verissima fuerit, cum generalia, quæ natura priora sunt præposuerit. Euclides demonstrat primam partem propositionis hujus per 1 & 2 legem parallelarum, quæ absque triangulo demōstrari possunt, & ideo sine 16 p 1. Secundam demonstrat é prima parte & é 23 p 1. Sic Aristoteles in philosophia 9 lib, quærit cur duo recti in triangulo? Et respondet quia circa punctum anguli æquales duobus rectis: Quod Euclides hic secutus est. Sed tamen de secunda parte antea Proclus monuit caussam interiorum angulorum ab exteriore angulo peti non posse, quia non necessarium necessarii caussa esse nullo modo possit, & nunc cum eadem quæstio revolvatur, quomodo exterior angulus caussa fuerit, ut tres interiores sint æquales duobus rectis? Itaque hic etiam Proclus idem quod antea sentit: imo (ait) secundum communes notitias veritatē propositionis hujus apparere, ut in geometria proposuimus. Proclus hic etiam conversas utriusque partis adhibet ad primam partem sic.

Si exterior angulus oppositis interioribus sit æqualis, latus unum continuè productum est. Ut patet per 14.

Secundam mutat paululum, ut convertat hoc modo.

Si triangulum sit, est figura rectilinea trium interiorum angulorum duobus rectis æqualiũ. Et *Si figura rectilinea sit trium angulorum interiorum duobus rectis æqualium, est triangulum.* Ut patet per 14. In quo ineptus est logicus, qui pro simplici subjecti proprietate convertit quandam subjecti definitionem. Hinc vero etiam Proclus deducit.

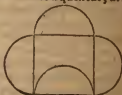
Tres ab eodem puncto rectæ in datam rectam sunt inæquales. Ut in æquicruro *aei* cum latera *ae* & *ai* sint æqualia, si recta sit *ao* erit inæqualis utrique: secus angulus *aoe* esset æqualis angulo ad *e*, & propterea angulo ad *i*, quo tamen per 16 p 1 est major. Hinc etiam deducuntur.



Angulus æquilateri defectus è recto & bisectus trisecat rectum. Et *Si perpendicularis in æquilatero est à vertice, desecat triangulum variũ uno angulo recto, altero besse, reliquo triente recti.* Reg. 24 p 1. Itẽ *Si basis recti est dupla cruris, angulus utriusque est duplus acuti reliqui.* Ut in a e i triangulo est basis a e dupla cruris e i, dico angulum ad e duplum anguli ad a. Nam si e i continuetur æqualiter sibi ipsi & connectatur *ao*, triangula *aei* & *aeo* per 2 e 7 erunt æquilatera, & triangulum *aeo* per se æquilaterum & per antecedentem angulus ad e erit duplus anguli ad *a*. Sed tamen lubet in 32 p 1 paulo attentius commorari de tribus æquantibus duos rectos. Hanc enim propositionem Aristoteles in ore semper habet, & videtur hoc præcipue exemplo commotus posterioris analyseos artem commentus esse ad demonstrandum affectionem propriam (ut hominis est facultas risus) de suo subjecto per caussam propriam. At interiores angulos duobus rectis æquari non est proprium trianguli. Neque ab Aristotele per caussam propriam concluditur. Etenim ut prius illud priore loco differatur, figura non trilatera sic institui potest, cujus interiores anguli duabus rectis æquentur, ut hic detractis rectis cernitur, quod antea patuit ad 8 e 3. Proclus hic videtur propriam affectionem tueri, quia talis figura non sit rectilinea. Sed tamen rectilinea etiam potest æquare interiores duobus rectis. Sic quinquangulum è continuatis ordinati quinquanguli lateribus factum æquat quinque interiores angulos duobus rectis, ut hic. Nam dum



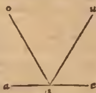




consi-

consideras triangulum *cyo* exterior angulus *ays* æquatur interioribus ad o & *e*, item dum consideras triangulum *ius* exterior *asy* æquatur interioribus ad i & *u*, & de quinque interioribus *yas* æquatur sibiipsi. Quare cũ quinque interiores æquentur tribus æquantibus duos rectos, ipsi quoque æquabuntur duobus rectis. Si respondeatur, hic duos vel quinque interiores non tres ęquari, objicies majus & fortius argumentum, nempe in triangulo sphærico non solum id proprium non esse, sed plane esse falsum. Nam tres interiores anguli in sphærico sunt majores duobus rectis: ut Reg. 49 p 3 docet, imo in sphærico anguli recti tres esse possunt. Quod si dicatur Aristotelem sentire de triangulo rectilineo, attamen ne sic quidem affectio hæc propria trianguli fuerit. Nam si duæ rectæ ad idem punctum in tertiã coinsistant, facient tres angulos æquales duobus rectis, ut hic in rectam *a e* coincidentes *o i* & *u i*: ubi tamẽ nullũ est triangulum: & hinc æqualitas in triangulum traducitur per alternos in parallelis angulos. Quare habere tres angulos duobus rectis æquales non est proprium trianguli, cum æqualitas ista in coinsistentibus in tertiã sine triangulo reperiatur: imo inde ad triangulum deducatur: Tum verò ut superiora illa nihil essent, attamen ęquare tres angulos duobus rectis non ita proprium trianguli fuerit, ut hominis γελαστικὸν? Nam γελαστικὸν ipsum & similia considerantur in subjecto solo nec usquam cõparato, & in eo sic actu inest: at æqualitas trium cũ duobus rectis nõ est actu in uno triangulo solitario, neque duo recti in uno triangulo possunt esse: idque merito in metaphysicis inter geometricas potentias connumeratur 9 c 9 l. Sed inest affectio per cõparationem externorum, ut omnis æqualitas non huic vel illi parti solitariæ & simplici, sed simul ambabus comparatis partibus. Quare tres æquari duobus non est affectio propria trianguli, ut hominis est potestas risus: falsumque exemplum Aristoteles sibi proposuit, & hic primũ de duobus est elenchus: Tum verò si maxime verũ, maximeque propriũ esset trianguli rectilinei tres interiores æquare duobus rectis, tamen demonstrationem affectionis proprię de subjecto per caussam propriam nullam philosophus in hoc exemplo reperiret: Caussa enim triangularis hujus affectionis nulla huc propria adfertur: sed cõparatio æqualium è generali & multorum præterea subjectorũ cõmuni principio, id est è 13 & 29 p 1: Neque in hoc argumento caussa ulla est, neque efficiens, neque materia, neque forma, neque finis, sed cõparatio parium: ut Aristoteles 9 metaphysico & Euclides 32 p 1 demonstravit. Quare legitima occasio Aristoteli hinc esse nulla potuit demonstrationis cõminiscendæ, qua propria affectio de subjecto per caussam propriam syllogismo concluderetur, neque ex ullo universæ matheseos, imo cujusquam disciplinæ elemento esse potuit: Nullum enim est usquã in totis disciplinis exemplum tam monstrosi cõmenti: imo propria affectio (ut in homine





potentia risus) per se nulla alia intercedente caussa inest, ut horribile sit cogitare tanto philosopho in mentem venisse artis permagnæ speciem prodere, cujus exemplum nullum unquam ipse neque animadvertisset, neque per naturā posset animadvertere: & miserabile maxime, maximeque miserandum sit innumerabilia tot sæculis ingenia fuco aristotelei nominis tam turpiter decepta esse. Ingenium igitur Aristotelis hic laudamus, quod elementi hujus geometriam tantopere celebrarit: quod autem exemplum commentitiæ demonstrationis hinc arripuerit, suaque & consequentia posteritatis tempora tam portentosa cacotechnia deceperit, laudare non possumus.

33 Eadem parte accurate dixit. Nam dimetientes duæ possunt diversis partibus æquales simul & parallelas conjungere, neque tamen parallelæ erunt, ut hic vides. Demonstratio autem fit per 29.4. & 27: at proprietas hic est protinus ex ipsa parallelarum definitione: connectentes enim ideo sunt æquales, quia sunt distantiæ æqualium parallelarum, & parallelæ vicissim sunt, quia parallelis æqualibus distant, atque ex hac materia definiendum & fabricandum parallelogrammum fuerat, & certe ab Euclide vel Theone ipso definitio parallelogrammi hinc assumitur ad 34.35.36. & deinceps ad 4 & 9 p 6: Parallelogrammum nempe esse quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ut testimonio Euclidis vel Theonis pateat hic materiam esse postulati, non propositionis demonstrabilis. Itaque ista propositio in principiis nobis erit. Proclus initio quarti sui libri, & ad hanc propositionem hæsitans in parallelogrammi definitione, ait in hac propositione tradi γένεσιν parallelogrammi, ideoque propositionem hanc esse μεθόριον confinium parallelarum & parallelogrammorum, & tanquam constituto & definito parallelogrammo Euclidem protinus ad parallelogrammi proprietatem accedere.



34 Propositionis hujus prima pars de laterum æqualitate jam præsumpta est in 33 p 1, & hic inani tautologia videtur iterari, & parallelogrammi definitio è superiore propositione assumitur. Verumtamen mirum hic est è principio indemonstrabili, ut in proximo propositionem demonstrabilem fieri, Zenonique epicureo manifestam palmam præberi. Dicat enim Euclides quid sit parallelogrammū, quomodo dixit initio quid essent parallelogrammi species quadratum, oblongum, rhombus, rhomboides.

Parallelogrammum est quadrilaterum lateribus oppositis parallelum, ideoque ex opposito æquilaterum & æquiangulum & dimetiente sectum bifariam.

Ista enim æqualitas laterum & angulorum oppositorum principii materies Euclidi fuit in specialibus definitionibus quadrati oblongi, rhombi, rhomboidis. Ecquid igitur (inquam) utrum speciales definitiones in principiis erunt, generalis non erit? Deinde circulum dimetiente bifariam secari, principium antea Euclidi fuit, parallelogrammum dimetiente bifariam secari principium non erit? imo principium erit, sed altioris & magis communis lo-

nis loci. Est enim commune cum triangulo, cum parallelogrammo, cum ellipsi, secuti bifariam dimetiente: neque tamen diametri perpetuo bisecantur radiis æqualibus, ut dicemus ad 1 p 6. Itaque principium hic tanto antiquius fuerit, quanto parallelogrammum est antiquius circulo, planarum quippe figurarum ultima. Diameter autem proprie dicitur in circulo. Diagonius in parallelogrammo, ut axis in sphæra, ut antea jam dictum est. Quamobrem definitionis principium nobis in 33 & 34 p esto, ut antea jam fuit in axiomate æqualium angulorum ad 23 p, neq; committamus ut in laqueos Zenonis induamur. Sex proximæ propositiones ex unico elemento quod est 12 e 4 nostræ geometriæ consectaria sunt.

35 In iisdem autem parallelis esse, & quod sexto libro dicetur, esse in eadem altitudine, idem est: altitudo enim figuræ est perpendiculum á vertice ad basim. At Posidonius, ut antea dictum est, parallelas æqualitate intermediorum perpendiculorum definiebat, & æqualitas angulorum sectis á recta parallelis é rectis perpendiculi angulis oriebatur. Euclides tamen in sex proximis propositionibus parallelas easdem, & parallelas æqualis intervalli, idest eandē & æqualem altitudinem non accipit pro eodem: sicuti neque eandem & æqualem basim, diversas enim propositiones hic instituit: Deniq; jam Euclidis judicio, quæ sunt in eisdem parallelis, sunt æquealta, nō contra: cum æquealta quædam sint in diversis parallelis. Atque hic sophisticus sermo faciat quamvis inæqualia parallelogramma, attamē æqualia, ut hic vides: fac enim basim communē mediam lineam, tam parallelogramma erunt in iisdem parallelis, quamvis minime sint æquealta. Tollatur igitur elenchus de quo moniti sumus ab Ioāne Gosselino, regiæ bibliothecæ apud Bellaquenm fontem præfecto. Demonstratio Euclidis apud Proclum in prima specie fit per 6 axioma. Veruntamen habet ista parallelogrammorum æqualitas admirabilem caussam, quæ nequaquam illo comparationis argumento, quo Euclides & Theon usi sunt ostenditur. Nam cum latitudo & longitudo sint æquales, æquales planos numeros hinc effici necesse est. Id in magnitudine secus est: Admirabilis antea fuit duarum linearum perpetua inclinatio, impossibilis tamen conjunctio, admirabilis modo est inæqualitas parallelogrammorum, ex æquali tamen longitudine, & latitudine descriptorum. Caussa vero est é lateribus & angulis rectis. Et enim (ait Proclus) angulorum rectitudo, & laterum æqualitas totum potest ad earū amplificationem vel imminutionem: nec æqualitas angulorum omnium cum omnibus ista caussa est. Omnes enim parallelogrammorum quatuor interiores, sunt æquales quatuor rectis, ideoque quaterni semper æquales: Rectitudo (inquam) angulorum cum laterum æqualitate id efficit. Ergo parallelogramma in eadem basi, & iisdem parallelis sunt æqualia, licet latera valde sint inæqualia. Demonstratio autem Euclidis triangulis duplicatis eadem conveniet, si quis curiosus generali caussa (quam sequimur) contentus non erit.



36 *Parallelogramma in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt*: quia eidem tertio parallelogrammo æqualia sunt. Hic vero Theon assumit 33 p 1 pro definitione parallelogrammi, tertiũ assumptum habet opposita latera æqualia & parallela: Ergo (ait) est parallelogrammum, & id antea monueram. Hinc vero etiam datur triangulum æquale triangulo in dato angulo.

37 *Triangula in eadem basi & in iisdem parallelis æqualia sunt inter se*: quia dimidia sunt æqualium parallelogrammorum.

38 *Triangula in æqualibus basibus, & in iisdem parallelis æqualia inter se sunt.* Eadẽ ratio. Hic igitur Theon é ratione parallelogrammorum deducit rationem triangulorum. Contra autem rursus 1 p 6 ratio parallelogrammorum deducetur é ratione triangulorum. Tam varia igitur & tam inconstans est in isto genere Euclidis vel Theonis apodictica, in qua etiam subtilitas inanis nescio quæ hic, multiplicata est de basi eadem & æquali: tanquam æqualitas & identitas aliam quãdam geometriam isto loco requirerent. Quamobrem varietas & inconstantia tanto argumento nobis fuit ad certiorem aliquam & constantiorem logicam in geometria requirendum. Etenim cum triangulum natura sit prius parallelogrammo, quæ triangulis conveniunt & parallelogrammis ante docenda sunt in doctrina communi & triangulorum & parallelogrammorum, ut postea cuiq; speciei accommodentur. Quare totam istam triangulorum rationẽ in genere præponere λογικώτερον fuerit, unde transferatur ad species inde ortas.

39 *Aequalia triangula in eadem basi & eadem parte, & in iisdem parallelis sunt.* Secus parallela intra verticem alterius aut extra caderet, totumque faceret æquale parti.

40 *Aequalia triangula in æqualibus basibus & eadem parte in eisdem parallelis sunt.* Eadem est demonstratio.

Convertit igitur Euclides in his duabus propositionibus duas proximẽ superiores, & addidit eadem parte, essent enim in parallelis & æquealta æqualia, & in eadem vel æquali basi, sed non in iisdem parallelis, neque in eadem altitudine quamvis essent in æquali. Particula tamen hæc, eadem parte inepta est, ut enim vera est propositio, Triangula æquealta, & in æquali basi sunt æqualia: sic conversio est vera: Triangula æqualia & in eadem basi sunt æque alta. Et idem impossibile huc redit, quod fuit 39 & 40 p 1. Nam si alterum esset altius, amputaretur ex eo æque altum, quod æquale esset per 37 aut 38 p 1, at totũ parti etiam ex hypothesi æquaretur. Quare particula eadem parte, inepta est, etiam de parallelogrammis Euclides similes conversiones facere, & quidem potius debebat. Nam propositiones de triangulis hic tantum factæ sunt é consequentia parallelogrammorum, quorum dimidia sunt triangula.

41 *Si parallelogrammum cum triangulo et basim habeat eandem, & in iisdem parallelis sit, duplum erit parallelogrammũ trianguli.* Poterat hic Euclides de æqualibus basibus idem dicere, & utrumque demonstrare eodem argumento, quo prius. Consectaria ante sunt 41 & 42 é parallelogrammi definitione, ut ad 6 e 10 patet.

42 *Dato triangulo æquale parallelogrammum constituere in dato rectilineo angulo.* Demonstratio inde est Euclidi. At consectarium est, ut dixi.

43 *Omnis parallelogrammi circa diametrum parallelogrammorum complementa æqualia inter ſe ſunt.*

Diagonalia & complementa quid ſint, docuimus 10 e 10 geometriæ. Diameter hic pro diagonio ſumitur. Quod vero & generaliter hic inſtituēdum fuerat, Omne parallelogrammum æquari quatuor parallelogrammis duobus diagonalibus & duobus complementis, id poſtea 4 p 2 Euclides ſpecialiter propoſuit de quadrato, ut tum etiam admonebimus.

44 *Ad datam rectam dato triangulo æquale parallelogrammum comparare, in dato angulo rectilineo.* 44 & 45 ſunt conſectaria é 43, ut patet ad 10 e 10: 44 p antiquum inventum eſt, & pythagoreæ muſæ proprium, in quo Proclus expoſuit accurate quid eſſet παραβάλλειν comparare. Cum datum ſpatium toti datæ rectæ applicatur, tum ſpatium illud dicitur comparari, at ſi ſpatium data recta majus ſit, tum dicitur ὑπερβάλλειν excedere. Si minus ſit ἐλλείπειν deficere dicitur. Sic veteribus παραβολὴ, ὑπερβολὴ, ἔλλειψις, nomina planorum erant datæ rectæ æqualiter vel inæqualiter applicatorum & comparatorū, ut hic Euclides & in ſexto libro ad 27, 28, 29 p, quæ recentioribus facta ſunt nomina linearum conicarum. Quærit hic Proclus, cur Euclides utatur problematis in ratione parallelogrammi cum triangulo, qui ſit uſus theorematis in ratione trianguli cum triangulo, reſpondet ſpeciei cum ſpecie æqualitatem eſſe promptam & facilē & ſola cogitatione contentam: diſsimilis autem ſpeciei æqualitatem machinalem eſſe & inventu difficilem. At (inquam) parallelogrammum triangulo æquatum eſt in eadem baſi & in iiſdem parallelis ſolo theoremate, & totum problematis ac theorematis diſcrimen nullum ſit, ſi verbis aptis proprietas problematum tota eſſet expreſſa, totumque ideo illud genus differentiæ in mathematicas artes temere & ſophiſtice inductum eſſe tertio libro ſcholarum mathematicarum docuimus.

45 *Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato rectilineo anguli.* Proclus ait hoc problema ſuperioribus proximis duobus eſſe καθολικώτερον, quia complementis utitur, neq; triangulo tantum, ſed cuilibet rectilineo parallelogrammum æquat, at conſectarium ſpeciale potius eſt ex utroque. Nec rectilineo ſimpliciter parallelogrammum hic æquatur, ſed triangulis rectilineum componentibus. Nec aliud hic proponitur quam quod 44 p 1, niſi quod illic recta datur quæ hic libera eſt. Specialis eſt ad iſtam ultima propoſitio ſecundi. Hæc enim æquat parallelogrammum rectilineo, illa quadratū parallelogrammi ſpeciem. Eſt autem hæc una propoſitio pro trapeziis & multilateris omnibus: nec enim dimetiendis hiſce figuris alia eſt in elementis geometria, præter iſtam rectilinei ad parallelogrammum reductionem: Tum enim ſi parallelogrammum rectangulum ſit, multiplicatio longitudinis per latitudinem aream metietur. Itaque angulus hic datus aſſumendus eſt rectus ut dimenſionis geometria procedat. Proclus putat mathematicos iſta propoſitione excitatos ad inquirendam quadraturam circuli: quia parallelogrammo æquaretur rectilineum, cui circulus adeo finitimus ſit. Archimedi autem viſus eſt circulus æqualis triangulo rectan-

gulo,

gulo, cujus unum recti anguli latus sit æquale radio, basis perimetro. Sed de hoc aliás.

46 *E data recta quadratum describere.*

Subtilior est hic Proclus in differentia constitutionis, & descriptionis, tanquam ista vocabula ideo distinxerit Euclides, quod constitutio fiat ex multis, ut trianguli, ut anguli, descriptio ex uno, ut circuli, ut quadrati. At ἀναγράψαι describere etiam sexto libro dicit Euclides rectilineum quodcumque, nec istam differentiam hic spectavit. Sed enim (ait hic etiam Proclus) duas figuras ex omni genere rectilinearum Euclides præstantissimas suis problematis præcipue instituit, triangulum æquilaterum prima propositione, modo quadratum, quia ex æqui lateris triangulis constant icosaedrum, octaedrum, pyramis, é quadratis cubus. Verum de æquilatero jam dictum est, ut ejus constitutio generali trianguli constitutione contineatur, & sicuti parallelogrammi constitutio quamvis pernecessaria, tamen præcipuo problemate ab Euclide non exponitur, sed é 31 & 33 deducitur, sic é ductu perpendiculi & parallelæ descriptio quadrati percipitur, nec aliud hic Theon adhibuit. Atque uti ductio, continuatio, descriptio peripheriæ, uti cõstitutio trianguli, rectanguli, obtusanguli, acutanguli, parallelogrammi, oblongi, rhombi, rhomboidis, trapezii cæterarumque figurarum principii loco sumitur, non demonstratur: sic cum definitum esset quadratum, parallelogrammum æquilaterum & rectangulum, protinus intelligeretur é perpendiculis & parallelis æqualibus constituendum. Quare problemate præcipue nihil hic opus est, & nos consectarium fecimus.

47 *In rectangulis triangulis quadratum lateris rectum angulum subtendentis æquale est quadratis laterum rectum angulum comprehendentium.*

Pluraliter propositio loquitur, singulariter tamen est intelligenda, qualis Grammatica fuit ad 5 p 1. Tertium vero hic est Pythagoreum inventum, primum si quidem fuit, tres angulos interiores duobus rectis æquari, secundum parabolæ parallelogrammi ad datam rectam, tertium hoc denique, in quo postremo præcipue celebrandus est Pythagoras (ait Proclus) sed multo magis Euclides, quia non solum perspicue pythagoreum theorema demonstrarit, sed quia καθολικώτερον 31 p 6 docuerit, quo demonstratur æqualitas cujuscumque figuræ, é basi cum figuris laterum, & demonstratur per caussam, quæ nulla hic est. Denique pleraque (ait Proclus) in sexto universalia esse, quæ primo in libro specialiter ostenduntur, quod & verum & vere dictum, & tautologia hic erit propositionis decimæ quintæ: Quatuordecim enim antea speciales animadversæ sunt. Et Proclus idem similiter hic Euclidem, atque antea excusat, & laudat, quod sine proportionum doctrina præcipi de iis non poterat, quæ sunt in sexto libro: proportiones autẽ doceri 5 libro. Hæc excusatio est Euclidis á Proclo. At (inquam Procle diligentissime) doctrina rationum & proportionum, quæ est 5. lib. totam Geometriæ doctrinam præcedere & poterat & debebat. Est enim omnino aut logica aut arithmetica, ideoque natura prior quàm Geometria, & ut totas Euclidis

clidis demonstrationes in quinto libro consideres, nullum elementorum præcedentium proferri ab Euclide deprehendes, & Euclides ipse 3 lib. etiam rationem & proportionem circulorum tradidit, nondum tamen tradita quinti libri doctrina. Quare Procli excusatio ab Euclide ipso refellitur. Laudat igitur Proclus Euclidem quidem vera laude, quod magis universalia præsentibus theorematis habeat, sed non vera laude laudat, quod universalia postponat, quæ methodi judicio præcedere debuerant, ut inde specialium theorematum causæ, principiaque perciperentur.

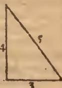
Itaque

Si duo triangula rectangula sunt in eadem basi anguli recti, bina crura idem poterunt. Ut hic. Et

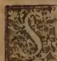


Si basis trianguli rectanguli subtendit acutum angulum, minus potest cruribus duplici quadrato cruris minoris. Ut hic quadratum de 3. Campanus hic addit duorum quadratorũ alteri gnomonem circumponere reliquo æqualem.

48 *Si trianguli ab uno latere quadratum æquale sit reliquorum trianguli laterum quadratis, comprehensus angulus à reliquis trianguli lateribus rectus est,* Conversa est superioris theorematis, & probatur præcipue per proximam & per octavam, cum tamẽ conversæ probari soleant per impossibile ut 6. 14. 19. 26. 39. 40 p. Attamen hæc etiam conversa in generali quoque comprehenditur, ut nos 5 e 8 l docuimus.



P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 10. IN 2 LIB. *elementorum.*



Sed hactenus primus liber doctrinam habuit de lineis, triangulis parallelogrammis, valde obscuram & veræ logicæ valde contrariã, non solum quia multas definitiones partitionesq; omittit, sed quia pleraque generalia specialiter instituit, ut in linea recta parallelismum qui est omnis lineæ communis, ut in angulo plano rectum, obtusum, acutum, quæ sunt omnis anguli communia. Pari vitio propositiones undecim 1. 16. 17. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 47. 48. speciales generalibus suis præpositæ sunt, item quæ cõsectaria essent, tanquã principales demõstratæ, 41. 42. 44. 45. septima prorsus inanis est, cum sit eadẽ cum octava. Linearũ parallelarum proprietates confusæ sunt: toto denique libro de lineis & triangulis hysterologia multa est. Ita exposita est doctrina linearum superficiei trilateræ in ratione trianguli, tum quadrilateræ in parallelogrammorum ratione, & tandem etiam quadratorum. Secundus liber comparat deinde parallelogrammum rectangulum cum rectangulo propositione prima: quadratum cum rectangulo & qua-

drato 4 & 12: cum quadrato 9 & 10. oblongum cum rectangulo & quadrato 3: cum quadrato 11.14.2.5.6.7.13.8. Totus enim liber sic est in cõparatione æqualitatis. De doctrina autem decem primarum propositionum Proclus superiore libro sententiam suam exposuit, sectiones decẽ primarum propositionum communes esse arithmeticæ & geometriæ, symmetriam quidem arithmeticæ esse propriam, ab eaque ad Geometriam specie & ratione pervenire, quod est verum: figuram veró propriam esse Geometriæ, ab eaq; ad Arithmeticam κατὰ ἀναλογίαν καὶ αἰτίαν succedere, qua de re diximus ad 9 e 4 l. Numeros figuratos interpretes esse quarundam in figuris affectionum, nõ omnium: & arithmeticam talem esse non simpliciter arithmeticam, sed arithmeticam geometricam. Definitiones duæ sunt secundo libro, eas videamus.

1 περιέχεσθαι καὶ περιοχὴ comprehendi & comprehensio nomina sunt figuræ geometricæ, ut primo libro satis est intellectum. Illic tamen paulo secus 20.21.22.25 usurpatur illud verbum. Comprehensio enim geometrica in rectangulis arithmeticæ multiplicationis similis est, & sic fieri numerus é numeris inter se multiplicatis dicitur quo rectangulum é duabus rectis comprehendi. Itaque & numerus rectanguli hic est interpres, & planus pro rectangulo appellatur postea ab Euclide in libris arithmeticis. Definitio autem rectanguli non satis accurata est. Nam rectangulum definiendum erat parallelogrammum, quod rectos angulos habet. Atqui definitio ista docet non quid sit, sed quomodo fiat, nempe rectæ lineæ ductu in lineam, sicuti fluxu puncti antea recta & peripheria facta est. Definitio tamen recté & ordine ab Euclide isto loco adhibita, multoque melius de cæteris illis antea definitionibus fecisset Euclides, si suo quamque generi præposuisset. Mirum autem est hic rectanguli fabricam postulari ab Euclide, cum antea fabrica parallelogrammi & quadrati demonstrata sit.

2 Definivit Euclides parallelogrammum rectangulum, non definivit gnomonem rectangulum, sed qualiscumque parallelogrammi, ideoque gnomonis definitio, protinus post parallelogrammi proprietatem illam, quæ 43 p 1 continetur, collocanda fuit, ubi parallelogramma & ad diametrum & eorum complementa proponuntur. Gnomo autem rectangulus secundo libro adhibetur in demonstrationibus. Gnomo obliquangulus etiam erit 27.28. 29 p 6. Itaque generaliter definiri potuit. fuit etiam veteribus mathematicis gnomon in numeris usitatus, quidnam autem esset Grammaticus, 3 Aristotelis physico definit é tribus quartis unius quadrati numeri. Geometricum vero gnomonem ex isto geometriæ loco definit. Sed gnomo etiã trianguli dici possit, præsertim rectanguli, cujus duo crura angulum rectum comprehendentia proprie gnomam seu gnomonem faciunt: sed alius tum sensus fuerit. Propositiones sequuntur.

1 Propositiones primæ decem habent materiam problematicam de sectionibus linearum, & tamẽ theorematice propositam, ut monui tertio libro. Sed quatuor ex iis primæ Geometriam demonstrationum prorsus admirabilem habẽt ad res per se claras & manifestas explicandũ. Prima propositio generalem rectangulorum inter se comparationem habet ex illo principio logico inde manifestam,

nifestam, quod totū suis partibus sit æquale, quo è principio præcipuè demonstrandæ fuerant quatuor propositiones primæ: Si quid tamen præter numeros demonstrationis requirerent. In prima vero propositione Theon mirificus est demonstrator: tanquam enim problema positum esset ad constituendum figuram, & constitutam demonstrandum: ita hic & perpendiculis & parallelis figuram constituit, & constitutam talem esse demonstrat. At ô Theon eruditissime, quid agis? Theorema tibi (ut existimas) propositum est de figurarū positarum & concessarum æqualitate, quomodo definitum est à Proclo theorema antea, quomodo toto libro superiore theorematum figuræ postulantur & conceduntur, at de æqualitate ista nihil respondes, neque demonstrationem ullam commentaris, quamobrem proposita rectangulorū æqualitas vera sit: nec aliud porro hic allegari poterat, quam totū æquari partibus, aut convenire, ideoq; æquari. Deinde cur non primo rectangulum ex integris rectis propositis conficitur? cur non proximè rectangula ex insecta, & alterius segmentis conficiuntur? an datæ ipsæ non poterant ad angulum rectum constitui? Credo, translatio linearum erat mathematicis indigna: At Euclidi ista ἰσάριθμον principiū fuit 4, 8, p 1. Sed illud videlicet erat, nulla demōstratio fuisset: Res enim per se clarissima erat ex illo principio, Totum partibus æquari, aut convenire. Itaq; ex aliis lineis figura fuit instituēda, quæ probaretur æqualis propositæ. Quare quisquis γεγχαόντως demonstrationes has primus cōmentus est, nō animadvertit quod erat in quæstione positum, Aristotelisq; Lycophronem illum imitatus est, cui cum propositum esset ex arte lyram commendare, in res alienas abiit.

2 In hac propositione & sequentibus (utlibet) significat æqualiter vel inæqualiter: & duas partes Euclides intelligit, quamvis de pluribus segmentis propositio possit accipi. Propositio prima rationem communem habet omniū rectangulorum. Deinceps specialis erit ratio de quadratis & oblongis. Itaq; quadrati & definitio & proprietas & inventio huc interveniebat, de quibus in arithmeticis libris Euclides: Et tamen Euclides in hac propositione, ut in sequentibus, generali rectanguli nomine abutitur pro speciali oblongi, speciale quadrati nomen expressit, quoties res tulit, oblongi nusquam nisi in definitione. Quare si res suo nomine dicatur, propositio sic erit.

Si recta linea secta sit utlibet, oblonga totius & segmentorum æqualia sunt totius quadrato.

Et hæc propositio propositiones 14. 4. 12. 9. 10 sequi debebit, quia illæ comparationes altiores habent quadrati cum rectangulo, vel quadrato. Theonis logica hic similis est superiorum: demōstrat enim figuras rectangulorum, quæ ex ipsa theorematis cōmuni lege postulabantur, & assumebantur: æqualitatem rectangulorum, quæ sola demonstrāda proponebatur, omittit. Sed in hac propositione Theonis etiā logica insignior est, quod consectarium hic est, & enthymema è superiore. Propositio enim est syllogismi. Rectangulū è duabus rectis, & rectangula ex altera insecta, & alterius segmentis sunt æqualia, at hic quadratum ut oblonga sunt illa rectangula, sunt igitur æqualia. Hic syllogismus propositionem habet è 1 p 2, conclusionem è 2 p 2: hic si ullam syllogismi speciem Theon attendisset, perfecto enthymemate perfectum quoq; demonstrationis judicium

attendisset, nec aliam demonstrationem exquisisset. At tanquam syllogismi judicium inconstās aut infirmum sit, fabricas figurarum machinatur: de quibus tamen quæstio nulla est, aut æqualitatem istam judicatam syllogismo & conclusam, veluti neque judicatam, neque conclusam demonstret. Atque illa est Theonis vel Euclidis logica, de qua tertio libro dictum est. Posito æqualium angulorum axiomate indicavimus quæ assumptiones é propositionibus Euclidis concluderentur. At illorum in Euclide syllogismorum fundamentum tam manifestum non erat. Hic vero nominatim collocata est in prima propositione, prima syllogismi pars, unde secunda assumitur, & concluditur. Quinetiam ut consectarium illud non cogitetur, attamen æqualitas é cōvenientia rem manifestam faciet. Quare qui Theonis istas demonstrationes expendere volet, Theonem in logica non satis versatum & exercitatum judicabit.

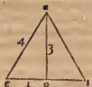
3 Etiam ista propositio rectanguli nomine primo loco proponit, quod debebat oblongi nomine dicere, sic nempe.

Oblongum é tota recta & altero ipsius segmento æquatur rectangulo utriusq; segmenti, & prædicti quadrato. Ac tum (ut antea monui) hysterologia percipietur, hic enim oblongum cum genere comparatur. Theon etiam hic quæstionem oblitus nihil de proposita rectangulorum æqualitate cogitat, perpendiculis & parallelis figuras constituit, & constitutas demonstrat. Nec enthymemati é propositione & complexione cōstituto addit assumptionem, ut syllogismi judicium compleat, sed syllogismi nihil omnino cogitat, cōpleatur igitur enthymema & judicetur. Rectangulum é duabus rectis & rectangula ex altera insecta & alterius segmentis sunt æqualia. Sed oblongum é tota & uno ipsius segmento est rectangulum ex duabus rectis, & rectangulum segmentorum, quadratumq; prædicti segmenti sunt rectangula ex altera insecta & alterius segmētis. Quare oblongum é tota & uno ipsius segmento, rectangulumque segmentorum & quadratum prædicti segmenti sunt æqualia. Hūc syllogismum & hujus enthymematis absolutū judicium si considerasset Theon, alio genere demonstrationis supersedisset. Argumentum ex illo totius & partium principio vidisset, & argumētationem assumptione addita complevisset. Quamobrem & hæc altera Theonis demonstratio rem agit non solum á proposita æqualitatis quæstione alienam: sed syllogismo id est primo humani judicii fundamento repugnantem atq; contrariam. Atque hic etiam convenientia absque consectario illo satis esse poterat.

4 *Si recta linea secta sit ut libet, totius quadratum æquale erit segmentorum quadratis & dupli ci segmentorum rectangulo.* Hæc propositio comparat speciem cum genere & ipsamet specie. Itaque præcedere debuit 2 & 3. Theon veró etiam figuras fabricatur, & eas demonstrat, tacet de positæ æqualitatis quæstione: At hic etiam consectarium est é 43 p 1, quæ generalis ad istam fuerit. Parallelogrammum si quidem æquatur quatuor ejusmodi particularibus parallelogrammis, & diagonalia quadrati totius esse quadrata 24 p 6 demonstrat, quæ hanc præcedere debuit, generalis quippe de parallelogrammo, ut nobis item præcedit. Hinc sequitur

rectam

rectam posse quadruplum sui dimidii, unde & Camp. 11. 12. 13 p 14. Latus trianguli æquilateri potest sesquitertiam perpendicularis á vertice. Nam basis (ut hic *a o*) bisecat basim per 26 p 1. & cum *o e* (cujus *a e* potest quadruplum) potest æquale ipsi *a e* per 47 p 1. Itaque sublato *e o* quadratum *a e* erit ad quadratum *a o*, ut sit 4 ad 3.



5 *Rectangulum hic etiam pro oblongo.* Theon vero hic desiit fabricā figurarū demonstrare. Demōstrat enim quæstionis æqualitatē. Demonstratio aūt prompta fit ex 8 ax. qua parte conveniunt, & per 35 p 1, cum reliqua sint parallelogrāma æquealta, latera enim quadrati diagonalis sunt altitudines, & bases sunt æquales eidem. 6. 7. 8 p 2. congruentia item cōtentæ fuerint. Nam parte conveniunt, & reliqua parallelogrāma æqualia per 36 & 43 p 1. Octavam aūt nonam & decimam omisimus, quia nullus earum solidus fructus nobis notus esset, si quis notaverit admoneto.

11 *Datam rectam secare, ut totius & segmenti rectangulū æquale sit reliqui segmenti quadrato.* Quæstio autem hæc rectanguli nomine abutitur pro oblongo. Est autem usus sectionis hujus magnus, ut constabit é 10 p 4, & apud Ptolemæum 1 lib. cap 9. sed præcipue in totis mysteriis corporum ordinatorum quæ imprimis sectione ista proportionali continētur. Denique Christianis quibusdam divina quædam proportio hic animadversa est, ut inde una trinitas, & unitas trina conciperetur, quæ tota sit in toto, & in parte qualibet, totum in magno, totum in parvo, principium unicum pulcherrimum ac beatissimum.

12 & 13 Loquuntur pluraliter quod de unò singulari triangulo sit intelligendum, ut 5 & 47 p 1 loquebantur.

14 Conversa ejus quædam est in corporum ordinatorum inscriptionibus. *Si recta perpendicularis diametro est proportionalis inter ejus segmenta, terminatur in peripheria.* At ista perpendicularis est media proportionalis quæ docetur 13 p 6, quæq; ad hanc generalis est. Quamobrem é quatuordecim propositionibus secundi libri, prima continet rationem rectangulorum decimaquarta, quarta, & duodecima, quadrati cum rectangulo & quadrato, nona & decima, quadrati cum quadrato: undecima secunda, tertia quinta, sexta septima, decima tertia, octava oblōgi cū quadrato: quę nec speciatim distinctę sunt, nec idoneo ordine dispositę.

P. RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. 11. IN *tertium elementorum.*

DEFINITIONES.



Decem definitiones circularis geometriæ suo subjecto generi præponuntur, paulo diligentiore logica quam præpositæ sunt primo libro. Rectius tamen erat suæ quamque speciei præponi.

1 *Aequales circuli sunt, quorum diametri sunt æquales, aut quorū quæ ex centris æquales sunt.* Quæ ex centris, periphrasis est radii. Est autē æqua-

libus circulis insitum, ut æqualem & radium & diametrum habeant, imo verò æqualia radiorum & diametrorum quadrata, quod etiam 2 p 12 propositum est: æqualitas item eadem è peripheriis sumi potest, æquales esse circulos quorum peripheriæ sunt æquales, quod in aliis figuris rectilineis falsum est: nec enim rectilinea sunt æqualia quorum perimetri sunt æquales. Contrà circulorũ inæqualitas percipitur, quorum nempe vel radii, vel diametri, vel peripheriæ sunt inæquales, vel á radiis & diametris inæqualia quadrata, æquales autem circuli definiuntur, non definiuntur similes, quia omnes omnibus similes sunt. Contrà autem paulo pòst definientur similes sectiones, non definientur æquales. Et tamen æqualitas communis est sphæræ. Itaque in rotunda figura communiter adhibuimus, neque verò definitio hic est, sed proprietatis expositio.

2 *Recta circulum tangere dicitur, quæ tangens circulum, & producta non secat circulum.*

3 *Circuli tangere sese dicuntur, qui tangentes sese, non secant sese.* Hæ duæ definitiones specialiter definiunt vim verbi quam sequuturus est Euclides in hoc libro & quarto. Tactus autem videtur hic effici proprius peripheriæ, quæ tangitur á recta vel á peripheria: circulum enim geometra in his definitionibus, ut sæpe postea, usurpat pro peripheria.

4 *In circulo æqualiter distare á centro rectæ dicuntur, quando á centro ad ipsas perpendiculares actæ æquales sunt: magis autem distare dicitur, in quam major perpendicularis cadit.* Euclides vocat hic lineas in circulo, quas appellat quarto libro ἐναρμοζομένας congruentes, quas Ptolemæus vocat inscriptas: & ita intelligendam Euclidis definitionẽ, docebit hac de re propositio decima quarta hujus libri. Recta igitur inscripta triangulo sic diceretur recta in triangulo, quomodo & nos in geometria loquimur. Neque hic magis definitio est, quam primo elemento fuit, sed proprietas perpendiculi altitudinem constituentis.

5 *Sectio circuli est comprehensa figura & á recta & á circuli peripheria.* Hæc definitio sine caussa primo libro adhibita est, ut circuli & semicirculi, quia totis superioribus libris nullus circuli, nullus sectionis circularis usus fuit, sed tantum peripheriæ & radii. Hæc autem definitio non generaliter quamlibet circuli partem, sed specialiter eam partem, quæ duabus lineis comprehenditur, recta & peripheria, & recta mox 7 d 3 dicetur basis sectionis, ut 23.24 p 3. Atque ut circulus in genere obliquilineorũ prima figura est unius lateris, sic sectio est bilatera & biangula.

6 *Sectionis angulus est qui comprehenditur á recta & circuli peripheria.* Mathematici recentiores chordam & arcum hic appellant quod Euclides dicit rectam & peripheriam. Itaq; inscripta bis binos sectionis angulos efficit, duos deinceps una parte, duos reliqua.

7 *In sectione autem angulus est, quando in peripheria sectionis sumptum fuerit aliquod punctum, & ab ipso in fines rectæ, quæ est basis sectionis, connexæ fuerint rectæ, comprehensus angulus á connexis rectis.* Id est, angulus in sectione est angulus comprehensus á duabus rectis in peripheria terminatis, & cum basi sectionis connexis. Itaque angulus in sectione rectilineus est, angulus autem sectionis est mistilineus. Angulus igitur in sectione dicitur illo modo, quo dicitur recta in circulo. Angulus enim

hic

hic in sectione est angulus inscripti trianguli, neque circuli quidquam habet praeter arcum.

8 *Cum autem comprehendentes angulum rectae assumunt quandam peripheriam, in illa dicitur insistere angulus.* Hic βαίνειν verbum, suum ἐμβαίνειν habet, qualis erit in propositionibus hac de re 20 p 3. ubi nominatim appellatur basis trianguli talis peripheria: item 26.27 p 3. unde intelligimus peripheriam in qua angulus insistit & innititur, esse anguli basim, nō autem eam, quae anguli latera comprehendit, & quod subtendi fuit in triangulis, id nunc est insistere, & revera subtensae dicuntur peripheriae, quae sunt bases angulorum, imo Euclides ipse nominatim hoc ipsum ὑποτείνειν verbum adhibet ad 20 p 3. Angulus tamen in peripheria ita nominatur, ut in sectione: & pars peripheriae superior (in qua comprehenditur angulus) diceretur capere angulum, ut sectio capere dicitur. Denique alia peripheria intelligitur, in qua est angulus, alia in qua insistit: superior illa facit arcus laterum, ista basim. atqui etiam haec definitio partem quandam circuli cōprehendit non nominatam ab Euclide: nec enim semicirculus est, neque sectio major, aut minor, imo omnino Euclidis sectio non est, quia non est figura comprehensa à recta & peripheria, comprehenditur enim à duabus rectis, & peripheria, sed mox hac de re ad 9 d 3.

9 *Sector circuli est, quando ad centrum ipsius circuli steterit angulus, figura comprehensa à rectis angulum comprehendentibus, & assumpta ab iis peripheria.* Atqui haec etiam definitio assumptam peripheriam ostendit esse basim anguli. Sector major reliqua pars circuli appellatur ab Archimede, sed sector omnino dici possit in centro, vel extra centrum: in centro minor vel major, aequalis enim faceret semicirculum, neque comprehenderet in centro angulum. Sector extra centrum esset figura octavae definitionis, & reliquae omnes majores centri sectore. Sed de his figuris geometria nulla erit futura, & iccirco videntur earum definitiones omissae. Sector tamen in centro & sector in peripheria dici possunt. angulus verò duabus rectis in centro comprehensus non appellatur angulus sectoris, neque angulus in sectore, sed in centro, ut 20.26.27 p 3. Itaque quadruplex angulus hic consideratur sectionis, in sectione, in peripheria, in centro. Hique omnes anguli in circulo appellantur.

10 *Similes sectiones circuli sunt, quae capiunt angulos aequales, vel in quibus anguli aequales inter se sunt.* Theodosius secundo libro de sphaera sic usurpat arcus similes theoremate decimo. Atque hîc anguli duplices innui videntur in sectione & sectionis, cùm dicitur per disjunctionem, quae capiūt angulos aequales, vel in quibus anguli aequales inter se sunt, attamen in propositionibus hac de re 23.24 p 3 anguli in sectione tantum judicantur, non anguli sectionis. Similitudo autem specialiter hic definitur, ut postea in sexto, septimo, undecimo. Rationales sunt omnes inter se numeri, non omnes inter se magnitudines, sed homogeneae tantum, ut dicetur quinto libro. Proportio item in numeris una generaliter definitur: similitudo (quae species proportionis quaedam est) non uno modo in magnitudine definitur, aliter definitur similitudo figurarum rectilineorum sexto libro, & si-

& solidarum undecimo. Rotundæ homogeneæ sunt omnes omnibus similes, nec ideo definiuntur: mistorum autem similitudo aliter nunc definitur in planis, sectiones enim circuli mistæ sunt figuræ. Itaque in figurarum differentiis vidēmus similitudinis differentes definitiones, pro quibus una generalis debuerat: sed hac de re in geometria 14 e 4, & postea rursus 1 d 6. Atqui definitio non magis hic est quam fuit primo & quarto loco, sed consectariū est ex illa generali definitione: ut nobis est 13 e 16. Tertius liber materiam minus confusam quam superiores habet: totam enim circularis geometriæ materiam fere complectitur, & distribuit minus perturbate quam antea factum sit.

PROPOSITIONES.

1 *Dati circuli centrum invenire.* Sententia est. Si inscripta inscriptam recte bisecat, diameter erit circuli, ejusque medium circuli erit centrum. Tres propositiones 1. 3. 4 diametri circularis proprietatem obscurius comprehendunt. Demonstratio Theonis ad primam hic est per 8 p 1, quia pars esset æqualis toti: ac si dicatur centrum in secantis alio loco esse, idem accidet. Nos caussam 6 e 15 proposuimus. Et valde ridiculum atque ineptum est positis circularis geometriæ principiis non potuisse primam saltem propositionem directe per ea demonstrari, nisi impossibile adhiberetur.

2 Theon adhibet hic impossibile ex 16 & 18 p 1. At hæc propositio patet è definitione lineæ rectæ, quæ brevissima est intra eosdem terminos. Hinc autem colligitur circulum esse polygoniam infinitorum angulorum, nec peripheriam esse cōpositam è rectis infinitis, quia recta intra duo quælibet peripheriæ puncta, intra circulum cadet. Certe propositio continet quandam definitionem rectæ circulo inscriptæ, quæ nempe utrinque in peripheria terminatur, & de qua est 7 d & 1 p 4. Et tamē quicquid hic est, postulatur ab Archimede 1 & 2 d 1 de sphæra: quod linea quod superficies ad easdem partes obliqua non cadit extra, postulatur idem primo isorr. quod figuræ eodem obliquæ centrum intus sit.

3 Tertia & quarta propositiones rationem quandam æqualitatis & inæqualitatis de segmentis inscriptarum continent, quorum proportio dicetur ad 35 & 36 p 3. Theon demonstrat diametri proprietatem per eandem jam 1 p 3 præassumptam, jubet enim centrum per consectarium 1 p 3. inveniri, quod cōsectarium fuit præsens ista proprietas: logica igitur ista valde est ἄλογος.

4 Theon probat per impossibile è proxima: At enthymema est è diametrorum proprietate, sic. Si inscriptæ sint bisectæ, sunt diametri. Ergo si non sint diametri, non sunt bisectæ. Neque tamē propositio apodicticé proponitur per inficiationem, cujus nullus syllogismus est, nulla demonstratio, ut antea dictum est. Quare trium propositionum primæ, tertiæ, quartæ, materia tantum diametri proprietatem continet, qua inventa, centrum quoque est inventum, mediū quippe diametri.

5 Theon ex definitione radii & primo axiomate deducit totum parti æquari.

6 Theonis demonstratio superiori similis. Atqui propositiones hæ duæ negatione proponuntur, ut quarta, neque hic propositionis materia potius est, quam

quam principii. Nam circulorum sese secantium, vel sese tangentium diversum esse centrum, per se manifestum est. Si duo autem circuli homocentrici & æquales sese tetigerint, erit unus. Nam (ut Vitellio petit) cum duæ planæ superficies sese contingunt, una ex iis superficies efficitur, imo Euclides ante Vitellionem, si non verbo, certè reipsa idem petivit. Quid enim aliud est ἐφαρμόζειν ad 4 & 8 p 1 ad 23.24.30 p 3? Hæc igitur materies postulati fuerat.

7 Propositiones duæ proximæ videntur è 15 p 3 deductæ, neque omnes admodum demonstratione egere. Quod autem addit Euclides ad utramque minimæ partem, id commune est etiam ad utramque maximæ partem: Denique generaliter id enuntiari potest. Duæ duntaxat utrinque in dato puncto sunt æquales, & caussa æqualitatis videtur è 4 d 3, non ex iis comparationibus.

8 Demonstratio Theonis hic est eadem, hic item ad utramque partem minimæ nil facit, & generaliter enuntiari potest. Duæ in dato puncto, & solæ æquales. Demonstratio æqualitatis est per quartam primi, & quod solæ per quartam partem præsentis propositionis.

9 Theonis demonstratio duplex, altera per 8 p 1. altera per quartam partem septimæ. at secunda hæc promptior est, & consectarium protinus est ex illa quarta parte septimæ. Syllogismus enim est. Si punctum diametri non est centrum, duæ solæ rectæ sunt æquales. Ergo si non solæ duæ sunt æquales, punctum illud erit cētrum: & illud est, quod tertio scholarum mathematicarum libro monui, syllogisticas complexiones ab Euclide & Theone demonstrari.

10.11.12 Propositiones tres proximæ demonstrationes leves quidem, sed tamen faciles habent.

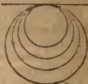
13 Theon primum impossibile deducit ex undecima, quod pars esset major toto, secundum contra 2 p 3.

14 Theonis demonstratio est per 3 p 3. & per 47 p 1. at caussa videtur è 4 d 3, unde protinus 14 p 3 concludatur. Atque hæc sola est propositio de æqualitate inscriptarum. qua Hypsicles utitur in scholio decimiquarti elementorum, tanquam sententia sit communis rotundorum, non propria circulorum.

15 Theonis demonstratio similis antecedentibus septimæ & octavæ. Imò verò hæc primaria est, unde 7 & 8 p 3 deducendæ sunt. Diameter enim caussa est hujus universæ & æqualitatis & inæqualitatis.

16 Theon cogit in prima parte, quia contra 17 p 1. duo recti essent in triangulo, in secunda item cogit, quia pars toti æqualis esset, aut etiam per 19 p 1. major toto: è secunda autem tertiam & quartam deducit: At prima pars suæ veritatis caussa est: Cum enim diametro circulus bisecetur, & perpendicularis rectum angulum una parte faciat, continuata faciet etiam deinceps rectum, nec ideo recta congruet obliquæ, vel etiam obliquior erit. Quare pars ista prima postulanda fuerat. Secunda verò pars quæstionem altiorem continet. Si angulus contactus rectæ & peripheriæ sit magnitudo, quomodo ea dividi non possit? unde quidam moti sunt ad credendum angulum hunc magnitudinem non esse: Ideoque semicirculi angulum recto esse æqualem, fallique Campanum, qui cre-

diderit dari majus & minus, nec tamen æquale dari posse. Quin mirabilius illud est, anguli contactus majoris peripheriæ minorem esse angulo contactus minoris peripheriæ: & tamen excessum detrahi non posse. At ista eadem veterum mathematicorum dubitatio est apud Proclum. Quare mirabilis ista res est, attamen vera, ut demonstratio convincit: hic etiam mirabile illud primo libro positum paulo dissimiliter ostenditur, lineas ad lucem propius accedere, nunquam congruere, ut si complurium circulorum intus sese tangentium diametro recta sit perpendicularis, secundi peripheria propius accedit ad tangentem, & tertii quam secundi, & sic deinceps, nullius tamen circuli peripheria unquam tam prope accedet, ut cōgruant, cum uno tantum puncto possit linea tangere, ut hic uides.



17 Theon è consectario primo proximę propositionis & 4 p 1 demonstrat.

18.19 Quæ sequentes propositiones factæ sunt è cōversa prima parte 16 p 3. Si recta est perpēdicularis extremæ diametro, tāgit peripheriā, & si tangit peripheriā, est perpendicularis extremæ diametro. Verū pro conversa una difficiliæ sunt duæ, quæ tamen aliam vim nullā haberent: nos itaq; consectaria duo fecimus.

20 Theon duplicem casum hic adhibet, tertius etiam est, quando latus anguli utriusque commune est. Geometria verò novemdecim propositionum antecedētium adhuc fuit de lineis, excepta particula 16 p 3. deinceps est de partibus circuli, ubi quædam respondent de triangulis. Atq; hic primum de sectionibus in centro & in peripheria: prima videtur occasio fuisse 21 p 1. vel potius è 1 p 6. dissimile tamen multum est in reliquis exemplis, & res in circulis multo uberior est, ut mox patebit.

21 Consectariū est è superiore, quia omnes dimidii sunt ejusdē anguli in cētro.

22 Deducitur è 32 p 1. & 21 p 3. satisque fit duos oppositos probare duobus rectis æquales. Nam de reliquis patet, ut per 4 e 6. sed quarti libri materies hæc erit: adde quod geometria hęc congruentior fuerit ad demonstrandum 32 p 3. propositio autem aptius proponeretur ab oppositis sectionibus. nihil enim adhuc de inscriptione.

23 Melius affirmaretur hæc propositio hoc modo. Similes sectiones in eadē basi sunt æquales, quomodo & proxima affirmatur. Eadē aūt parte, quod hic additur, nihil ad veritatē ꝓpositionis attinet, ad demōstrationē duntaxat attinet.

24 Non repetitur eadem parte, & consectariū est é proxima, demonstratur tamen à Theone. Est aūt notabilis in his duabus propositionibus ἐφαρμόσειν, in prima, quod minor sectio intelligatur tanquā pars majoris: in secūda aūt plenius apparet. Ex utraque propositione potuit una fieri. Sectiones similes in æquali basi sunt æquales, æqualitas enim etiam iisdem convenit.

25 Theon hîc frustrà tres speciales demonstrationes adhibet, cum sit una illa generalis ex inventione duarum diametrorum, imo demonstratio nulla sit consectarium è 1 p 3.

26.27 Theonis demõstratio hic per varias ꝓpositiones colligitur, & quidẽ duplex pro duplici angulo & in centro, & in peripheria, cum tamẽ ꝓpositio utraque specialis sit ad 33 p 6. multoque facilius per 28 & 29 p 3 probari possit, quæ ipsæ præponi debeant istis, ut mox intelligetur.

28 Deducitẽ é 26 p 3. quia ꝓtinus per 8 p 1 cõcipitẽ æqualitas angulorũ in cẽtro.

29 Deducitur é 27 p 3. Protinus enim concipitur æqualitas basium 4 p 1. Atque ex utraque melius una propositio fieret, sic. Si inscriptæ circulis æqualibus sint æquales, secant peripherias æquales, & si secant peripherias æquales ipsæ sunt æquales. Sed multo justius utraque postularetur, cũ solo cõvenientia manifesta sit. Euclides eodẽ cõvenientiæ argumento usus est ad 24. & utetur apertius ad 30 p 3. Quare hæc utraque propositio præponetur 26 & 27 p 3.

30 Hic protinus per 4 p 1. in duobus deinceps triangulis concipitur æqualitas basium seu chordarũ per 28 p. 3. patet æqualitas arcuum. Atqui propositio ista singularem *ἐφαρμόσεως* speciem continet duobus circulis in uno consideratis, duabus peripheriis in una consideratis, ut quintum jam exemplum sit *ἐφαρμόσεως* á geometra usurpatæ ad 4.8 p 1. ad 23.24. & nunc ad 30 p 1.

31 Prima pars patet. Quia interior, & deinceps exterior sunt æquales, cũ utrique reliquis trianguli lateribus sit æqualis, ut patet per 5 & per 32 p 1. vel quia angulus in semicirculo est dimidius duorũ rectorũ. Quæ demõstratio est Aristotelis secundo posteriorũ & nono philosophiæ: & conversa quædam hinc assumitur 13.14.15.16.17 p 13. Et si angulus rectus insistit in diametrum, peripheria per eam transit. Reliquæ partes pendent é prima. Theon é prima parte consectariũ facit. Si trianguli angulus æquatur reliquis, rectus est. Verumtamen potuit generaliter é 32 p 1 trianguli angulum reliquis æqualem rectum esse, unde sine exteriore angulo demonstratio ista fieret, neque *ὕστερον πρότερον* debuit ex ista demonstratione principium illud concludi, & Aristotelis demonstratio id nimirum præ se ferebat. Itaque geometria ista nobis erit in geometria trianguli, unde ad cætera deinceps accommodetur.

32 Theon deducit ex angulo semicirculi. At ista propositio generaliter proponit de angulis in sectione, & probari potest ex eadem generali caussa angulorum in oppositis sectionibus ad 22 p 3, item é triangulo rectangulo, ex qua deducitur æqualitas anguli in semicirculo, quod rectus sit, qui sit trianguli reliquis angulis æqualis. Ex hac aũt ꝓpositione duo deinde sequũtur problemata.

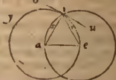
33.34 Theon demonstrat hæc problemata duo. At si verbis expressa essent, demonstrationibus nullis esset opus, consectaria specialia essent, ut nobis sunt.

35 Duæ propositiones proportionem in segmentis inscriptarum quandam instituunt, quarum ratio fuit ad 3 & 4 p 3. Theon deducit é 5 p 2 & 47 p 1. Nec tamen una specie totum genus complectitur. Itaque Campanus quinque species interpretatur, & demonstrat. Quo satis elenchum tautologiæ toties adhuc in elementis animadversum demonstrat quinque demonstrationum specialium pro una generali. Consequens autem propositionis ex

ęqualitate rectangulorum satis docet partes sectarum inscriptarum proportionales esse. Sed quo principio doceri ante possit ista proportio, considerandum fuerit, utrum è diametri vel potius circuli proprietate. Præcepit Euclides sexto libro permulta de proportione figurarum rectilinearum, de circulorum & in circulo rectarum, de angulorum, deque partium proportione paucula. At res ista non indigna est, in qua Geometra nervos intendat suos.

36 Theon hic adhibet 6 p 2 & 47 p 1. Sed ex æqualitate rectangulorum quęrenda hic proportio laterum fuerit, id est ex effectu consideranda caussa. Hic enim tres sunt proportionales, ut antea fuerunt quatuor, unde etiam sequitur omnia rectangula secantium & extremorum segmentorum inter se æquari, quia æquantur eidem quadrato tangentis.

37 Theonis demonstratio similis est superiori: Conversa autem quædam est superioris. Atque hæc Euclidis sunt de circulo, quædam vero sunt apud Pappum l 4 th 11. de tribus circulis contiguis eodem circulo comprehensis, item de arbelo id est cultro sutorio, cujus instar est illa figura à tribus semiperipheriis comprehensa. His addamus & alia quædam. Demonstratum est antea rationem esse heterogeneorum, ut lunularis circuli & rectilinei: jam doceamus æqualitatem item *πελεκοειδὲς* securi similis, de quo recepimus ad 23 p 1. Sint enim duo circuli se inter se secantes super centris & æquales: super semidiametrum describatur æquilaterum triangulum *aei*. Ducatur linea *ou* contingens circulum in termino lineæ *ai*, ipsa erit perpendicularis per 18 p 3. Ergo anguli *aio*, *aiu* sunt æquales, quia recti: Et angulus contingentiæ *oiy* est æqualis peripheriæ alteri angulo contingentiæ *uie*. Ergo angulus *aiy* est æqualis angulo *aie*, qui efficiuntur ex lineis rectis & ex circumferentia. Sed circumferentia *ai* est æqualis circumferentiæ *ie* per 28 p 3. Ergo convenient segmēta *ai* & *ie*. Ergo angulus *s* est æqualis angulo *r*. Sed ab æquis æqua tollas, &c. Ergo angulus *μηνοειδὲς aiy* est ęqualis angulo trianguli ęquilateri *aie* continenti *δίμοιρον ὀρθῆς*.



Hęc demonstratio est è tertio libro, & ideo fortasse prætermissa à Proclo, quia sequentibus propositionibus indigebat. Lubet vero etiam hic proponere Ptolemæi geometriam de disproportione peripheriarum & subtensarum. Fuerit enim *ψευδογραφία* hæc gravis & periculosa nisi caveatur. Si inscriptæ circulis æqualibus sunt æquales, secant peripherias æquales, & contra. Ergo si major, si minor secat majorem, secat minorem, hoc totum verum est. Ergo inscriptæ peripheriis sunt proportionales: falsum est, ait Ptole. lib 1 cap 9. Ptolemæi itaq; hac de re demonstratio adjiciatur.

Ratio majoris peripheriæ ad minorem major est, quam majoris inscriptæ ad minorem. Primo inscriptæ *ae*, *ei* faciant angulum *aei*, qui bisecetur recta *eo*, tum cōnectatur *ai*, *ao*, *io*,

ſo, dein ſit *oy* perpendicularis ipſi *ai*. Hic latus *io* majus eſt latere *yo* per 11 e 6, quia ſubtendit majorem angulum: ideoque & *uo* majus quam *oy*. Quare ſi centro *o* intervallo *ou* peripheria deſcribatur, ſecabit *io* & ſuperabit *yo*: ſit igitur peripheria *sur*, & continuetur *oy* ad *r*. Itaque ſector *oru* major eſt triangulo *oyu*: item ſector *ous* minor triangulo *oui*. Itaq; ut ſi quatuor numerorum primus ſit major tertio, & ſecundus minor quarto, ratio primi ad ſecundum major eſt quam tertii ad quartum, ſic ratio ſectoris *oru* ad ſectorem *ous* major eſt quam ratio trianguli *oyu* ad triangulum *oui*. At ratio ſectoris ad ſectorem eſt ratio anguli ad angulum per c 6 e, & ratio trianguli ad triangulum eſt ratio baſis *yu* ad baſim *ui* per 7 e 7. Ergo ratio anguli ad angulũ major eſt quam baſis ad baſim. Deinceps compoſitiones duæ ſunt & una diviſio. Prima compoſitio eſt, ratio anguli *yoi* ad angulum *uoi* eſt major quam ratio baſis *yi* ad baſim *ui*. Secunda compoſitio eſt è duplicatis terminis angulo *aoi* ad angulũ *uoi*, & baſi *ai* ad baſim *ui*, quod ita demonſtratur. Angulus ad *e* biſectus eſt, ergo per 19 e 15 peripheriæ & ſubtenſæ *ao* & *oi* æquantur. Ergo per c 26 p 1 *ay* æquatur ipſi *yi*, & angulus *aoy* æquatur angulo *yoi*, ideoque recta *ai* dupla eſt rectæ *yi*, & angulus *aoi* anguli *yoi*. Duplicatis igitur terminis ratio anguli *aoi* ad angulum *uoi* eſt major, quam ratio duplæ rectæ *ai* ad rectam *ui*, & prima diviſione ratio anguli *aou* ad angulũ *uoi*, id eſt per 6 e, ratio peripheriæ *ae* ad peripheriam *ei* eſt major quam ratio *au* ad *ui*, id eſt per 12 e 7 quam ſubtẽſæ *ae* ad ſubtenſam *ei*. Quare ratio majoris peripheriæ ad minorem major eſt quam majoris inſcriptæ ad minorem, neque omnino proportio peripheriarum ad inſcriptas eſt vera. Talis ψευδογραφία eſſet ſi quis in æqualibus ſegmentis peripheriæ partes oppoſitas diametri proportionales diceret. Itaque Jordanus 2 p de ponderibus, & Regiomont. 6 p de ſinibus ita refellunt.

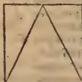
Si perpendiculares á terminis æqualium peripheriarum ſecent diametrum, ſegmentum propius centro erit majus remotiore. Eſto in circulo diameter *ae*, in quam ab æqualium peripheriarum terminis *iu* & *us* ſunto perpendiculares *io*, *uy*, *sr*, dico ſegmentum *oy* majus eſſe ſegmento *yr*. Ducito radios *ou*, *os*, & connectito *is*. Hic anguli in centro *iou* & *uos* æquantur per 6 e, quia inſiſtunt in peripheriis æqualibus, & ideo per 19 e 15 *il* & *ls* æquantur. Ergo *im* major quam *ms*. Eſto perpendicularis *st* ſuper *io*. Hic per 8 e 7 quia *uy* eſt in triangulo parallela baſi, ut *im* eſt majus quam *ms*, ſic majus *js* id eſt *oy* eſt majus quam *yr*. Hæc propoſitio cauſam continet, cur pondera in lance quanto propius accedũt ad æquilibriũ, tanto graviora ſunt, velociuſque deorſum moventur. Sic levia contrario motu ſurſum; ut ſi é fundo altiſsimi æquoris utres oppleti flatu emergerent ad ſum-

mum, tanto velocior esset motus, quanto propinquior esset summo. Talis ψευδογραφία retexitur ab Euclide 8 theor. catoptric. Quod æqualia parallela inæqualiter distantia majorem rationem habeant distantiarum, quam angulorum: de quo tum melius agetur. Hæc igitur paulo plenius ad ψευδογραφίαν refellendum. Quo de genere scripserat Euclides librum ψευδαρίων.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 12. IN 4 ELEmentorum.


Quartus liber habet de inscriptione & circūscriptione definitiones septem, propositiones sexdecim: Inscriptio autem & circumscriptio est generalis & communis etiam corporum, ut intelligetur postremis elementorum libris: Itaque generaliter & semel definienda fuit. Termini vero appellantur 13 d 1 unus aut multi quibus figura terminatur: tota vero adscriptio per latera aut angulos expeditur: in rectilineis termini latera sunt, in circulo terminus est peripheria pro lateribus omnibus. Sed hoc in singulis definitionibus melius intelligetur.

1.2 d Duæ primæ definitiones, si quod in geometria tamen proprium documentum haberent, ante librum tertium statuendæ fuerunt, ubi de rectilineis agitur, non postponendæ circulari geometriæ, quandoquidem de circulo nihil hæ definitiones præcipiunt, imo de his nihil est in quarto libro. Atque hic vides inscriptionem definiri rectilinei inscripti angulis tangentibus latera circumscripti, contra circumscriptionem circumscripti lateribus tangentibus angulos inscripti, satisque ideo fuisse definiri solam vel inscriptionem vel circumscriptionem, cum ex altera intelligatur altera, tum vero definitiones hæ videntur homogenea tantum adscribere, triangula nempe triangulis; quadrangula quadrangulis, multangula multangulis homogeneis, quia singuli termini singulis non responderent, attamen é 1 & 2 p 15 intelliges heterogenea inter se adscribi, ut tetraedrum cubo, octaedrum tetraedro & cubo, cubumque octaedro, & icosaedro dodecaedrum quæ sunt heterogenea, ac tum intelligetur á singulis angulis tangi singulos terminos, sed extremos, quomodo & in planis possit accidere: ut hic vides: neque tamen omnibus id accidet. Nec enim triangulum potest inscribi septangulo, octangulo, aut polygono majori: & quæri possit utrū Hypsiclis geometria satis euclidea sit.





3.4.5.6 d Quatuor verò proximæ definitiones materiam habent quarti libri propriam, & mirabilem tautologiam habent, magisque apertam quam duæ superiores. Peripheria (ut dixi) est pro lateribus & angulis. Itaq; in his quatuor definitionibus, quater appellatur, in tertia & quarta, quod anguli quod latera tangant peripheriam: in quinta & sexta, quod peripheria tangat latera, quod tangat angulos.

7 d Septima definitio usurpat verbum ἐναρμόζεσθαι cōgruere pro ἐγγράφεσθαι inscribi: idem siquidem est, & sic inscripta linea Ptolemæo dicitur. Sed ista definitio multo justius ex hoc libro in tertium rejiceretur, quàm prima & secunda: libro siquidem tertio geometria fuit de inscriptis lineis, & in circulo rectæ dicebantur periphrasi valde insolenti, tumq; diximus ad 2 p 3 materiam inscriptæ lineæ confundi.

IN PROPOSITIONES.

Atque hæc de quarti libri definitionibus, propositiones sequuntur omnes problematicæ & mechanicæ, quæ si verbis expressæ essent magnam demonstrationum materiam non haberent, ut in singulis intelligetur. In sexdecim autem propositionibus instruitur inscriptio trianguli, quadrati, quinquanguli, sexanguli, decanguli, quindecanguli propria inscriptione. Circumscriptio communis omnium rectilineorum una instrui potuit, cum rectæ tangerēt peripheriam in angulis inscripti. Circuli vero inscriptio & circumscriptio communis item est è concursu bisecantium angulos: alisque è radio perpendiculari in latus, hic in angulum. Quare septem propositiones 7.8.9.12.13.14.15 catholicum in ascriptionum geometria nihil habent. Sunt autem quædam dispersa libris extremis ut 8.9.10.11.12 p 13, 1 p 14 ad eandem rectilineorum ascriptorum geometriam attinentia, quæ melius hic explicarentur. Sed de singulis libri hujus propositionibus jam dicendum.

1 Hæc bella inscriptio per regulam aut circinum brevius postularetur, sine quibus etiam geometres nequeat, neque diametrum neq; inscriptam ipsam ostendere. Atqui hæc propositio cum 2 p 3 melius unico elemento traderetur.

2.3 Hæ propositiones proponunt adscriptionem trianguli non cujuslibet: id enim tanquam per se facile & manifestum prætermissum est à geometris, sed dato triangulo æquianguli: Inscriptio autem rectilineorum in circulum nulla communis traditur in elementis, neque circumscriptio.

2 Hæc autem inscriptio generalis est & communis omnium triangulorum: potest enim dari quodlibet æquilaterum, æquicrurum, varium, rectiangulum, obtusangulum, acutangulum.

3 Demonstratio est per consectarium è 32 p 1 quod in quadrangulo anguli æquantur quatuor rectis. hic autem duo recti, reliqui igitur oppositi & duobus rectis æquantur: alter porro jam æquatus est exteriori angulo, reliquis igitur per 13 p 1 & ax 1 æquatur deinceps reliquo. Atque hæc specialis est circumscriptio trianguli.

4 Dux.

4 Duæ proximæ propositiones docent adscriptionem circuli, quæ communis est ad omnia rectilinea, ut est in nostra geometria. Demonstratio autem ductis in reliqua latera perpendicularibus facilis est è 26 p 1. Atque hæc propositio tria eadem puncta cõtinet, quæ 9 & 25 p 3: & inscribere triangulo circulum, non aliud est quam peripheriam per tria trium angulorum puncta ducere.

5 Demonstratio hic facilis est, quia tres radii per 4 p 1 æquantur. Ideoque per 9 p 3 punctum illud est centrum. Theon deducit demonstrationem per tres species acutanguli, rectanguli, obtusanguli, unde concludit, si centrum sit in triangulo, in latere trianguli, extra triangulum, triangulũ esse acutangulum, rectangulum, obtusangulum, contraq; si triangulum sit acutangulum, rectangulum, obtusangulum, centrum esse intus, in latere, extra.

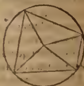
6 Quatuor proximæ propositiones de quadrati & circuli adscriptione parem geometriam habent superiori. Huc verò 22 p 3 de quadrilateri inscripti duobus angulis oppositis æquantibus duos rectos propriè intercurrebat, & in geometria nostra locum hunc obtinebit, deduceturque de sectionibus oppositis in eodem circulo. Hinc sequitur.

Latus inscripti potest duplum circularis radij. Ut patet per 47 p 1. Et

Si quadratum circularis radii duplicetur, latus duplicati erit latus inscripti quadrati. Ptolem. l 1 cap 9

7 Sententia problematis est. Si duæ perpendiculares ad extremas dati circuli diametros rectè bisectas concurrant, circumscribẽt quadratum dato circulo. Demonstratio verò quod sit circumscriptum, patet per 4 d 4, quod quadratum per 28.34 p 1: circumscriptio tamen continetur in generali circumscriptione, de qua 1 e 18. Hæc enim circumscriptio generalis est. Præterit autem Euclides reliquas species quadrilateri. Oblongum enim circulo inscribi potest, & ei circulus circumscribi eadem via, qua triangulum & quadratum: circumscribi verò circulo non potest, nec ei circulus inscribi, quia perpendicula à centro ad latera essent inæqualia: ob eandem caussam rhombus & rhomboides nec inscribi possunt, nec circumscribi: trapezium aliquod potest inscribi. Tumque

Si radii sint ad angulos inscripti trapezii trium laterum æqualium & quarti minoris, anguli in centro subtensi æqualibus erũt obtusi, minori subtensus acutus. è 17 p 12. Ut hic, quia circa centrum æquantur quatuor rectis. Quartus autem minor est recto: Tres igitur reliqui æquales inter se sunt majores recto. Trapezium igitur sic inscribi potest, circumscribi autem non potest: eaque de caussa prætermissa est ista adscriptio ab Euclide. Reliqua adscriptionis geometria est de multilateris, sed æquilateris tantum & æquiangulis, neque tamen omnibus. Itaque sola trianguli adscriptio generalis est, nec æqualitatem ullam angulorum aut laterum requirit.



8 Sententia problematis est. Si duæ rectæ rectè bisecent duo quadrati latera, circulus è concursu, indeque radio in latus perpendiculari inscribetur dato quadrato. Demonstratio quod circulus, patet per 9 p 3, quia hic ra-

hic radii quatuor æquantur, quod inſcriptus patet è 5 d 4. Verum inſcriptio iſta generalis & cõmunis eſt in omnibus rectilineis æquilateris, ut eſt in noſtra geometria. Itaque ſpecialis hæc inſcriptio, ſi generalis (ut opus eſt, ſit præpoſita) nulla fuerit, ac demonſtratio quod circulus, quod inſcriptus levis admodũ eſt, cùm id apertum ex ſeſe, manifeſtumque ſit.

9 Sententia problematis eſt. Si duæ per oppoſita latera diametri biſecentur, circulus è concurſu biſecantium: indeque in angulum radio circumſcribetur, dato quadrato. Demonſtratio, quod circulus eſt, quia radii quatuor æquales, quod inſcriptus 3 d 4 docet. At iſta circumſcriptio in generali comprehenditur. Itaque circumſcriptio ſpecialis hic ſupervacua eſt, & demonſtratio logicam habet proximæ ſuperiori parem.

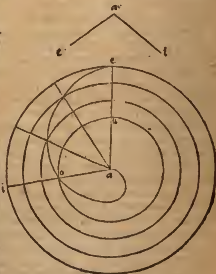
10, 11, 12, 13, 14 p. Quatuor proximis propoſitionibus inſtruitur plena adſcriptio quinquanguli, ut antea trianguli & quadrati: circumſcriptio tamen generalis & communis erat omnibus multilateris æquilateris, & æquiangulis, ut tota circuli adſcriptio communis eſt in multilateris, æquilateris, & æquiangulis omnibus. Ex demonſtratione verò præſentis propoſitionis, ſequitur æquilaterum adſcriptum circulo eſſe æquiangulum, quod præſumi tamen potuit ante ſpeciales rectilineorum adſcriptiones, ut in noſtra geometria erit. Atque in iſta propoſitione ἱράρμονις imprimis egregia eſt, quinque circulorum in uno circulo conſideratorum, qualis adhuc nulla fuit.

15 Demonſtratio autem quod æquilaterum per ſex angulos æquales in centro, item quod æquiangulum per 27 p 3 licet neque difficilis, neque inelegans, attamen per triangulum à quo duplicatur vel per radium, qui ſextam partem peripheriæ ſubtendit, æqualitas laterum fiebat, æqualitas autem angulorum inde erat, quod aſcriptum æquilaterum ſit æquiangulũ. Theon verò è ſua demonſtratiõe deducit duo, primũ. Quod radius circuli ſit latus ſexanguli æquilateri. Secundum. Si rectæ ab extrema diametro circuli ſexangulo æquilatero circumſcripti, in tertium utrinque angulum cõnectantur, inſcribent triangulum æquilaterum dato circulo. At ex 2 p 4 patet inſcriptio talis trianguli. Campanus hic admonuit, quod æquilaterum adſcriptum ſit æquiangulum, quod nos in geometria ſequimur, & docemus generaliter ac ſemel uti decuit, non iteramus ſæpius, ut tandem in extrema ſpecie moneamus de genere. Porrò ut circuli rectilineo adſcribendi, via una communis eſt, ſic rectilinei viciſsim circulo adſcribendi, via communis eſſet, ſi haberetur via peripheriæ data ratione ſecandæ. In hac autẽ propoſitione addere tres illas comites de circumſcribendo rectilineo, item de inſcribendo & circumſcribendo circulo geometram jam piget, aut certe tædet, ita tautologia eredo, ſuum elenchum prodit. Sed tamen ἱράρμονις hujus propoſitionis valde eſt inſignis: quæq; in unum circulũ ſex circulos congruentes intelligit, quomodo liceat & innumerabiles in uno concipere, & ἱράρμονις tamẽ fiat cogitatione, ut tota mathematica ἀρχίφονις, quæ contraria eſt ἱεραρμόνια.

16 Hæc propoſitio propriam inſcriptionem habet, qualis antea fuit in triangulo, quadrato, quinquangulo, in qua tamẽ nihil præcipuè laborat de laterum

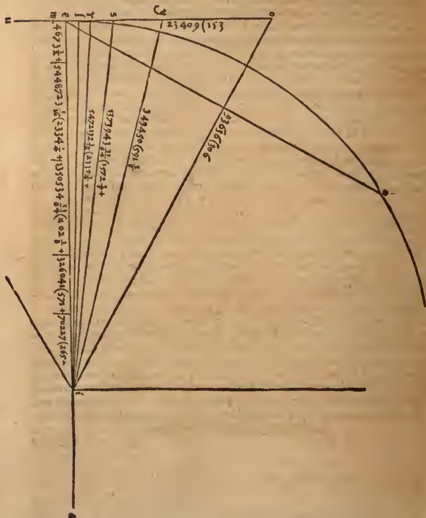
vel angulorum æqualitate tantum remittit ad præcedentia: in eoque superiorem geometriam cõmunem fuisse de circumscriptione rectilinei, de tota adscriptione circuli cõfitetur. Atq; hæc de Euclide: quidam vero Archimedem sequuti conati sunt angulum secare data ratione, ut inde figuram quamlibet inscriberent. Propositio Archimedis in helicibus ad hanc rem ejusmodi prima est.

Si punctum lineam æquevelociter permearit, spatia permeata erũt proportionalia temporibus. Ut si punctum permearit æquevelociter rectam *a e i*, spatium quidem *a e* in tempore *o u*: spatium vero *e i*, in tẽpore *u y* erit spatium *a e* ad spatium *e i*, ut tempus *o u* ad tempus *u y*, ut hic vides. Hinc vero conati sunt illi geometræ secare angulum rectilineum data ratione: ut trisecandus sit angulus *e a i* & sit helix *a o e*, & principium cõversionis sit *a u e*, in centro sit angulus *e a i* æqualis dato: & centro *a* radio *a e* sit circulus *e i*: Item centro *a* intervallo *a o* esto circulus *o u*, tum recta *u e* trisecetur per 10 p 1, perque puncta sectionum peripheriæ sunto concentricæ circulo *e i*, radiique á centro *a* per puncta secta helicis sunto in summam peripheriam. Angulus in centro secabitur data ratione: spatia autem æqueveloci-ter permeata sunt intersegmenta rectæ *u e*, tempora sunt intersegmenta summæ peripheriæ. Itaq; cum permeata spatia sint proportionalia temporibus, tẽpora angulis in centro per 33 p 6. angulus in centro totus secabitur data ratione. Atq; ita de quocumque angulo data ratione secãdo. Jam si voles triangulum invenire cujus uterque angulus ad basim sit quomodolibet multiplus reliqui, hinc invenies per angulum rectũ sectum ut prius data ratione, ut si triplum requiras, divide rectum in septem partes, & senis partibus æquato angulum ad basim utrumque, valentem nempe sex septimas, reliquus ad verticẽ valebit reliquas duas septimas. Si quadruplũ quæras, divide in novem: si quintuplum, in undecim, & sic deinceps. Tum denique si voles inscribere septangulum dato circulo, inscribe triangulum invento triangulo.



gulo æquiangulum per 2 p 4, basis trianguli erit latus septanguli, quomodo & Euclides 16 p 4 inscripsit quindecangulum. Sed hic non potest per subductionem latus approbari: approbari tamen potest per æquales peripherias æqualibus angulis subtensas angulo ad basim, utroq; rursus ut prius trisecto. Sed hoc artificium (ut Proclus censuit) difficile sit rudibus, non solum quia multiplex & varium hic sit opus, sed quia ipsa temporum spatia in peripheriis & rectis pro portio vix satis geometrica videatur, tum quia circinus helicis nondum satis accuratus est, nec utilitas fortasse labori respondeat. Tentata est hæc generalis adscriptio à quibusdam recentioribus, sed refellitur à Petro Nonio. De iis apud Pappum libro quarto plura leges. Atque hæc de sectione anguli ex Archimede, à quo etiam facta tetragonismi demonstratio huc nobis rejecta est. Eam igitur si quis desiderat, sic habeto ex elemētis nostræ geometriæ: Quod igitur peripheria non solum est tripla diametri, sed etiam quod paulo minor quàm sesquiseptima diametri, majorq; decem septuagesimis primis, ideoq; una octava, simul demonstratur ab Archimede collatione illic majorum, hic minorum. Nam perimeter multanguli æquilateri laterum 96. illic circumscripti circulo, est tripla diametri, sed præterea non plane sesquiseptima, ideoque peripheria inscripti circuli erit tripla quidem, sed paulo etiam minor quàm sesquiseptima: hic contrà perimeter multanguli inscripti est tripla, & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque peripheria circuli erit tripla & plusquam superdecies partiens septuagesimas primas, ideoque plusquam sesquioctava. Totus labor est in ascriptione talis multanguli in quintuplici sectione recti anguli, & in dimetiendis quinque triangulorum lateribus: prima sectio est trifariam, reliqua bifariam, ut habeatur quatuor rectorum cētrum occupantium $\frac{1}{96}$ unde per peripheriam subtensam habeatur nonagesimum sextum latus adscribēdi multanguli. Labor igitur duplex est, primus in circumscribendo tali multangulo & comparando perimetrum circumscripti multanguli cum inscripti circuli diametro, quod sit tripla quidem diametri, sed minor quàm sesquiseptima: secundus labor est in eodem multangulo inscribendo, & comparando similiter perimetrum inscripti multanguli cū diametro inscripti circuli, quod sit tripla quidem diametri, sed major quàm sesquioctava. Propositio igitur ista in utraq; parte continet fabricam problematis, & rationem theorematis. At fabricæ rationisque in utraque parte varius licet labyrinthus, attamen mirifico geometrici artificii filo retexitur. Primæ partis problema theoremaque prius expediatur, ipsumq; diagramma sic repræsentetur.

PRIMA PARS DEMONSTRATIONIS, QVOD peripheria sit tripla diametri, sed minor quàm sesquiseptima.



Posito

Posito diagrammate videmus quintuplicem angulum, & triangulum quintuplex, sed sectiones hic quinque sunt unius recti: prima $\frac{1}{3}$: secunda $\frac{1}{6}$: tertia $\frac{1}{12}$: quarta $\frac{1}{24}$: quinta $\frac{1}{48}$: atqui in tertia sectione $\frac{1}{24}$ unius recti jam erat $\frac{1}{96}$ quatuor rectorum. Nam $\frac{1}{24}$ recti est $\frac{1}{96}$ rectorum 4, cùm illic reductio particularum ad partes integri faciat $\frac{1}{24}$. hic $\frac{4}{96}$ idem valentes: Sed demonstratio inchoata é radio, de tota diametro non procederet. Itaque quarta bisectione quæritur $\frac{1}{48}$ quæ duplicata redeat ad $\frac{1}{24}$. Sed hic nodus enodabitur evidentius secunda parte. Demonstratio itaque primæ partis contexatur: secetur primo terna recti, recta é centro infinita recté bisecante radium inscriptum circulo ab extremo diametri. Nam cũ radius id est latus sexanguli recté bisecatur, bisecatur peripheria per 19 e 16. Itaque bisegmentum peripheriæ est $\frac{1}{12}$ totius perimetri, ideoque subtendit etiã $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum per 6 e 16, propterea que subtendit unam tertiam unius recti. Quare angulus *ou* est terna pars recti. Hæc prima sectio est anguli recti trifariam. Primum triangulum absolvatur perpendiculari á dicto extremo diametri concurrente cum bisecante in puncto, & absoluti latera menamur. Hic bisecans *io* est dupla perpendicularis *oe*. Nam *oe* si continuetur æqualiter sibi ipsi ad *u*, & connectatur cum *i*, duo triangula *oei* & *uei* fient æquiangula per 2 & 1 e 7, tumque anguli *oie*, & *eiu* æquales facient $\frac{2}{3}$ unius recti, itemque anguli *ioe* & *iue* æquales facient singuli $\frac{2}{3}$. Itaque totum triangulum *oiu* erit æquiangulũ, & ideo æquilaterum. Itaque latus *oi* æquale lateri *eu* erit duplum dimidii *oe*, id est dictæ perpendicularis. Quare si *oe* perpendicularis valeat 153, bisecans *io* dupla valebit duplum, nempe 306, cumque quadratum perpendicularis 23409 subduxeris à quadrato secantis 93636, restabit pro quadrato secũdi cruris seu radii per 5 e 12, 70227, cujus latus erit 265 ac paulo plus, sic 265 †; atque ita primi trianguli latera nobis dimensa erunt: unde quia quantitas majoris ad candem est major quám minoris, ratio radii *ie* ad perpendicularem *oe* fit major, quám 265 ad 153. Hoc triangulum lateribus ita dimensum fundamentum est universæ propositionis ad fabricam problematis, & ad rationem theorematis. Ab hoc enim principio ducitur quadruplex bisectio tertiarii anguli, laterumque in quatuor reliquis triangulis similis inventio. Bisecetur itaque primo angulus *eio* ducta *iy* recta: ut igitur *oi* ad *ie*, sic *oy* ad *ye* per 12 e 6, & per primã compositionem, ut *oi* & *ie* ad *ie*, sic *oy* & *yi* ad *ye*, & permutandó, ut *oi* & *ie* ad *oy* & *ye*, sic radius *ie* ad *ye* conterminũ segmentum. Sic igitur habetur in secundo triangulo mensura duorum particularium laterum. Atque ex hac conclusione lemma deducitur, quod erit postea commune in reliquis bisectionibus etiam partis secundæ.

Si recta bisecans angulum trianguli secuerit basim, crus simulutrumque erit ad basim, ut crus alterum ad conterminum basis segmentũ. Hic igitur ratio cruris simulutriusque 306 & 265 † id est 571 † ad 153 erit etiã ratio secundi cruris vel radii ad conterminũ segmentum perpendicularis, ideoque major ratione 571 ad 153. Itaque si segmentum valuerit 153, crus secundũ seu radius valebit 571 †. Sic igitur in secundo trian-

gulo duas perpendiculares è lemmate metiemur: ubi ſicuti perpetuo deinceps, numerus ſegmenti eſt qui fuit totius perpendicularis. Jam verò additis quadratis radii & contermini ſegmenti 326041 & 23409, totũ 349450 † erit per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis, quadratique latus pro ipſa biſecante erit $591\frac{1}{8}$. Hæc prima biſectio eſt tertiarii anguli, eaque dimenſio laterum ſecundi trianguli. Secunda biſectio ſequitur & triangulum tertium. Rurſus ergo angulus *yie* biſecetur, ducta recta *is*, & recti trianguli latus *ie* colligatur per lemma additis 571 † & $591\frac{1}{8}$ † totũ erit $1162\frac{1}{8}$ † ꝓ radio perpendiculari & majoris rationis ad *es* quàm $1162\frac{1}{8}$. fiant quadrata radii $1162\frac{1}{8}$ † & contermini ſegmenti 153 erunt $1350534\frac{33}{64}$ & 23409: totum autem per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis $1373943\frac{33}{64}$, totiuſq; latus erit $1172\frac{359}{2345}$ id eſt $1172\frac{1}{8}$ † pro ſecũda biſecante. Hæc ſecunda biſectio eſt, & hæc dimenſio laterum tertii trianguli. Tertió, biſecetur angulus *sie* ducta recta *ir*, & latus *il* quarti trianguli colligatur additis per lemma cruribus tertii: totum erit $2334\frac{1}{4}$ †. Hic radius ad perpendicularem erit majoris rationis quàm $2334\frac{1}{4}$ ad 153: & hæc dimenſio erit perpendicularium. Adde quadrata crurum $5448723\frac{1}{16}$ & 23409, totum erit pro quadrato biſecantis per 5 e 12, $5472132\frac{1}{16}$, totiusq; latus pro biſecãte $2339\frac{1216}{4679}$ id eſt $2339\frac{1}{4}$ †. Hæc tertia biſectio eſt, & hęc dimenſio laterum quarti trianguli, ubi jam habetur $\frac{1}{96}$ totius loci centrum occupantis. Sed ratio totius diametri ad ſegmentum perpendicularis non ſuccederet. Itaque angulus æqualis jam inventus aliter invenìendus eſt addendo æqualem angulum ad inventi anguli dimidium. Quapropter quarto & ultimo biſecetur angulus *rie* ducta recta *il*: Hic per lemma ratio radii *ie* ad ſegmentũ perpendicularis *el* eſt ratio ſimul utriuſq; cruris id eſt $4672\frac{1}{2}$ † ad 153. Itaq; major quàm $4672\frac{1}{2}$ ad 153, & cõtra ratio ſegmenti *le* ad radiũ *ei* minor quàm 153 ad $4672\frac{1}{2}$. Adhuc igitur ad multanguli ꝓpoſiti fabricã quintuplex anguli ſectio, & quintuplex triangulũ fuit, prima ſectio fuit trifariã, ut $\frac{1}{3}$ haberetur: deinceps tertiarius angulus quadrupliciter eſt biſectus, ut haberetur $\frac{1}{48}$ unius recti: prima enim biſectio fecit $\frac{1}{6}$, ſecũda $\frac{1}{12}$, tertia $\frac{1}{24}$, quarta $\frac{1}{48}$. Ponat̃ jam angulo *lie* ęqualis angulus ad *i*, qui ſit *lim*, id eſt angulus *lie* duplicet̃, angulus *lim* erit (ut prædictũ eſt) $\frac{1}{24}\frac{1}{4}$ quatuor rectorũ, id eſt totius circa centrũ loci $\frac{1}{96}$. Quare *lm* erit latus multanguli circũſcribendi laterũ 96, & nonagies ſexies deinceps paribus intervallis circa peripheriam circũſcriptũ totã figuram cõplebit. Hoc artificũ fuit quintuplicis ſectionis in angulo, & trianguli perpetua laterũ à primo illo perpendicularis duplo ſeries & cõtinuatio. Quaꝓpter primæ partis problema ejuſmodi fuit: theorema multó brevius inde ſequitur, ut cõparet̃ perimeter circũſcripti multanguli ad diametrũ inſcripti circuli: & numero definiatur exceſſus perimetri ſupra diametrũ. Quoniã igitur oſtenſus eſt radius *ie* e *el* habere majorẽ rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153: ipſius autem radii *ie* dupla eſt tota diameter *ae*: ipſius verò *el* dupla *lm*. Quare cum partes multiplis ſint proportionales, tota diameter *ae* ad totam *lm* majorem habet rationem quàm $4673\frac{1}{2}$ ad 153. Tum multiplica latus *lm*, id eſt 153 per

96, fa-

96, facies 14688 pro tota perimetro circumscripti: quam si dividas per diametrum, triplam esse perimetrum diametri comperies, & praeterea majorem $667\frac{1}{2}$. Nam si à numero perimetri ter per partes subduxeris numerum diametri, id est si primo ter tollas 4673, restabunt 669: deinde si ter etiam tollas $\frac{1}{2}$ de 669, restabunt $667\frac{1}{2}$ reliqui summa in Archimedis & Eutocii litera: quae quidem minor est, quàm septima pars diametri $4673\frac{1}{2}$. Nam si putes unam septimā esse, multiplica $667\frac{1}{2}$ per 7, factus erit $4672\frac{1}{2}$, qui numerus est minor unitate quā diameter. Concludamus igitur cum Archimede, perimetrum multanguli circumscripti dato circulo triplam quidem esse diametri circularis, sed paulo minorē sesquiseptima, nempe unitate unius septimae, ideoque & peripheriam inscripti circuli triplam illam quidem etiam esse, sed multo minorē sesquiseptima, quia contenta peripheria inscripti circuli minor est continente perimetro circumscripti nonasexanguli.

Secunda pars, quod peripheria ad diametrum sit tripla, & multo major quam sesquioctava.

Secunda pars deinde sequitur de inscripto multangulo, quodque inscripti peripheria sit tripla, & plusquam octava. Problematis fabrica de inscribendo nonasexangulo quintuplici, ut antea & anguli sectione, & triangulo similiter utitur. Theorematis ratio superiori item consimilis. Sed problema praecedat. Praeponatur hic totum diagramma, ut prius. Esto itaque circulus, eiusque diameter *ai*, & prima sectione recta *ae* secet tertiam partem anguli recti, connectatq; rectam *ei* inscriptam & aequalem radio. Angulus enim connectentis & diametri, erit tertia pars recti, ut patebit ducto radio à centro in angulum *e*. Triangulum enim *ioe* est aequilaterum, ex tribus radiis, & angulus *ioe* aequilateri trianguli valet $\frac{2}{3}$ recti. at est in centro. Itaque per 5 e 16 est duplus anguli in peripheria *iae*. Quare angulus *iae* est tertia recti.

Haec prima sectio est, primum autem triangulum est *aei*, cujus latus *ai* est duplū lateris *ie*, diameter nempe sui radii. Itaque si radii *ie* mensura sit 780, diametri *ai* mensura erit 1560. Jam vero tolle 608400 quadratum radii *ei* à 2433600 quadrato diametri, restabunt per 5 e 12, 1825200 pro quadrato connectentis, cujus latus erit paulo minus quàm 1351. atque ita notabitur 1351 —. Itaque secans *ae*, habebit minorem rationem ad *ei* quàm 1351 ad 780. Sic igitur primi trianguli dimensa latera sunto: deinceps sequitur quadruplex bisectio. Primo bisecetur angulus *eai* ducta recta *au*, & connectatur cum diametro per rectam *ui*. Jam ratio *ai* ad *iy*, est ratio *au* ad *ui*. Hic enim duo triangula majus *aui* & minus *yui* sunt aequiangula. Nam duo triangula *aey* & *yui* sunt aequiangula. Rectus enim ad *u* aequalis est recto ad *e* per 18 e 16, & anguli ad verticē *y* sunt aequales per 2 c 8 e 5. Ergo reliquus *uiy* reliquo *eay* est aequalis, ideoq; & aequalis aequali *uai*, & communis est angulus, qui ad *u*. Itaque per c 3 e 7, reliquus *aiu* aequalis reliquo *iyu*, ideoq; triangula proposita aequiangula, & ut *au* latus

latus majoris trianguli ad *ui* latus homologum minoris, sic *ai* ad *iy*, ac per lemma, ut *ai* ad *iy*, sic *ea* & *ai* ad *ei*. Itaque ratio *au* ad *ui* est ratio *ea* & *ai* ad *ei*. Hic enim numerus perpendicularis manet, qui postea tamen variat nō ratione, sed terminis rationis. Jam addito *ae* & *ai*, id est 1351— & 15601, totum 2911— erit *au*: Deinde addantur quadrata secantis & connectentis 8473921 — & 608400, totum erit 9082321, pro quadrato diametri per 5 e 12: totiusque latus erit 3013 $\frac{41512}{6027}$ id est 3013$\frac{3}{4}$ pro diametro, ideoque diameter *ai* ad connectentem *ui* erit minoris rationis, quàm 3013$\frac{3}{4}$ ad 780. Atque hæc prima bisectio est anguli, eaque dimensio laterū secundi trianguli. Secundo bisecetur angulus *iau* per rectā *as*, & secans cōnectatur, triangula erunt æquiangula, ut antea, ratioque secātis ad cōnectentem erit ratio diametri ad segmentū, ideoque per lemma, ratio 2911— & 3013$\frac{3}{4}$ id est 5924$\frac{3}{4}$— ad 780. Reducito ad integros utrumque terminum multiplicando per 4, habebis integros 23699 & 3120, integrosque reducito ad minimos per divisorem maximum 13, id est summe utriusque $\frac{4}{13}$ ratio reducta erit 1823 ad 240. Antea numerus segmenti

fuit

fuit semper idem. Hic primum connectentis numerus variatur terminis. Adde quadrata reductorum 3323329 — & 57600, totum erit per 8 e 12 pro diametro 3380929, totiusque latus erit $1838\frac{9}{11}$. Quare diameter *ai* ad connectentem *is* est minoris rationis quám $1838\frac{9}{11}$ ad 240. Hæc secunda bisectio est, & dimensio laterum tertii trianguli. Tertio bisecetur angulus *sai* per rectam *ar*, triangula (ut ante) erunt æquiangula, ratioque secantis ad connectentem erit ratio diametri ad segmentum, ideoque per lemma ratio 1823 — & $1838\frac{9}{11}$ — id est $3661\frac{9}{11}$ — ad 240. Reducito ad integros multiplicando per 11, facies 40280 & 2640, & integros reducito ad minimos per 40, id est sume utriusque $\frac{11}{40}$, ratio reducta erit 1007 — ad 66: quadratis 1014049 — & 4356 additis, totum erit pro quadrato diametri 1018405, latus $1009\frac{315}{2019}$ id est $1009\frac{1}{6}$ — Quare diameter *ai* ad connectentem *ir* est minoris rationis quám $1009\frac{1}{6}$ ad 66. Hæc tertia est bisectio & dimensio laterum quarti trianguli. Quarto bisecetur angulus *rai* per rectam *al*, triangula erunt, ut antea, æquiangula, & ratio diametri ad segmentum erit per lemma ratio simul utriusque 1007 — & $1009\frac{1}{6}$ — id est $2016\frac{1}{6}$ — ad 66. Hic nulla reductio est, adde quadrata $4064828\frac{1}{36}$ — & 4356. totum erit pro diametri quadrato $4069284\frac{1}{36}$ latus $2017\frac{995}{4035}$ id est $2017\frac{1}{4}$ — pro diametro. Quare diameter *ai* ad *il* est minoris rationis quám $2017\frac{1}{4}$ ad 66. Contraque latus *il* ad diametrum *ia* est majoris rationis quám 66 ad $2017\frac{1}{4}$. Hæc quarta est bisectio & dimensio laterum quinti trianguli. Atque hoc ultimum bisegmentum est $\frac{1}{96}$ perimetri, neque modus ille duplicati anguli é prima parte huc repetitur, quia sumitur tota diameter, non radius ut illic. Hic veró $\frac{1}{3}$ recti subtendit $\frac{1}{6}$ totius peripheriæ, ideoque est $\frac{1}{6}$ quatuor rectorum. Itaque prima bisectio facit $\frac{1}{12}$, quatuor rectorum, secunda $\frac{1}{24}$, tertia $\frac{1}{48}$, quarta $\frac{1}{96}$: quæ ideo subtendunt totius peripheriæ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{96}$. Ergo hæc problematis fabrica est. Nam si nonagies sexies inventum latus peripheriæ deinceps inscribatur, multangulum erit inscriptum 96 laterum æqualium. Theorematis ratio succinctior etiam hic est. Nam cum latus nonagesimũ sextum inscripti multanguli valeat 66, jam multiplica 96 per 66, tota perimeter inscripti valebit 6336. Divide igitur per partes, ut antea primo 6336 per 2017, quotus erit 3, & restãt 285, é quibus tolle ter $\frac{1}{4}$ id est $\frac{3}{4}$, remanebũt $284\frac{1}{4}$ dictæ perimetri, quæ reliqua majora sunt $\frac{10}{71}$, ideoque majora etiam sunt $\frac{1}{8}$. Itaque perimeter inscripti multanguli superat diametrum circumscripti circuli triplo & sesquioctavo, ideoque peripheria circumscripti circuli multó magis superat. Quamobrem ut tota archimedeæ propositionis sententia concludatur, peripheria circuli est tripla diametri & fere sesquiseptima, minor enim est sesquiseptima, major autem sesquioctava, sed propior sesquiseptimæ: Illic enim deest unitas unius septimæ: hic reliquum partibus plurimis majus quàm $\frac{10}{71}$, & ideo quàm $\frac{1}{8}$.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER 13. IN *definitiones quinti libri.*



Quintum librum Scholiaſtes græcus Arcadius nempe vel Pappus, vel quod apparet é 19 p 10, Proclus refert ad Eudoxum Platonis præceptorem, quem tamen Proclus ſodalem Platonis efficit, & ſcopum ait eſſe libri de analogiis, & certé de ſolis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc eſſe communem Arithmeticæ & Geometriæ, & quidem multis partibus logicus eſt, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inverſæ, alternæ, continuæ proportionis, reliquarum tamen partium doctrina eſt arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem cõplexa eaque valde manca: de rationibus duæ tantum definitiones ſunt, de proportione continua mirum præter duas definitiones ſilentium. Sed elenchus toto libro perpetuus eſt logicæ & arithmeticæ ad poſteriorem materiam de magnitudinibus alligatæ: cum tamen geometricum de magnitudinibus nihil feré ſit, niſi forte in tertia & quinta definitione propter unum *ὁμογενῶν* verbum. Hoc igitur ſemel in univerſum admonitum ſit, bis peccaſſe in logicam legem *καθ' ὅλου πρῶτον* Eudoxum, qui logicam & arithmeticam analogiarum magnitudinibus attribuerit. Utilitas veró doctrinæ de rationibus & proportionibus plane ſingularis eſt, ſed ea nihilo minor erit, imo partibus multis uberior, ſi ſuo loco & ordine perdiſcatur. Neque noſtræ ſcholæ ſunt ſolum de utilitate, ſed de doctrinæ methodo & facilitate. Sed procemii ſatis eſt. Definitiones primum novendecim conſideremus: tum accedemus ad propoſitiones. Primis definitionibus duabus opponuntur pars & multiplex.

1 *Pars eſt magnitudo magnitudinis minor majoris, quando minor dimetitur majorem.*

2 *Multiplex autem major minoris, quando major dimenſa eſt á minore.* Primum quid caſibus majoris & minoris hic opus erat? nõne ſatis erat quod minor metiretur majorem, & major dimenſa eſſet á minore? Sermonis enim genus inſolens: Deinde metaphora geometrica in verbo metiri hic non minus eſſet inſolens, niſi elencho illo magnitudinis pro numero uſurpatæ tegeretur. Pars vero logicum nomen eſt oppoſitum toti, ut 9 ax 1 uſurpatur (totum majus parte) generaleque ad partem quotam, quæ modo pars appellatur, & ad partes, quæ poſtea pro quanta parte dicentur. Illa Campano eſt multiplicativa, hæc aggregativa, denique ut duplum, triplum, quadruplum, multiplex dicitur, ſic oppoſita pars ſubduplum, ſubtriplum, ſubquadruplum. Multiplex autem arithmeticam ſpeciem inæqualitatis ſignificat. Atque in iſta doctrina multiplicis & partis unum genus rationum comprehenditur. At ſuperparticulare & ſuper-

ſuperpartiens, cæteraque inde compoſita genera in totis elementis nulla uſquã docentur: πολλαπλάσιον tamen generaliter interdum ſumitur pro multo majore, ut ab Ariſtotele in machanicis de rhombi diametris.

3 *Ratio eſt duarum magnitudinum homogenearum ſecundum quantitatem inter ſe quædam habitudo.* Hæc definitio (ſi habeat pro magnitudinũ, rerũ) tota logica ſit. Homogenia autem in comparatione geometrica ſolum requiritur: In numeris homogenia nulla requiritur. Omnes enim omnino ſunt inter ſe comparabiles, & comparationis ratio in his quælibet explicabilis etiam numero. In geometricis autem rebus videtur ratio homogeniam poſtulare: ut lineæ inter ſe, non cum ſuperficie, & ſuperficies inter ſe, non cum corpore, corpora denique inter ſe comparentur. Nec tamen in omnibus homogeneis ratio ipſa explicabilis eſt. Eſt enim aliquando ἄλογος καὶ ἄῤῥητος ſurda & inexplicabilis: ut inter latus & diagonium quadrati, inter axem & latus icoſaedri & dodecaedri, imo vero ratio iſta quam ſibi definiendam proponit Euclides æqualitatis & inæqualitatis, communis eſt omnium rerum: lineaque ſuperficiei corporique comparari poteſt, ſic 14 lib. elementorum comparantur corpora, ſuperficies, lineæ inter ſe, & ſic lunula Hippocratis quadratur, & anguli obliquilinei rectilineis æquantur, ut antea demonſtratum eſt: Tumque in utroq; ſpectatur una dimenſio: neque quicquam novi affert iſta Euclidis definitio, quod non antea vel grammatica docuerit, quæ res jubet comparari tantum homogeneas. Virtus eſt auro nobilior, utrumque igitur nobile. Scævola juriſperitorum eloquentiſsimus, Scævola igitur juriſperitus: neque vero quod animadverterim aut meminerim definitio hæc poſtea ad ullum uſum appellatur. Campanus hic docet ab Euclide rationem recté eſſe definitam, quia Ariſtoteles ait proprium eſſe quantitatis æquale, vel inæquale dici. At non videtur Campanus ſatis animadvertere quantitatem hanc logicam eſſe omnium entium, etiam non entium communem differentiam, ut Ariſtoteles nominatim in metaphyſicis docet, ut docet etiam in topicis locum eſſe communem omnium rerum á paribus, majoribus, minoribus. Itaque ratio pro generali comparatione quantitatis æqualis vel inæqualis non juſtius hic definitur, quam definiretur ſpecies vel ſyllogiſmus.

4 Proportio veró eſt rationũ ſimilitudo. ἀναλογία deinceps ſeu proportio conſimili logica definitur, & quidem elencho abſurdiore, præſertim ab Ariſtotele commonſtrato. Ariſtoteles enim 5 cap 1 poſt. ait ἀναλογίαν τὴν ἐναλλάξ non eſſe numerorum, neque magnitudinum, & ſophiſticam talem eſſe doctrinam numeris aut magnitudinibus accommodatam: unde & ἀναλογίαν ἀνάπαλιν (quæ communior eſt) cum proportioni & disjunctæ & continuæ conveniat, magis etiam logicam eſſe intelligimus. Ariſtoteles tamen 3 cap 5 lib ad Nicomachum videtur attribuere numeris analogiæ doctrinã, cum ait: τὸ γὰρ ἀνάλογον οὐ μόνον ἐστὶ μοναδικοῦ ἀριθμοῦ ἴδιον, ἀλλὰ ὅλως ἀριθμοῦ. Analogia non ſolum eſt abſoluti numeri propria, ſed omnino numeri, tanquam diceret analogiam eſſe numeri quidem propriam, ſed ita ut numeratis rebus conveniat. Verum cum idem

ait, ut sutor est, ad calceum, sic architectus ad domum, non dicit rationem duplam sesquialteram, aut quampiam aliam numeratarum rerum, sed generaliter & logicé loquitur. Quare Aristoteles ille logicus accuratior est hoc ethico, qui tamen non pater Aristoteles, sed filius quibusdam videtur. Sed proportio definitur ab Euclide ὁμοιότης similitudo rationum, magis proprium videretur dicere ταυτότητα tanquam diceres identitatem, sicut septima definitio proportionales definit, qui habeant eandem rationem: sicut deinceps Euclides se rê perpetuó loquitur. Denique cum dicitur, Proportio est similitudo rationum, idem est ac si diceretur, Proportio est proportio rationum, quia similitudo & proportio est idem, & sic Aristoteles appellat. Postea autem in rebus geometricis similitudo videbitur species proportionis (tantum abest, ut sit genus) sic enim similes figuræ dicentur: At similes dicentur similitudine laterum, neque aliud erit similitudo, aliud proportio. Atque ut ratio est duorum terminorum, sic proportio est duarum rationum, proportioque rationum æqualitati terminorum respondet, & ut idem terminus æquatur eidem, ita in proportione ratio eidem rationi comparatur, & appellatur à græco interprete innominato λόγος λόγου ratio rationis: Attamen ut æqualitas & inæqualitas terminorum simplicium est, sic similitudo & dissimilitudo binorum: At penuria verborum dicitur ratio ratione major aut minor.

5 Rationem habere dicuntur quæ multiplicata sese possunt excedere. Arithmetica materies etiam hic est, & convenit numeris omnibus: non convenit autem magnitudinibus omnibus: ideoque tanquam homogenia hic iterum significatur, nec linea quantumlibet multiplicata possit excedere superficiem, aut superficies corpus. Verum duo quælibet entia rationem habent logicam, ut æqualia sint vel inæqualia: quamvis æqualitas vel inæqualitas neque numero neque mensura possit exprimi: In magnitudine autem prodesse possit hactenus ista definitio, ut homogenia requiratur. Ergo hoc alterum in quinto libro geometricum nonnihil est, præterea geometricum & magnitudinis proprium nihil erit.

6 *In eadem ratione magnitudines dicuntur esse prima ad secundam & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquemultiplices, secundæ & quartæ æquemultiplices secundum quamlibet multiplicationem, utraque utramque aut una deficiunt aut una æquant, aut una excedunt sumptæ inter se.*

Hæc definitio si perspicue loqueretur, materiam logicam ostenderet in aliqua proportionis explicatione: At valde lubrica est. Nec enim si terminorum primi & tertii æquemultiplices secundi & quarti æquemultiplicibus secundum quamvis multiplicationem sint vel una majores, vel una æquales, vel una minores, ideo simplices propositi perpetuo proportionales erunt. Satis enim est ad veritatem disjunctivæ unam partem esse veram. Dentur igitur simplices termini non proportionales ut 4. 3. 5. 4. acci-

accidet disjunctionis hujus non unam, sed duas partes veras esse, ut tota definitionis enuntiatio falsa sit. Sumantur enim æquemultiplices alterni, ut hic vides.

4.	3.	5.	4
24	27	30	36
24	21	30	28

In primo exemplo primus terminus superatur à secundo & tertius à quarto: in secundo primus superat secundum,& tertius quartũ, & tamen dati non sunt proportionales. Quare in his duobus exemplis definitio vitiosa videatur. Ad defensionem autem euclideæ definitionis argumentum duplex facere videtur, primum quod in hac definitione verbum græcum ἅμα non una (ut convertitur vulgo) sed pariter latine reddendum fuerit, ut multiplicium alterna ratio directa sit eadem & par, quomodo videtur Campanus accepisse, ut in singulis exemplis excessus æqualitatis, defectus sit eadem ratio: ac tum exempla illa duo non congruerent, quia non esset ubique par neque excessus, neque defectus.. Secundum est quod voces disjunctivæ ἢ.ἢ. ἢ. irrepserint pro ϗ ϗ ϗ id est καὶ,καὶ,καὶ,&,&,&. Sic enim voculæ illæ in scriptura vulgo contrahuntur: quam ad rem facit Theon ad 4.7.11.12.13.16.17:22.23 p 5: item ad 1, & 33 p 6 & ad 25 p 11: In quibus demonstrandis adhibet definitionem hanc non disjunctivé, ut hic exprimitur sed conjunctive & per conjunctionem connexivam. Si æquale, æquale, si majus, majus, si minus, minus: quomodo 1 p 6 demonstrat proportionem triangulorum cum basibus.

Si basis æqualis, triangulum æquale, si major majus, si minor minus: quomodo & Archimedes usurpat ad 1 p Helicum. Sed quid ista longius repeto, cum Euclides ipse quartam propositionem quinti é conversa hujus definitionis fecerit, ut etiam quidam interpretes adnotarunt, & pro triplici ista excessus, defectus, æqualitatis differentia dixerit eandem rationem habentes, id est proportionales, ut tota definitio & antecedens & conversa ita sit. Si quatuor magnitudinum æquemultiplices alternæ sint proportionales, datæ proportionales erunt: Et si datæ sint proportionales, æquemultiplices alternæ etiam proportionales erunt. Verum ut hæc utraque defensio vera sit, attamen nihil admodum defendet: neque enim proportio ex illa triplici differentia satis accuraté concluditur, cum fallacissimus in isto argumento sit elenchus. subtensa æqualis subtendit peripheriam æqualem, major majorem, minor minorem: ergo subtensæ sunt proportionales peripheriis: falsum Ptolemæus convicit. Talis elenchus antea item refellitur à Jordano, item ab Euclide 8 th. 1 Opti. Deinde ut elenchus iste non subesset, nihil tamen definitione istá definietur. Neq; enim hic docebitur quid sint proportionales, sed alternatio proportionalium proponetur, quæ definitur postea definitione hujus libri undecima & duodecima.

Denique docebit ista definitio simplices terminos esse proportionales, quorum multiplices alterni fuerint proportionales, & quidem multiplices triplici genere rationis defectus, æqualitatis, excessus. Itaque hysterologia duplex est in una definitione, definitur generalis proportio datorum per specialem proportionem multiplicium, secundo proportio directorum per proportionem alternorum: Sed inde absurdiora postea erunt, cum pleræque propositiones illæ (quas diximus) ex sese claræ per hoc bellum principium demonstrabuntur. Harum enim demonstrationum gratiâ definitio hæc ab authore quisquis hic fuit, conficta esse videatur: sed quales hæ sint demonstrationes in propositionibus ipsis ita demonstratis intelligi poterit: assumptio enim categorica ex hac hypothesi nulla erit. Sed de triplici alternationis differentia rursus ad 12 d 5. Quare talis definitio tollatur è mathematis.

7 *Eandem rationem habentes magnitudines proportionales vocantur.* Hæc definitio materiam logicam habet, confirmatque id quod dixi, proportionem melius definiri identitatem quàm similitudinem: & potest tamen proportionalium definitio è definitione proportionis intelligi.

8 *Quando verò æquemultiplicium magnitudinum, primæ quidem multiplex superat secundæ multiplicem, tertiæ vero multiplex non superat quartæ multiplicem, tunc prima ad secundam majorem rationem habere dicitur quàm tertia ad quartam.* Hæc definitio logicam rem habet, docetque dissimilitudinem quandam, & tanquam diceres disproportionem, & sic Campanus ait improportionales definiri: Sed tamen definitionis hujus manifestus est elenchus, quia definit tantum per inæqualitatem majorem multiplicem, cum tamen possit per terminos superparticulares superpartientes per subalternos, ut sexta definitio præcipue voluit, perque reliqua omnino rationum genera proportio variari. Sed ut ex generali ratione proportionales termini cognoscuntur, qui habent eandem rationem, sic & non proportionales qui non habent. At dissimilium seu disproportionalium mathematica nulla est. Ergo ista definitio inanis & supervacua est, non vitiosa solum, sed adhibita est ab Euclide ut demonstrari posset 8 13 p 5. quæ demonstrationes quales sint hinc intelligi potest, cum tali sophismate concludatur, & tamen sine definitione ista nihil definiente tam poterat quidlibet demonstrari per negationem proportionalium.

9 *Proportio minimum est in tribus terminis.* Logici erat definire proportionem continuam, quæ videtur hic ab Euclide compræhendi: Item & disjunctam. Attamen proportio continua melius definiretur quæ summum est in tribus terminis: Nam potest in duobus esse ut 2 ad 3, sic 2 ad 3, quo genere proportionis utitur Euclides 7 & 9 p 5: potest item in unico esse termino, ut 1 ad 1, sic 1 ad 1, quo genere algebra continetur. In quatuor esse non potest. Quare definitio ista, cum magnum quiddam dicere videatur, attamen nihil dicit. Quod si dixeris terminos

nos tres rationes distinctos esse, dicam quatuor isto modo terminos esse necessarios in omni proportione: quia duæ sunt rationes binorum terminorum. Et tamen si requiras quamobrem definitio ista quinto libro præcipue præponatur, nullam invenies: nihil enim liber quintus de proportione continua præcipit. Quare definitiones sex hanc logicam habuerunt.

10 *Si tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam habere rationem dicitur quam ad secundam: Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur quam ad secundam, & semper deinceps uno plus quandiu proportio fuerit.* 10 d 5. Euclides mirificam logicam variis locis adhibuit. E definitionibus antea ad 23 & 34 p 1, propositiones fecit, & faciet postea, nunc e quibuslibet sententiis facit definitiones, quæ tamen nihil definiant, hic enim nihil definitur, sed proprietas, eaque obscurior plerisque demonstratis ab Euclide propositionibus proponitur proportionis geometricæ continuæ, in qua duplicare, triplicare, & sic deinceps non est multiplicare per 2 & 3 aut alium deinceps numerum, sed est terminos rationis bis ter, aut sæpius ponere, & ita multiplicare ut hic vides. $\frac{2}{3}\frac{2}{3}(\frac{4}{9}$ hic ratio 2 ad 3 duplicatur item ut $\frac{2}{3}\frac{2}{3}\frac{2}{3}(\frac{8}{27}$ sic ratio 2 ad 3 triplicatur & in cæteris similiter. Sed in ista definitione λόγος διπλασίων καὶ τριπλασίων ratio duplicata & triplicata non est idem quod dupla & tripla, sed (sicuti docte Campanus interpretatur) ex duabus rationibus talibus composita, aut in se ipsam quadrate multiplicata, item & ex tribus talibus, aut in se ipsam cubice multiplicata, διπλασίων tamen verbo usus est Euclides 20 p 3 & 10 p 4 & 12 p 13, pro voce διπλάσιον, quomodo etiã Theodosius utitur 12 th. 3 de sphæ. & Ptolemæus 9 c 1 constructionis: Archimedes tamen de sphæra in 31 & 40 th. διπλάσιον λόγον ita dicit, ut hic Euclides διπλασίονα, & idem de circuli dimensione τριπλασίονα λόγον dicit pro τριπλάσιον, ut differentia perpetuo hæc observata non videatur. Verum quamvis decima ista definitio, non sit definitio, nec explicet quid sit, attamen quia principium per se clarum est, & protinus e multiplicatione rationum manifestum, postulatum esto, & tamen postulatum arithmeticum e compositione rationum. Et tamen inquam postulatum, quo non plus utitur liber quintus, quam proportione continua, quæ nona definitione comprehenditur. Quare definitiones nona & decima nullam rationem habent. Quamobrem in libro quinto præcipue statuantur. Euclides e decem primis definitionibus nullam postea propositionem proprie commentus est: ut septendecim est commentus e novem definitionibus reliquis.

11 & 12 verbis discrepant, re ipsa sunt eædẽ, homologæ magnitudines dicũtur esse antecedentes quidem antecedentibus, consequentes autẽ consequentibus: itẽ. Alterna ratio est sumptio antecedẽtis ad antecedentẽ, & consequẽtis ad consequentẽ: nec ὁμολογίας undecimæ definitionis aliud est quã ἐναλλαγὴ duodecimæ. Nec aliud est positis quatuor proportionalibus, antecedentia antecedentibus, consequentia consequentibus esse homologa, quam sumptionẽ antecedẽtis ad ante-

antecedentem, & consequentis ad consequentem; & si nomen hoc frequens est in elementis, ut in 4 & 5 p 6. aliquando tamen ὁμόλογον idem videtur esse, quod ἀνάλογον, ut 20 p 6. At secus est, ut illic apparebit. Pertinet autem hæc utraque definitio homologorum & alternorum ad rationem disjunctæ proportionis, & habet privilegium quoddam quod directa & inversa proportio habere non possit: ut proportionalium terminorum æquemultiplices alternæ quidem sumpti, directè autem tractati triplici sextæ definitionis differentia variari possint, ut hic vides in exemplo quatuor proportionalium triplicem differẽtiam æqualitatis, defectus, excessus.

2.	3.	4.	6.
12.	12.	24.	24.
14.	15.	28.	30.
18.	12.	36.	24.

Hæc differentia triplex accidere non possit, si sumantur æquemultiplices directi vel inversi, id est primi & secundi, tertii & quarti. Nam si simplices fuerint æquales, multiplices tantum æquales erunt, si sit excessus, erit tantum excessus, si sit defectus, erit tantum defectus, eaque videtur occasio fuisse sophismatis ad 6 d 5 comminiscendi: at simpliciter satis ad hoc erat alternæ proportionis definitio. Si directi sint proportionales, alternos proportionales esse: multiplices ad fidem proportionis nihilo plus erant quàm simplices, & si multiplices adhiberentur, æqualitas tamen sola fidem veritatis adferebat; nihil attinebat defectus, nihil excessus, cum fallere possint aliquando, ut dixi. Quare alternatio proportionis est ipsa quidem ex sese probabilis & laudabilis, sophisma veró sextæ definitionis inde ortum tollendum atque abjiciendum. Ex his duabus definitionibus commentus est Euclides tres propositiones 16 p 5 generalem, & 14 & 4 p 5 speciales.

13 d Inversa ratio est sumptio consequentis velut antecedentis, ad antecedentem velut consequentem. Aristoteli ista materies logica est: à quo etiam in logicis ἀνάπαλιν ἢ ἀνακάμψεις conclusio secundi connexi dicitur, sed aliud modo est inversio proportionis quæ utrunque est affirmata, cúm illic contra sit. Potest autem data analogia tribus modis inverti, ut hic vides é data proportione.

2	4	3	6
6	3	4	2
4	2	6	3
3	6	2	4.

In sin-

In singulis enim servatur proportio alia quidem atque alia, sed tamen proportio, nec omnino nisi alia proportio esset, proportio esset inversa, sed eadem.

Hinc propositio nulla facta est, sed consectariũ ad 4 p 5. 14 & 15 d 5. σύνθεσιν καὶ διαίρεσιν compositionem & divisionẽ appellant, quæ proprie additio & subductio dicitur. Elenchos autẽ ex iis axiomatis natos Aristoteles vocat elenchos compositionis & divisionis, tametsi compositionis & divisionis analogia non videatur logica, quia non sit communis omnium analogiarum, ut constat in Arithmeticis proportionibus differentiarum. Compositio triplex est. Prima definitur ab Euclide sic.

14 Compositio rationis est assumptio antecedentis cum consequente, velut unius ad ipsum consequentem, ut 4 ad 3, sic 8 ad 6: Ergo ut 4 & 3 id est 7 ad 3: sic 8 & 6 id est 14 ad 6: Euclides nomine generis hanc appellat speciem, & hinc 18 p 5 constituit. Duas reliquas compositionis species non definit, sed instituit inde propositiones. Secunda compositio est assumptio binorum antecedẽtium ad eundem consequentem, ut 8 ad 2, sic 12 ad 3. & ut 4 ad 2, sic 6 ad 3. Ergo ut 8 & 4 id est 12 ad 2: sic 12 & 6 id est 18 ad 3. Hinc ab Euclide factæ sunt propositiones duæ 24 p 5 generalis, & 2 p 5 specialis. Tertia compositio est assumptio omnium antecedentium ad omnes consequentes, ut unius antecedentis ad unum consequentem, ut 4 ad 3: sic 8 ad 6. Ergo ut 4 & 8 id est 12 ad 3. & 6 id est 9, sic 4 ad 3, vel sic 8 ad 6. Hinc duæ Euclidi factæ sunt propositiones 12 p 5 generalis, & 1 p 5 specialis. Triplici veró compositioni triplex divisio opponi potest. Euclides tamen opposuit tantum primæ & tertiæ, prima divisio sic est.

15 Divisio est assumptio exuperantiæ, qua exuperat antecedens consequentem ad ipsum consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 4 ad 3, sic 8 ad 6. Hic vides in uno exemplo primæ compositioni oppositam divisionem. Atque hic Euclides etiam generis nomine appellat hanc speciem, sed aliter peccat. Potest enim divisio esse minoris antecedẽtis, ut hic sicut 3 ad 8, sic 6 ad 16. Ergo ut 5 ad 8: sic 10 ad 16. Ex hac autem definitione facta Euclidi est 17 p 5. Addit huc Euclides aliam divisionem nomine τῆς ἀναστροφῆς id est reversionis.

16 Reversio est assumptio antecedentis ad exuperantiam, qua exuperat antecedens consequentem, ut 7 ad 3, sic 14 ad 6. Ergo ut 7 ad 4, sic 14 ad 8. ubi elenchus est superiori similis speciei pro genere: differentiam enim sumere debuit Euclides, sive defectus, sive exuperantia esset. Hæc divisio proprie nulli superiori compositioni opponitur, nec ex ea propositionem Euclides ullam faciet: potest tamen adhiberi, ut ad 13 p 10 adhibetur à quibusdam. Archimedes itẽ ad 18 p helicum ἀναστροφὴν adhibet, & quidem antecedentis minoris: Ergo hæc in Euclide divisio duplex. Tertia divisio est assumptio differentiæ antecedentis ab antecedente, ad differentiam consequentis à consequente, ut antecedentis unius ad unum consequentem, ut 12 ad 9, sic 4 ad 3. Ergo ut 12 ad 9, sic 8 ad 6. Hæc divisio respondet tertiæ compositioni: At Euclides ut neque é tertia compositione, sic neque é tertia divisione ullam definitionem fecit, fecit tamen é materia definitionis 19 p 5 generalem, & 5. 6 p 5 speciales. Reliquæ tres defini-

tiones conjunctam proportionem habent in æquatione: æquatio autem variis sophismatis ut analogiæ reliquæ ab Euclide & Theone obscurata est.

17 Ex æquo ratio est, quando positis pluribus magnitudinibus & aliis æqualibus multitudine binisque sumptis, & in eadem ratione fuerit, ut in primis magnitudinibus prima ad extremam, sic in secundis magnitudinibus prima ad extremam: aut aliter, sumptio extremorum per subductionem mediorum. Hic ratio ponitur pro proportione elencho superioribus simili. Deinde bis definitur idem, cum tamen definitio prior sit evidentior.

18 Ordinata proportio est quando fuerit ut antecedens ad consequentem, sic antecedens ad consequentem: fuerit autem ut consequens ad aliud quippiam, sic consequens ad aliud quippiam. Hæc definitio nō rationem ut prior, sed proportionem appellat, ita primum elenchum vitavit. At genus in definitione nō repetivit uti debuerat. Hinc tres propositiones factæ sunt ab Euclide, 22 p 5 generalis: 20 & 3 p 5 speciales.

19 Perturbata autem proportio est, quando tribus positis magnitudinibus, & aliis æqualibus ipsis multitudine est, ut in primis magnitudinibus antecedēs ad consequentem, sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: ut autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quippiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quippiam ad antecedentem elenchus est, quod generis definitio perversè iteratur pro nomine generis: Nec enim definitio generis tres tantum magnitudines proposuit. Hinc autem factæ sunt 23 p 5 generalis & 21 p 5 specialis, ita factæ sunt è definitionibus propositiones septemdecim: reliquæ octo 7.8.9.10.11.13.15.25, postulari debuerant, non proponi. Et quidem 7.11.13.15 in Logica potius, quàm in mathematica: Axiomata enim logica sunt in logicis etiam à nobis collocata.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 14. IN PROPOSITIONES QUINTI LIBRI.



Efinitiones quinti libri adhuc consideratæ sunt, considerentur deinceps propositiones logicis musis omnibus invitis & propositæ & demonstratæ, & collocatæ. Materies enim tota est principiorum, unde propositiones demonstrabiles confictæ sunt. Sunt enim septemdecim è materia definitionum antecedentium, ut speciatim jam declaravi: Octo reliquæ principia per se clara, & postulanda ideo fuerant. Campanus id vidit, definitionesque appellat modos arguendi, & ait ab Euclide postea demonstrari, idque Campano tam pulchrum visum est, ut à Theone præteritas quarundam definitionum & propositiones & demonstrationes ipse addiderit, quin sophisma tam crassum à mathematicis antea nōnullis reprehensum defendit, ut dicetur ad 7 p 5. Sed in Campano mirabilior etiā logica est adversus Amethum qui sextā definitionē demonstrabat multo justiore de caussa, quàm vel Euclides, vel Theon, vel Campanus reliquas definitiones demonstrarint. Ita Campanus in Ametho reprehendit elenchum in definitione unica, quē

in toto libro cũ Theone facit. Verumtamẽ demonſtrationes eiuſmodi, aut nihil demonſtrat omnino, aut demonſtrãt (ut neceſſe fuit) ẽ poſterioribus: deniq; ſpeciales generalibus antepoſitæ ſunt, & tamẽ ſpeciales quæ ſpecialẽ doctrinã nullam adferãt, ſed ſpecialis tantũ ſint exẽpli: ut quod tantũ generaliter præcipiendũ de omnibus proportionalibus erat, id proponitur per multiplex, quod ſimili matæotechnia fieri poterat per ſuperparticulare, ſuperpartiens, & reliqua rationũ genera. Et tamẽ ne quis tam inſolentẽ logicã in mathematicis admiretur, Ariſtoteles in prioribus analyticis effecit qui Eudoxi condiſcipuli logicã æmulatus ſyllogiſmorũ in tribus figuris definitiones pari apodictica demõſtravit: ut illic à nobis expoſitũ eſt. Ergo hæc ſingula in ſingulis propoſitionibus convincantur, ac præcipuè in ſex primis, quæ ſingulę ternos elenchos habent inſignes, quod principia proponant, quod nihil demonſtrent, quod ſpeciale anteponãt generali, id eſt omnibus judicii generibus ſophiſtica ſunt.

1 Eſt è definitione tertię cõpoſitionis, nuſquã tamen apud Euclidẽ conſtitutæ. Demonſtratio aũt ipſius lecta iterũ & iterũ relecta lectori attento & logico admirationem ſummã adferet, cũ in ea nullũ ſyllogiſticæ complexionis argumẽtum mathematicũ reperietur: quatuor ante libri elemẽtorum fuerũt, definitiones in quinto libro fuerunt novemdecim: è quibus tamẽ propoſitionis hujus rationẽ reddere Theon nullã potuit, nullamq; cauſſam proferre, quamobrẽ propoſitio prima vera eſſe videatur. Proponitur, Si partes æquemultiplices ſint partiũ, tam multiplex totũ totius futurũ, inductio ſpecialis exẽpli per lineas adhibetur, ſed in linearũ exẽplo partes ſunt duplæ partiũ. Ergo totũ totius eſt æquemultiplex, quod argumentũ propoſitio ipſamet fuit, præterea nullum. Hic fortaſsè dicetur huc afferri poſſe 1 & 2 d 5: itẽ 2 ax 1. At nõ affertur (inquam) à Theone, qui licet nominatim nõ appellet elemẽta quibus ad demonſtrandũ uti ſolet, ut Zambertus facit, attamen ſententiã, tota etiã verba profert: quod hic non facit. Quamobrem demonſtratio Theonis ad primam propoſitionẽ nullo principio ſuæ demonſtrationis utitur, neq; demonſtrat quidquã. Si partes ſint æquemultiplices partiũ, totũ totius tam multiplex futurũ: quod erat tamẽ demonſtratori propoſitũ, ſed exẽplo tantũ inducit. Tertiũ ſophiſma eſt è methodo. Si propoſitio dubia eſſet, ſi demõſtrabilis eſſet, debuit tamẽ ſpecialis poſtponi generali, ut è generali ſpecialis concluderetur, quia ut veriſsimè docet Ariſtoteles, generale ſpecialis eſt cauſſa. At prima hæc ſpecialis eſt ad 12 p 5. Quare tribus judicii generibus elenchus iſte triplicatus eſt, propoſitionis, demonſtrationis, methodi. Res proponitur tanquam dubia, quæ poſtulanda fuerat, demonſtratio ſpecie oſtentatur, nulla præſtatur, ordo rerum pervertitur.

2 Eſt è definitione ſecundus compoſitionis ab Euclide prætermiſſæ: demonſtratio autẽ licet referatur à Zamberto ad 1 p 5, attamen theſis non convenit à conſequentibus diviſis ad conſequentes totos, ſed argumẽtum hic item è principiis nullum eſt, neq; alia cauſſa ſpecialis hujus propoſitionis per multiplicem, perq; partem alia eſt ulla, quàm quæ generali propoſitione, ſeu definitione cõtinetur. Quare demonſtratio hæc nihilo plus demonſtrat, quàm prima demonſtravit. Atque hic alter elenchus eſt. Tertius autem elenchus è 24 p 5 deprehendetur,

quæ generalis eſt ad hanc ſecundam. Quare propoſitio ſecunda ſophiſtica eſt genere & propoſitionis, & demonſtrationis, & methodi.
3 Tres item elenchos habet, fit enim è materia æquationis ordinatæ definitæ 18 d 5:& nominatim æquatio hic appellatur: perinde veró poterant æquemultiplices aſſumi ſecundi & quarti: æquatio enim tam ordinata conſtitiſſet, imó ordinatior. Incipit enim Euclides à medio æquationis, & invertit ſaltem illud ordinis. Demonſtratio Theonis repetitur è compoſitione 2 p 5: ſophiſticè cùm cauſa (ut dixi) ſit æquationis non compoſitionis, denique propoſitio eſt ſpecialis ad 22 p 5.
4 p 5. Sophiſma item triplicat, primò eſt converſa 6 d 5; vel eſt è 12 d 5: Illic enim fuit. Si æquemultiplicia alterna ſint tripliciter proportionalia, & ſimplicia proportionalia eſſe: Hic autem eſt. Si data ſint proportionalia, alternè quoque eſſe proportionalia: Hoc igitur ſophiſma eſt in propoſitione: Demonſtratio autem petitur primum è 3 p 5, id eſt ex æquatione. At alternatio ſimplicior eſt: deinde petitur è 6 d 5. At ſi definitio illa principium ſit, converſa quoque principium debet eſſe, talis elenchus antea reprehenſus eſt ad 11 ax 1. & 17 p 1. Sed hic etiā res abſurdior eſt, quod converſa 6 e 5. demonſtratur per ipſammet converſam. Et tamen admirabili ſyllogiſmi ſpecie concluditur: Propoſitio connexa eſt ex illa definitione: Si ſumptis æquemultiplicibus triplex differentia æqualitatis exceſſus, defectus appareat, terminos ſimplices proportionales eſſe: aſſumendum igitur erat ſine cōnexione & conditione ulla, docendumq; in præſenti propoſitione hanc triplicem differentiam eſſe veram: Quod non docetur, ſed tanquā ex ſeſe manifeſtum aſſumitur: Sed in magnitudinibus 1 & 33 p 6 id magis apparebit. Deniq; hæc propoſitio ſpecialis eſt ad 16 p 5. & 13 p 7. Ex hac autem bella demonſtratione colligitur à Theone lemma, & inde corollarium, quo concluditur ἀναλογία ἀνάπαλιν definita 13 d 5. quo nihil ineptius, cùm hæc analogia non ſolum definitionis materia ſit, ſed materia magis generalis, quàm eſt analogiæ vel alternæ vel multiplicium terminorum.
5 Eſt è materia diviſionis tertiæ. Demonſtratio autem eſt è 9. 7. 11 p 5 nōdum demonſtratis. Ac ſiquis ad axiomata primi libri referat, cogitet axiomata illa rationis eſſe, non proportionis, qua de nunc agitur: & Theon licet non appellet in demonſtrando numerū propoſitionum, quibus utitur: attamen propoſitiones ipſas, quibus uti ſtatuit, totas recitat: ut jam dixi. Hic neutrum fecit: Deniq; propoſitio hæc ſpecialis eſt ad 19 p 5, & 11 p 7. ita ſophiſma ſimiliter triplicatum eſt.
6 Elenchi prorſus iidem ſunt cū proximæ ſuperioris propoſitionis elenchis: nebis idem repetatur. Quamobrem logica ſex propoſitionū ejuſmodi fuit, propoſitiones ſequentes minorem ſophiſticam habent. Quinque proximæ 7. 8. 9. 10. 11 p 5 binos elenchos habent. Materiam vero definitionis non habent ut ſuperiores proximæ, ſed materiam habent per ſeſe claram atq; manifeſtam, ideoque perinde poſtulādam: ſeptima omnino logica eſt. reliquæ tres in numeris ſaltem poſtulari poſſunt: Undecima tam axioma eſt, quàm illud. Quæ eidem æqualia: Hic primus in quinque propoſitionibus elenchus eſt. Secundus eſt ex argu-

mento

mento demonstrationis. Demonstrantur enim septima, octava, nona, cum per antecedentes hujus libri propositiones, tū præcipue per 6 & 8 d 5: quod sophismajam ante Campanum mathematicus aliquis reprehenderat, quia principia per se clara sophisticis definitionibus obscuraret: & illi mathematico postea Campanus logica mirabili resistit. Non sunt (ait) immediatæ propositiones, quas superficialis apprehensio immediatas esse judicat, quia non possunt uniri intellectui, nisi per quid est esse proportionem unam vel nō unam. Hæc & argumenta & verba sunt Campani: At perdocte Campane, concedo tibi tuam hanc propositionem non posse (inquam) intelligi, æqualia ad idem habere eandem rationem: & inæqualia ad idem, non habere eandem rationem, nisi cognoscatur quid sit una & nō una ratio. Verum assumptio tua falsa est, quod definiatur & una ratio 6 d 5, & major 8 d 5: Nec enim ratio major per illam 8 d 5, magis definitur quàm eadem per 6 d 5: Neque omnino est ulla in totis elementis hac de re definitio: Communis intelligentiæ & notionis est duplam duplæ, sesquialteram sesquialteri eandem esse, duplam sesquialteri non eandem. Quare demonstrationis argumentum magis etiam sophisticum est in 7. 8 p 5. quàm antea fuerat. Nona & decima demonstrant conversas per contradictiones antecedentium, sicuti conversas Proclus ait demonstrari, quod tamen ad 48 p 1 non est factum. At demonstratio non magis in conversis requiritur, quàm in antecedentibus requirebatur. Principia sunt antecedentia, itaque & conversa erunt principia: sic enim totis elementis habentur in principiis etiam conversiones principiorum, exceptis adhuc 17 p 1 & 4 p 5. in quibus tamen conversio Euclidi vel Theoni nulla visa est. Elenchus igitur demonstrationis in 7.8.9.10.11 p 5. talis est. Elenchus autem demonstrationis ad 11 p 5. absurdior etiam superioribus est per conversam 6 d 5. idque etiam Campanus animadvertit. Propositionem hanc (ait) quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones. Quæ eidem sunt æqualia, sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Hæc Campani verba sunt. Atqui mathematice eximie, syllogismi tui generalem propositionem vides, unde assumpta & conclusa tua specialis propositio est, & tamen syllogismum nullum hic vides? πόρισμα hoc unum ex illis est, quæ tertio scholarum mathematicarum libro diximus in elementis demonstrari. Ergo Euclides, Theon, Campanus syllogismi complexionem hic demonstrant, dato tamen antecedente. Assumptio enim hic & complexio proponitur. Sed rationes eidem eædem sunt æqualia eidem. Ergo sunt eædem vel æquales inter se. Talis demonstratio fuit anteà ad 30 p 1. sed hic etiā manifestior elenchus, quàm illic, & dicetur de hoc sophismate ad 14 p 7. Eadem igitur Euclidis, Theonis, Campani logica hic fuit.

12 Elenchus triplex est: primò sit theorema dubium è materia definitionis: Materies enim ista est tertiæ compositionis: ideoque definienda fuerat, non dubitanda. Hanc tamen definitionem in definitionibus Euclides non habuit, ut dictum est, sicuti tamen habere debuerat. Proponit autem Euclides hanc spe

ciem inverſè. At uſus directè exigit, ut compoſiti ſint antecedentes ad compoſitos cõſequentes, ſic ſint ſinguli ad ſingulos. Hic igitur novus elenchus eſt: Tum verò probatur per ſophiſma ſextæ definitionis modo converſæ, modo directæ, item per ſpecialem illam 1 p 5. ſecundus elenchus eſt. Hanc hyſterologiam Campanus animadvertit, & annotavit. Prima propoſuit de multiplicibus (ait) hæc proponit de omnibus proportionibus, unde eſt communior illa, eo quod omnis multiplicitas eſt proportio, non autem è converſo: Hæc Campanus de hyſterologia propoſitionis hujus, ubi tamẽ nullum ſophiſma ſentit eſſe, ſi ſpecialis propoſitio generali præponatur, & generalis per ſpecialem demonſtretur. At ſi generalis eſſet præpoſita, ſpecialis ſi quid opus eſſet, per conſectarium ſine demonſtratione alia concluderetur. 13 p 5 aggreganda eſt ad 7.8.9.10.11 p 5. Habet enim ſimiliter elenchum duplicem. Dubitat enim quod erat poſtulandum: deinde per ſophiſma 6 d 5 demonſtratur. Sed enim Campanus elenchum priorem hic etiam vidit, nec tamen elenchum pro elencho & ſophiſmate habuit. Aitque ſicut in undecima quod hic demonſtratur in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, videlicet quod ſi duæ quantitates fuerint ſibi invicem æquales, quæcunque una earum major, eadem major erit & reliqua. Hic Campanus ait eandem ſententiam eſſe modo de quantitatibus axioma, modo de rationibus theorema. At logicè admirabilis, ſi demonſtrabile fuerit hoc de rationibus, quod cõceptibile eſt de quantitatibus, ſyllogiſticæ demonſtrationis propoſitionem ante habebas claram & manifeſtam, in præſenti autem propoſitionis hypotheſi habes aſſumptionem, & complexionem, quid igitur dato ſyllogiſmi antecedente tam ſolicitus es in demõſtrando conſequente? Hic Euclidis, Theonis, Campani logicam rurſus intuemur in demonſtratione ſyllogiſticæ complexionis. Campanus etiam in ſophiſmatis accumulandis diligentior eſt, de majore tantum inæqualitate propoſuit Euclides, demonſtrat etiam Campanus de minore, item de converſa.

14 Dubitatur materia è 12 d 5: elenchus eſt propoſitionis, demonſtratur per ſe clarum principium, elenchus demonſtrationis alter eſt, præponitur propoſitio ſpecialis generali 16 p 5. elenchus eſt methodi.

15 referenda eſt ad ſex illas 7.8.9.10.11.13 p 5. Dubitatur enim principium, demonſtraturq; per 13 p 5 Cãpano: per 12 p 5 Theoni: At partiũ cum totis antiquior proportio eſt proportione 12 vel 13 p 5.

16 proponit materiam 12 d 5: hic elenchus primus eſt. Demonſtratio eſt præcipuè per ſophiſma 6 d 5: ſecundus eſt: tertius elenchus eſt methodi: Hæc enim generalis eſt ad 14 p 5: Campanus hic hyſterologiam videt, nec ſophiſticam arbitratur: admonet autem homogeniam terminorum hic requiri: quod in ſolis magnitudinibus tamen verum eſt, & verum tantum veritate geometrica, logicus enim ſenſus hic etiam in heterogeneis eſſe poteſt.

17 Duplex hic elenchus eſt, materies eſt 15 d 5: & Campanus hic etiam admonet demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas permutata. Demonſtratur autem præcipue per 6 d 5.

18 Duplex hic item elenchus eſt, quia materies eſt 14 d 5. Et Campanus etiam hic ait demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas cõjuncta. Demonſtratur autem per impoſsibile è duobus membris minoris vel majoris, cùm tamen res ipſa per ſe clara ſit.

19 Triplex hic elenchus eſt: materies enim eſt tertiæ diviſionis, ab Euclide tamen non definitæ: & demonſtratur per proportiones compoſitas & diviſas, nihilo clariores. Ex hac autem demonſtratione Theon probat ἀναστροφὴν definitã 16 d 5: cùm tamen definitio per ſe clara eſſe debuerit. Tertius hic elenchus generalis propoſitionis poſtpoſitæ 5 p 5 ſpeciali. Campanus autem ex eadem demonſtratione demonſtrat proportionem ἐναλλὰξ, quam Theon demonſtravit ad 4 p 5: ut appareat iis demonſtrationibus nihil eſſe prorſus indemonſtrabile tali genere demonſtrationis.

20 Triplex eſt elenchus, primus è materia 18 d 5: ſecundus quod demonſtratur per 8 p 5. & per 13 d 5. cum tamen datis quatuor proportionalibus per ſubductionem mediorum, ſola proportionis definitio differentias tres illas concluderet minus obſcurè. Tertius elenchus eſt, quod ſpecialis præponitur generali 22 p 5. tametſi ſpecies ordinata non exprimitur hac propoſitione. Hyſterologiam Campanus videt, ſed excuſat Euclidem, & Theonem ipſemet viri nomine, quod ſpecialis propoſita ideo ſit, ut per eam generalis demonſtraretur. At (inquam) demonſtrator acutiſsime, generalis contrà præponenda fuerat, ut per eam ſpecialis demonſtraretur, & tamen quod hic mirabile ſit, Campanus idem reprehendit demonſtrantes hanc proportionem alterna proportione, quia neque intentio illa ſit Euclidis, & quia univerſaliter dictum demonſtrent particulariter: At intentio & uoluntas Euclidis pro lege & argumento demõſtrationis logicam Campani demonſtrat, & ipſemet cum Euclide Campanus propoſitionem generalem 22 p 5 per hanc ſpecialem, id eſt ut ipſe loquitur, generaliter dictum particulariter demonſtrabit. Ita Campani judicio Euclides in eo ipſo reprehenditur, in quo excuſatur: vel potius Campani mirabilis neſcio quæ ſophiſtica proditur.

21 Hic elenchus triplex triplici ſuperiori ſimillimus eſt: Materies eſt 19 d 5. & hic ſpecies perturbata exprimitur, cum ordinata antea non ſit expreſſa: demonſtratio ſimilis ſuperiori: propoſitio ſpecialis eſt ad 23 p 5 & 22 p 7.

22 Triplex elenchus eſt, primus quia eſt è 18 d 5: tametſi non magis ſpecies ordinata hic exprimitur quàm antea in 20 p 5: Demõſtratio autem generalis per ſpecialem, ſed item per ſophiſma 6 d 5. ſophiſma Campani valde traducit.

23 Elenchus ſimiliter triplicatur è 19 d 5: è demonſtratione generalis per ſpecialem 21 p 5. & per 6 d 5. hyſterologiaq; methodi eadem.

24 Elenchus triplicatur diſsimiliter: proponitur ſecunda ſpecies compoſitionis, ab Euclide tamen non definita: demonſtratio eſt per æquationem poſteriorem natura, ideoque obſcuriorem compoſitione, generalis denique illi 2 p 5. ſpeciali contra methodum poſtponitur: Hyſterologiam Campanus hic etiam adnotavit.

25. Gen-

25 germana est septem antecedentiũ 7.8.9.10.11.13.15 p 5. Proprietas enim est quædam disjunctæ proportionis è quatuor diversis terminis constitutæ: proportionalium autem omnium non est communis: ut hic vides 2. 3.2.3. quibus tamen proportionalibus utitur Euclides 7 & 9 p 5. Quamobrẽ videmus quinti libri sophisticam admirabilem, quæ definitiones convertat in propositiones, unde alias speciales propositiones instituat, cùm tamen definitiones solę usum fructumq́ totum contineant, quem propositiones & generales & speciales possint afferre: Quæ cætera illa principia per se clarissima convertat in dubias item quæstiones, omniaq́ insolentissimo genere & demonstrationis obscuret, & præpostero ordine confundat. Et tamen in hoc toto libro novemdecim definitionum & vigintiquinq́ propositionũ, cùm nõ geometriã materiã habeant definitiones 3.4.6.7.8.9.11.12.13. propositiones 4. 7. 8. 9. 10. 11. 13. 14. 16. reliquæ plane tum definitiones, tum propositiones ad Arithmeticam spectent, ut unicũ tantum ὁμογενῶν verbum geometrici generis proprium toto libro possit inveniri. Mirabile fuit ab Eudoxo, posteaque Euclide, Theone, Campano doctrinam talem magnitudinibus attributam esse tanquam geometriæ propriam: & quidem sophistica ista tam putida tamque fœtida Aristotelem etiam in demonstrandis syllogismorum definitionibus imitatorem habuit. Condiscipulus Eudoxus aliquam ingenii famam ex iis nugis cõsecutus erat: Turpe Aristoteli videlicet visum est nõ posse in logicis, quod Eudoxus in mathematicis potuisset.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 15. IN *definitiones sexti elementorum.*



Liber sextus est de proportione & similitudine planorum rectilineorum adhuc explicatorũ, & si superiores illi quatuor primi libri geometrici argentei sint, hic aureus esto. Tanto videlicet præstat proportio rationi, & generale, quod hîc traditur, speciali antea proposito. E' quinque definitionibus duæ sunt arithmeticæ secunda & quinta, duæ sunt geometricæ tertia & quarta: prima mista est é logico genere & geometrico. Propositionibus autem triginta duabus explicatur proportio rectilineorum tum communis, ut 21.22.25. Deinde specialis trianguli, triangulati, quadranguli, multanguli, trianguli propositione 1.2.3.4.5.6.7.8.15.19.32. unde sequũtur de lineis 9.10.11.12.13. triangulati 18.20.31 quadranguli parallelogrammi 24.26.27.28.29. parallelogrammi æquianguli 14.23. rectanguli 16.17. postremo etiam circuli 33. Atque hæc sexti materia est.

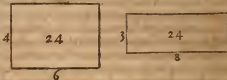
1 Similes figuræ rectilineæ sunt quæ & angulos æquos habent sigillatim, & ad æquos angulos latera proportionalia. Prima definitio definit similitudinem figurarum non omnium, sed planarum, nec omnium planarum, sed rectilinearum. Satis autem constat similium figurarum definitionem geometris difficilem fuisse. Aliter enim definitur similitudo sectionum circularium 10 d 3: nunc aliter

aliter rectilineorum: aliter 21 d 7 similitudo numerorũ planorum & solidorum: aliter 9. 10 d 11. similitudo solidorum: aliter 24 d 11. similitudo conorum, & cylindrorum. Generalius autem nihil videtur esse 21 d 7. ut similes figuræ sint idem quod proportionales, sed proportione laterum: quomodo etiam latera ipsa nominãtur proportionalia: deniq; similes figuræ jam nihil aliud sint, quàm quæ latera habent proportionalia, ut inde angulorum æqualitas oriatur. At id falsum esse quadratum & rhombus, oblongum & rhomboides arguunt, quę lateribus proportionalia esse possunt, non autem æquiangula: Neque tamen contrarium magis verum est, ut æqualitas angulorum faciat proportionem laterum: ut quadratum & oblongum sunt rectangula, ideoque æquiangula, neque tamen lateribus proportionalia, id in triangulis tantum verum est. Si æquiangula sunt, sunt etiam proportionalia lateribus, & contra: ut patebit ad 4 & 5 p 6. Quare similitudo duarum inter se figurarum definienda est argumento duplici & æqualium angulorum & laterum proportionalium. Facit æqualitas laterum æqualitatem angulorum, non contra: ut patuit 8 p 1. At hic generaliter neque proportio laterum facit æqualitatem angulorum, neque æqualitas angulorum proportionem laterum. Similitudinis autem & proportionis definitio generalis ad logicam attinet. At similitudo duarum figurarum specialem ejusdem qualitatis cõsiderationem habet in æqualitate angulorum & laterum proportione. Itaque non immutatur hic quidem logicæ definitionis decretũ, sed demonstratur specialis & propria geometricæ similitudinis qualitas: definitio tamen Euclidis & hoc loco & cæteris toties & tam specialiter discerpta logica non est: genus enim est unũ similitudinis geometricæ, ideoq; ex lege καθ' ὅλου πρῶτον generaliter definiendum fuit: unde per species figurarum omnium intelligeretur: in rotundis enim laterum loco erunt termini & diametri, in conis & cylindris axes & diametri basium, ut undecimo libro intelligetur: anguli veró in rotundis non qui sunt, sed qui possunt accipi, considerantur. Itaq; similes figuræ nobis definientur, quæ angulos habent æquales, & æqualium crura proportionalia: sed singulis postea locis id amplius etiam considerabitur.

2 *Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraque figurarum & antecedentes & consequentes rationes insunt.* Secunda definitio definit reciprocas figuras obscuré, quando antecedentes & consequentes rationes insunt in utraq; figura: reciprocatio dicitur Eutocio ad 5 p 2. Isorr. ἀντιπεπόνθασιν. Atqui in hac definitione verbum λόγοι rationes videtur irrepsisse pro ὅροι id est termini, mutatis nempe aspiratione in λ, & ρ in γ. Potest tamen λόγοι seu rationes retineri, ut intelligas rationem utramq; esse non totam in altera figura, sed partim in hac, partim in illa, quia terminus primus primæ rationis est in prima figura, secundus est in secunda: secundæ autem primus est in secunda, secundus in prima. Atque ita intelligetur in duabus figuris rectilineis ut latus primæ ad latus secundæ, sic latus aliud secundæ ad aliud latus primæ, ut in his duabus figuris vides.

Hic enim ut 4 ad 6, sic 8 ad 12, & tum ꝓportionis id ſt duarũ rationum, proin-

deq; terminorũ quatuor unus eſt antecedens, & unus conſequens in prima ſimiliter, & in ſecũda figura: & tamẽ in 14 & 15 p 6. 34 p 11. item 9 & 15 p 12. ubi reciprocatio hæc agit figuræ ipſæ non appellantur reciprocæ, ſed earum latera ut baſes & altitudi



nes dicuntur reciprocari, ſicut dixi ſimiles figuras á ſimilitudine laterum appellari. Itaq; figuræ ut ſimiles, ita reciprocæ dicentur à proportione laterum. Eſt verò notabile, quod hæc Euclidi eſt ἀντιπεπονθότα reciprocatio in figuris quæ in numeris Ariſtoteli ἀντιστροφὴ ἀναλογίας καὶ ἀναλογία ἀνάπαλιν, ut in arithmetica notavimus: unde intelligimus hic etiam Arithmeticam materiam tractari: & cum dicitur. Si 20 pondo deſcendant 2 horis, 40 deſcendent 1: hîc 20 & 2 primam figuram faciunt, 40 & 1 ſecundã, lateraq; reciprocantur, 20 ad 40. 1 ad 2: Ergo ſimilitudo figurarũ, & reciprocatio diverſæ ſunt, nec reciprocatio figurarũ eſt ipſarũ ſimilitudo, nam ſimilitudo requirit omnes angulos æquales & æqualiũ crura proportionalia, reciprocatio latera tantum quatuor requirit proportionalia, etiam ſi reliqua nõ ſint proportionalia, ut ad 19 p 6 poteſt intelligi cum demonſtratur æqualitas triangulorum è reciprocis lateribus. Deniq; reciprocatio figurarum non eſt ſpecies ſimilitudinis figurarum, imo ſimplicior & natura prior eſt: eſtque vel omnino arithmetica.

3 Extrema & media ratione recta ſecta eſſe dicitur quando ſit ut tota ad majus ſegmentũ, ſic majus ad minus. Hæc definitio geometrici generis tota eſt, declarat q; tropum quendã ſermonis, quo ratio media & extrema dicitur pro medio & extremo rationis termino. Secta enim ſic eſt linea, ut ipſa cũ duobus ſegmentis faciat tres terminos proportionis: ipſaq; tota ſit primus, majus extremũ ſit medius, minus ſit tertius. Itaq; definit ex cauſſa quod undecima ꝓpoſitio ſecundi ex effectu ꝓpoſuit. Proportio aũt rectarũ definita præcedere debuit, ꝓportio (inquã) illa divina, unde rectangulorũ ęqualitas propoſita in undecimã ꝓpoſitione ſecundi cõcluderetur. Itaq; hyſterologia hæc obſcuravit undecimæ illius ꝓpoſitionis cauſſam. Tractatur aũt materies hujus definitionis 30 p 6, & tractatũ 10 p 4, itẽ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 16. 17 p 13, ut inde geometrarũ ſtudiũ de hac ſectione ſit illuſtre & manifeſtum, & poſtea in res cæleſtes à Ptolemæo translatum.

4. Altitudo eſt omnis figuræ à vertice ad baſim perpendicularis acta. Hæc definitio item geometrica tota eſt, nihil logicũ vel arithmeticũ reſipit, definitio (in quã) toto genere figuras omnes cõplexa. Eſt enim cõmunis in planis rectilinei & circuli, in ſolidis pyramidis, priſmatis, ſphæræ, coni, cylindri, cõmunis deniq; figuræ, nec verò intereſt, utrum baſis eadem ſit, an producta, ut in triangulo obtuſangulo ſi baſis ad obtuſum fuerit. Altitudo aũt primo libro minus accuratè propoſita eſt. 35. 36. 37. 38. 39. 40 p 1. cum figuræ dicerẽtur in eiſdem parallelis,

pro-

ꝓ æquealtæ, ſicuti à nobis tũ declaratũ eſt. Eſt verò definitio hæc lõgè audacior definitione ſimilitudinis, cum generaliter definiat ſemel, illa ſpecialiter & toties, nulla tamen in Euclide ꝓpoſitio generalis eſt de altitudine, quæ tamen una maxime omniũ in geometricis rebus optanda fuerat, ut rurſus intelligẽ ad 1 p 6.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationũ quantitates in ſeipſas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hæc definitio diſputata nobis eſt ad 2 cap. 21. arithmeticæ, neque ideo fruſtra huc repetenda.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 16. IN *propoſitiones 6 l.*

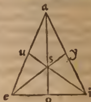


Ropoſitiones quinti libri non adſcripſimus ad verbum, neque hic & deinceps neceſſe erit.

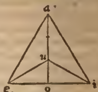
1 Theon hic demonſtrat per 6 d 5, ut quaſdam propoſitiones quinti demonſtravit. At enim demonſtratio Theonis vel Euclidis iſto loco imprimis ſophiſma 6 d 5 prodit. Syllogiſmi futuri quæſtio categorica eſt. Triangula æquealta ſunt ut baſes. Propoſitio ex illa 6 d 5 eſt hypothetica. Si differentia triplex æqualitatis, defectus, exceſſus accidat, ſumptis æquemultiplicibus alternis ſimplices eſſe proportionales. Aſſumptio igitur categorica eſſe debuerat hoc modo, ſed in iſta quæſtione ſumptis æquemultiplicibus triplicitas illa vera eſt: & ſic, & ſic, & ſic. At Theon pro iſta categorica & aſſeverata aſſumptione connexionem & conditionem rurſus uſurpat, cujus unam partem de æqualitate confirmat per 38 p 1, id eſt generalem probat per ſpecialem, reliquas de exceſſu defectuque ſine ullo antecedente principio ſibi poſtulat. Demonſtratio itaq; Theonis per 6 d 5 aſſumptione manca & imperfecta eſt; ſine qua tamen plane confirmata & probata planeq; categorica quæſtio concludi non poſſit. Itaq; Theon reipſa nihil aliud hic agit, quam ut inducat per ſpecies ęqualitatis, defectus, exceſſus, doceatq; ſi baſis æqualis, triangulum ęquale eſſe, unde aſſumit conſectarii cujuſdã loco, ſi major, tanto majus, ſi minor, tanto minus. Quæ inductio tametſi periculoſa eſt, ꝑter illa ad 6 d 5 ſophiſmata, attamẽ, quia vera eſt, teneatur: tales quædam inductiones quinto libro fuerunt pro demonſtratione. Colligitur deinde proportio parallelogrammorum ex illa ſic demonſtrata proportione triangulorum: Collectionis genus à natura priori probandum eſſet, dummodo ipſum prius eſſet accurate demõſtratum. Attamen ſi euclidea primi libri doctrina ad iſtam conferatur, circulus doctrinæ (ut antea prædictum eſt) parum logicus in Euclide invenietur. Itaq; primo libro triangulorũ ratio deducitur è ratione parallelogrãmorũ, hic cõtra proportio parallelogrãmorũ deducitur è ꝓportione triãgulorũ. Theon ad 54 p 10 hinc aſſumpſit. Itaque

Si rectæ ab angulis trianguli biſecant baſes, cõcurrunt in centro, & ab angulis radii triſecant triangulum. Nam centrum eſt in concurſu diametrorum, & hic ſingulę biſecantes ſunt diametri per 2 c 7 e 7. Sit triangulum *aei*, biſecantes *ao*, *ey*, *ui*. Hæ ſunt diametri.

Itaq; centrum est in s earum cõcursu per 3 c 5 e 4. Proclus lib 2 cap 7 ait perpendiculares ab angulis trianguli ad latera cõcurrere in uno puncto. Quod Regiomontanus repetit 32 p 1 de triangulis. Sed verum tantũ id fuerit ex hypothesi, si intus perpẽdiculares illæ fuerint, nec enim possunt esse in obtusangulo. Secunda pars patet in eodem exemplo. Nam triangula *aue* & *aui* per 2 c 7 e 7, item utrumq; *eou* & *uoi* quia æquealta in æquali basi, iis igitur detractis relinquuntur æqualia *aoe* & *aoi*, similiter ostendetur triangulum *eoi* æquari triangulo *eao*.

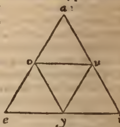


Et Perpendicularis á vertice æquilateri est tripla perpendicularis á centro in latus. Papp. 47 th 5, & Camp. 17 p 14, ut in *aei* triãgulo æquilatero perpendicularis *ao* est tripla perpendicularis *uo*. Nam ductis radiis *ue* & *ui* oblongum ex *eo* & *ou* æquatur triãgulo *eui* per 42 p 1, & similiter oblongum ex *eo* & *oa* æquatur toti triangulo triplo per antecedens consectarium trianguli *eui*. Itaque est triplum oblongi ex *eo* & *ou*. Ergo per 1 p 6 ut oblonga, sic bases basisque *ao* tripla basis *uo*.



2 Variis triangulis á Theone colligitur, quæ consectarium nobis est é 13 e 5. Hinc vero sequitur.

Si latera trianguli æquilateri bisecta connectantur, quadrisecabunt triangulũ in quatuor triangula æquilatera. Vt in *aei* tria extrema *aou*, *eoy*, *iuy* æquãtur per thesim & 4 p 1. De medio constabit per 2 p 6. Nam cũ *uy* secet crura proportionaliter, est parallela ipsi *oe*, ideoq; & *ou* parallela ipsi *ey*. Itaq; parallelogrãmũ est *oy* lateribus oppositis æquale per 34 p 1. Itaq; *ou* & *oe* æquãtur ipsis *ey* & *uy*, & similiter *au* æquabitur ipsi *oy*. Quare medium est æquilaterum extremis.



4 & 5 in unã nobis cõjuncta sunt. Est aũt in triangulis singulare hoc privilegiũ, quod æqualitas angulorũ concludit proportionẽ laterũ, & cõtra quod in quadrilateris (ut antea patuit 1 d 6) falsum sit. Respondet aũt modo quodã hæc ꝓpositio de ꝓportione triangulorũ, octavę primi de ratione triangulorũ, sed dissimiliter. Si triangula sunt æquilatera, sunt æquiangula: non cõtra. At hæc conversio valet ex æqualitate angulorũ ad laterum non æqualitatem, sed proportionẽ: item illa protinus ex axiomate æqualiũ angulorũ patuit. At non ista protinus é definitione similium figurarũ. Definitio enim similiũ figurarum duo cõplectitur, quæ singula hic separantur. Additur veró in utraque ꝓpositione ὁμόλογία laterum ad angulos æquales, quod cõsectarium potius esse debuit, á Theone itaq; non demonstratur, & quidem consectarium generale é quinta propositione ad 6 & 7 p 6. Continet veró 4 & 5 p 6 magnum prorsus & excellentem geometriæ usum in geodæsia rectarum, ut plenius in geometria nostra definietur. Hinc veró sequitur.

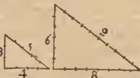
Si

Si duæ rectæ intersectæ connectantur rectis parallelis, segmenta sunt proportionalia. Vitellio 28 p 1, ut hic: æquiangula enim triangula fient, ut patet per alternos. Item.



Si triangula rectangula sunt similia, quadratum à simulutraque basi æquatur quadratis à simulutrisq; cruribus homologis. Theon 1 constr. quod cœlum rotundum. Ut hic.

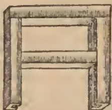
6 De proportione triangulorum respondet quartæ primi ratione triangulorũ, quodq; illa de ratione reliquorum angulorum ex æqualitate unius anguli & duorum laterum cõcludit, ista similiter concludit ex æqualitate unius anguli & proportione duorum laterum. Pars de homologis lateribus consectarium esse debuit, ut ante, patet enim è demonstratione reliquorum.



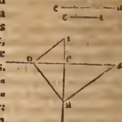
7 Verbis obscurior est: tria autem ponit, primo æqualitatem anguli unius, secũdo proportionem in cruribus aliorum duorum angulorum, tertio ut alteri reliquorum angulorum sint homogenei, id est ambo vel acuti vel obtusi, vel etiam recti.

8 Insignis est multiplici fœcunditate. In una enim propositione sunt propositiones quodammodo sex, quod totũ sit simile huic parti, quod illi, quod partes similes inter se; tres in duobus consectariis, quod perpendicularis sit media proportionalis inter basis segmenta, quod crus tum hoc, tum illud sit medium proportionale inter totam basim & segmentum lateri ipsi conterminum: quæ tamen omnia per duas tantum propositiones 32 p 1, & 4 p 6 demonstrantur. Usus veró propositionis etiam permagnus est in dimensionibus planorum. Ita que videtur in hac una propositione certare demonstrationis elegãtia cum doctrinæ fœcunditate, & usus atque utilitas cum utraque. Conversa etiam vera est, secus duæ inæquales essent media proportionales inter easdem datas. Hinc veró mesographus Platonis extitit, singulare platonicæ matheseos monimẽtum. Mesographus est parallelogrammum rectangulum latere uno mobili per cavum conterminorum laterum: cujus figura est ex Eutocio ad 2 th 2 de sphæra Arch. Sed Platonis mechanica jam dicatur.

Si duæ datæ rectæ rectè conterminæ infinite á contermino continuentur, mesographus incidens latere mobili & opposito in principia datarum, & angulis in continuatas, intersecabit é continuatis duas continuó proportionales datis. Sunto datæ *a e* & *i o*, quibus duas intermedias continue proportionales invenire lubeat, figura mesographo facta sic erit, & intersectæ *e o*, *e u* erunt continué proportionales inter datas per 8 p 6 bis assumptam. Nam ut *a e* ad *e u*, sic *u e* ad *e o*, & sic *o e* ad *e i*.



9 Generalis est ad 10 p 1, neque enim secat dimidiam partem tantum, sed qualemcumque, ut tertiam, quartam, quintam. Sed effectu tantum, non ratione & argumento generalis est. Recta autem quæ assumitur, laterum sectionem habet. Secas enim ab initio quantumlibet, tum si tertia secanda sit, ut hic secat Theon, secas præterea duas partes primæ æquales: si quarta secanda sit, secas tres, & sic deinceps.



10 Non unam partẽ proponit, ut superior, sed quotlibet & cujuscumq; rationis. Notabis autẽ in hac propositione, verbũ ὁμοίως similiter, pro proportionaliter: ut intelligamus aliquãdo Euclidi similitudinem idem esse quod proportionem. Eutocius ad 3 th. 2 de sph. Arch.

Si recta est ad partem ut simuluterque datæ rationis terminus ad alterum, secatur data ratione.

11 & 12 Respondent in numeris 18 & 19 p 9. neque tamen idcirco hæ sunt inutiles geometriæ, aut non geometricæ. Nec enim lineæ omnes sunt numerabiles aut explicabiles numero, ut latera quadratorum 3 & 5 : neque omnibus numeris propositis duobus vel tribus est tertius & quartus proportionalis numerus, ut etiã nominatim profitetur Euclides in Arithmetica, quærit enim utrum possibile sit. At omnes lineæ sunt explicabiles geometricẽ, & omnibus duabus vel tribus potest inveniri tertia & quarta proportionalis. Itaque non quæritur hic utrum possibile sit, sed constanter asseveratur.

13 Huic veró propositioni in numeris nulla respondet apud Euclidem, neque enim perpetuo est ut inter 3 & 5, neque si sit, inveniri tamen sine quadrati lateris analysi admodum possit: In geometricis autem res multo promptior & expeditior est, omniumque duarũ linearum & est & invenitur perpetuo & protinus media proportionalis. Huc potest aggregari & illud.

Si duarum rectarum major minimum dupla minoris fiat diameter circuli, minorq; extremæ diametro perpendicularis connectitur cum peripheria per rectam diametro parallelam, recta à connexione diametro perpendicularis erit æqualis minori & proportionalis inter segmenta majoris. Camp. 13 p 16. Ut hic vides.



14 Mirum videatur in hac propositione cur geometres non potius dixerit parallelogramma æquiangula, quàm æqualem angulum unum habentia, cum unicus æquari non possit uni quin reliqui separatim æquentur reliquis: Videtur autem voluisse crura designare æqualis anguli, quæ sola reciprocantur: Nam si duo rhombi comparẽtur æquianguli, singuli unius anguli singulis alterius æquabuntur, non tamen omnes omnibus. Est veró hic notabile quod antea notavi, non jam dici ab Euclide reciprocas figuras, sed latera figurarum reciproca, quod iterum faciet proxima propositione. Notabis hic vero etiam reciprocationis lege solum comprehendi triangula & parallelogramma, sicuti antea comprehensa sunt altitudinis comparatione.

15 Hæc

15 Hæc cum superiore demonstrat circulatoriam logicam Euclidis, de qua 35 p 1. & 1 p 6.

16 & 17 De quatuor & de tribus rectis ad rectangula æqualia minus generaliter proponit: veritas enim communis est omnium parallelogrammorum æquiangulorum, & sic 36 p 11 de omnibus æquiangulis parallelopipedis, nō solum de rectangulis. Nos itaque generaliter in geometria proposuimus.

18 Proponitur fabrica similis rectilinei similiterq; siti. At geometra noster sine arte nova sumpsit ad 5 & 6 p 6 æquiangula triangula, quod nunc tanquam novum aliquid proponit, quod autem magis erat explicandum, quid erat similiter situm, neque definit neq; demonstrat usquam, licet sæpe id repetatur in consequentibus propositionibus, & ab aliis geometris sic usurpetur. Videatur autem comparatis omnibus locis elemētorum, ubi sermonis hujus est usus, aliud esse ὁμοίως κείμενον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον similiter situm & similiter descriptum. At tandem deprehenditur in demonstrationibus utrumque pro eodem usurpari: ac figuræ similes fingi interdum possunt ut similiter & sitæ & descriptæ non sint, sicuti admonebimus in propositionibus ipsis amplius: denique mathematicis alioqui verborum admodum parcis videtur hic pleonasmus in geometria tanquam thorus aliquis in corona placuisse: sed plerumque sine caussa, ut mox percipietur. Est præterea in propositionis hujus sermone id insolens, quod à data describi ait rectilineum: Id enim quadrato proprie cōvenit: quomodo & proprie loquitur 46 p 1. Melius igitur fuisset παρὰ τὴν δοθεῖσαν ad datam rectam, ut 44 p 1, & postea ad 28 & 29 p 6: vel ἐπὶ τῆς δοθείσης super datam, ut 1 p 1.

19 Speciale consectarium est è 15 e 4 sicut, & ejus consectarium: In consectario autem Theon similiter descriptum dicit, quod hic tamen nulla necessitate statuitur.

20 Fœcunda est quadruplici fœtu, qui melius ita distinguetur ut primo separes triangula multitudine æqualia, quod est è compositione rectilinei triangulati. Itaque non demonstratur, & nos consectarium in geometria fecimus. Secunda pars de similitudine particularium triangulorum probatur de duobus extremis per 6 p 6, & de mediis per 4 p 6. Tertia pars quod singula sint homologa totis, probatur per 12 p 5. Quarta per corollarium 19 p 6. Res specialiter demonstratur à Theone prolixa & molesta demonstratione, melius ab eodem generaliter demonstratur illa via quam proposui. Theon commodum consectariū adnotat generale, ubi rursus similis descriptio appellatur à Theone nulla majore caussa quam in 19 p 6. Potest vero etiam adnotari ut consectarium. Ratio homologorum laterum duplicata est ratio quadrati primæ ad quadratum secundæ.

21 Hæc propositio demonstratur non obscure, aut potius declaratur per 1 d 6 & 11 p 5. At sumendum id potius fuerit, ut illud axioma. Quæ eidem æqualia, &c. Nec justior modo Theonis hic est demonstratio, quàm tum fuit Apollonii: & tamen de omnibus figuris generaliter postulandum fuerit.

22 Ut

22 ut poſtea 37 p 11 ſpeciale conſectarium faciunt è ſimilibus figuris. Hic autem ſimiliter deſcriptum uſurpatur non juſtiore de cauſſa quam antea. Nam ſi geometres dixiſſet ſimilia datis comparata, dixiſſet idem.

23 Compoſitio laterum, quæ præcipue demonſtranda proponitur, nihil hîc demonſtratur, ſed tantum aſſumitur è 6 d 6. Veritas tamen comparatione concluditur, qualis etiam cõcluditur 5 p 8 de numeris planis qui rationem habent compoſitam è lateribus. Itaque propoſitio hæc principii materiam continet & ſola definitione compoſitionis ratione declarandam. Promiſcue verò ſumit latera primum primi cum primo, ſecundi ſecundum cum ſecundo primi, vel primum primi cum ſecundo ſecundi, & reliqua deinceps. Hæc autem propoſitio quamvis rationũ compoſitio infiniti ſit uſus, attamen quia præcipuus hic nullus eſſe videretur in geometriam accepta nõ eſt. ſi quis uſum norit, admoneto.

24 Quæ iſta propoſitio proponit de ſimilitudine diagonalium, eadem 43 p 1 proponit de æqualitate complementorum. Propoſitio autem hic triplex eſt, prima quod primum diagonale ſit ſimile toti, ſecunda quod ſecundũ, tertia quod primum tertiumque ſint ſimilia inter ſe. Atque hæc propoſitio ſimilem illum ſitum præcipue requirebat, qui tamen nullus explicatur: explicabitur autem ad converſam, unde indicabitur hic fuiſſe comprehenſum.

25 Vt deinceps 27. 28. 29 p 6 tametſi reconditã & ab Apollonio citatam geometriam continent, tamen in στοιχείωσιν geometricam adhibere non ante ſtatuimus quam tantæ ſubtilitatis uſus appareat: ſententias verbis expreſsimus, quia præcipua hic obſcuritas verſaretur: ut ſi qua hinc utilitas erui poſsit, difficultas nihil impediat. Sententia problematis & demonſtratio ſic eſt.

Si duo parallelogramma duobus datis rectilineis æqua comparentur primum lateri primi, ſecundum contermino lateri comparati, rectilineum proportionali inter comparatorum continuata latera comparatum ſimile primo, erit æquale ſecundo. Quia rectilineum primum ad utrumque eſt ſimile, ut ſorites quatuor graduum indicat. Nam primum rectilineum eſt ad ſecundum, ut primum parallelogrammum eſt ad ſecundum per 7 p 5 & per 1 p 6, ut baſis primi parallelogrammi ad baſim ſecundi, & per conſectarium 20 p 6, ut rectilineum primi ad tertium. Itaq; de primo ad ultimum, rectilineum primum eſt ad ſecundũ, ut idem primum ad tertium. Quare per 9 p 5 primum & tertium æquantur. Geometria autem lineamentorum hoc loco Euclidi non defuit, ſed grammatica verborum non ſatis affuit, quibus ſententiam propoſitionis hujus exponeret.

26 Propoſitio hæc converſa eſt quædam 24 p 6, & indicat ei defuiſſe differentias ſimilis poſitionis & communis anguli, quæ hic modo convertuntur. Debuerat verò protinus ſubjici ſuæ antecedenti: Neq; omnino cauſſa fuit interponendæ 25 p 6, quia ea nihil utitur ipſius demonſtratio. Atqui locus hic unus eſt, ubi ſimilis ſitus neceſſario exprimitur, poſsit enim diagonale, quod fuerat, immutari in ipſo parallelogrammo, ut ſimile & coangulum remaneat, nec tamen ſit ſimiliter ſitum, nec præterea diagonale. Quare ſimilis ſitus hic neceſſario exprimendus eſt.

27 Hæc propoſitio geometriam nō deſiderat accuratiorem, ſed apertiorem grammaticam. Senſus enim eſt.

Si duo parallelogramma comparata datæ rectæ primum biſegmento, ſecundum inæquali ſegmento deficiant parallelogrammis primo ſimilibus ſimiliterque ſitis, primum erit maius ſecundo. Sectio autem lineæ & bifariam & non bifariam reſpondet 5 p 2, & modus demonſtrandi ſimillimus eſt in utroque caſu ſegmenti inæqualis modo majoris modo minoris. Atque hæc propoſitio ut ſequentes duæ demonſtrant id quod Proclus adnotavit, parabolem, hyperbolem, ellipſim veteribus geometris nomina fuiſſe figurarum, non linearum, ut poſteris fuere, *ἐλλείμμα* hic Euclidi eſt ellipſis: neque tamen parabole, hyperbole, ellipſis appellãtur propter figuram quæ æquatur, excedit, deficit, ſed propter lineam quam figura explet, excedit, deficit, ut in præſenti exemplo ellipſes ſunt duæ in una linea inæquales: in majore ſiquidem ſegmento ellipſis parallelogrammi ad datam eſt minor in minore, in majore eſt major: in biſegmento eſt æqualis. Sic poſtea erit ad 29 p 6 exceſſus parallelogrammi ſupra lineam. Locus hic etiam alter ſimilis ſitus expreſſionem exigit, neque ſimilitudo ſimilem etiam ſitum efficit.

28 Hæc propoſitio grammaticam refert eam, quæ fuit ad 22 p 1, ſed grammaticam Ariſtarchi Geometria Euclidis iſto loco aut deinceps proximo valde deſiderat. ſententia autem duos modos continet, primus eſt.

Si primum ſit ſimile dati parallelogrammi, utrumlibet æquale dato rectilineo deficiet parallelogrammo ſimili dati parallelogrammi. Nam primo deerit dimidium comparatum reliquo biſegmento. Itaque etiam ſimile dati per 24 p. Secundus modus ſic eſt.

Si parallelogrammi comparati datæ rectæ biſegmento ſimilis dato parallelogrammo exceſſus ſupra datum rectilineum fiat diagonale alterum ſupra datum, latera diagonalis contermina diagonio continuata in datam & defectus latus conterminum datæ comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo deficiens parallelogrammo ſimili dati parallelogrammi. Demonſtratio facillima eſt, ut proxima fere, primum de æqualitate per 43 p 1 & 1 p 6, tum de ſimilitudine per 21 p 6, adhibetur autem propoſitio hæc ad 17 p 10.

29 Hoc problema germanum eſt ſuperiori. Itaque etiam hanc ipſam germanitatem ſtudioſe reddidimus. Senſus igitur eſt.

Si parallelogrammum comparatum biſegmento datæ rectæ ſimile dati parallelogrammi fiat parallelogrammi diagonale, & exceſſus ſupra datum rectilineum, baſes altrinſecus continuatæ, diagonalis in latus totius: totius in latus defectus conterminum datæ & dicto lateri parallelum, comparabunt datæ rectæ parallelogrammum æquale dato rectilineo, excedens parallelogrammo ſimili dati parallelogrammi. Demonſtratio par eſt facilitate cum proximis, æqualitas probatur 43 p 1 & per 1 & 21 p 6, ſimilitudo per 21 & 26 p 1. Atque hic exceſſus eſt figuræ ſupra lineam datam. Nam totum parallelogrammum intra latus totius & ei parallelum latus conterminum datæ æquatur quidem dato rectilineo, ſed excedit datam.

30 Sententia & demonſtratio propoſitionis eſt.

Si è data recta quadratum deſcribatur, parallelogrammũ comparatum contermino lateri æquale deſcripto excedens quadrato ſecabit datam media & extrema ratione. Quia ſubducto communi

relinquentur parallelogramma æqualia & habentia æqualem angulum: ideoque latera reciprocantur, & per 3 d 6 recta secatur extrema & media ratione. Hanc propositionem in geometria non habemus, quia 11 p 2 ejusdem fabricæ facilior est, & proximis omissis retineri non poterat.

31 Propositio hæc Proclo videbatur ad 47 p 1 generalis, & revera est imprimis genere ipso nobilis, sed nobilior etiam demonstratione brevi & facili, mirum tamen est hanc propositionem licet generalem nusquam fere appellari, 47 p 1 specialem infinitis locis citari. Sed specialis quadratorũ usus id efficit, sicut antea dixi de rectangulo & de quadrato ex linearũ proportione: Hæc (inquam) propositio tam singularis est. Loquitur tamen improprie geometres, ut antea cum formam nominat pro triangulo aut triangulato: id enim solidis corporibus convenire non potest: nec enim cubus basis æquatur cubis crurum, ut in lateribus trianguli 3. 4. 5 est manifestum. Ergo non quælibet figura hic comprehendi potest: nec magis proprium est illud à subtendente figura pro figura comparata subtendenti. Deniq; hic etiam similiter descriptum ut antea nihil ad geometriam facit, nec situs omnino respōdet, cum primum triangulatum planum possit esse horizonti, cum reliqua sublime erigantur, neque omnino differentiæ situs respondent.

32 Citatur 17 p 13, & ideo retinetur à nobis 11 e 7. literam tamen emendavimus.

33 Demonstratio Euclidis seu Theonis huc eadem redit, quæ fuit ad 1 p 6 per 6 d 5, sophismate simillimo. Quæstio enim est categorica de proportione angulorum & peripheriarum: Propositio syllogismi connexa est ex illa definitione. Si sumptis æquemultiplicibus alternis æqualitas, excessus, defectus similiter accidant, proportionalia sumpta esse: assumptio quæ categorica esse debuerat per tres illas species rationis abit in fumum superioribus illis similem: æqualitas approbatur é libro tertio: excessus & defectus nullam antea neque propositionem, neque demonstrationem habuit: assumitur tamen à Theone & revera ac veritate (ut antea dixi) nihil aliud hic agit Theon quam ut inducat, si angulus æqualis, peripheria æqualis, si major, basis tanto major, si minor, tanto minor. Itaque hæc nobis in geometria demonstratio vel inductio Theonis sola est. Ratio autem peripheriarum & subtensarum non eadem est, ut ex Ptolemæo didicimus, quale est illud in catoptricis Euclidis 8 th. quod æqualia parallela inæqualiter distantia habent majorem rationem distantiarum quam angulorum, qualis item Jordani propositio, sed de his tribus antea jam dictum est.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 17. IN SEPTIMUM elementorum.



Iber quintus logicam & arithmeticam habuit nomine magnitudinis, unde tres definitiones huc iteratæ sunt partis, multiplicis, proportionalium item. Propositiones duodecim de alternatione quatuor 9. 10. 13. 15 p 7: de compositione tres 5. 6. 12 p 7: de divisione tres 7. 8. 11 p 7. de æquatione ordinata 14 p 7: de perturbata 22 p 7: duæ præterea 19 & 20 repetitæ sunt è 16 & 17 p 6. Ex his igitur propositionibus quatuordecim elenchus Euclidis manifestè traducitur & tautologiæ & heterogeniæ, quod toties idem dicatur modo nomine magnitudinis, modo numeri. Definitiones duæ & viginti præponuntur communes trium librorum: de his dicamus primum: tum singulorum librorum propositiones expendemus.

Unitas est secundum quam unumquodque entium unum dicitur 1 d 7.

Numerus autem est ex unitatibus composita multitudo 2 d 7. Si numerus definitus esset secundum quem nempe unumquodque numeratur, melius esset definitus: & generali definitione complecteretur etiam unitatem, quæ numerus est Euclidi in numero perfecto, imperfecto, in numero plano, solido: in omni denique rationum & proportionum doctrina: Tumque unitatis definitio non magis, quàm binarii aut ternarii requireretur: quia è generali numeri definitione intelligeremus unamquamque numeri speciem unitate, binarium, ternarium, & reliquos deinde numeros, esse secundum quos numerarentur unum, duo, tria, & cætera. Itaque secunda definitio nō satis vera est, quia excludit unitatem, & primam definitionem λογικώτερον fuerat ad secundam aptare.

Pars est numerus numeri minor majoris quando metitur majorem 3 d 7.

Partes autem quando non metitur 4 d 7.

Multiplex verò major minoris quando dimensus est à minore 5 d 7. Tres hæ definitiones pro tota rationū doctrina ab Euclide proponuntur, præterea enim nullum verbum erit: Tertia autem & quinta nomine magnitudinis fuerunt 1 & 2 d 5: & valde sophisticam tautologiam produnt, in quibus etiam, ut in superioribus quinti definitionibus insolētia sermonis eadem est minor majoris & major minoris, sed multò insolentior in numeris metaphora geometrica metiendi pro dividendi: Verbum enim divisionis arithmeticæ propriū est pro alieno illo mensuræ verbo, quo tamen totis elementis Euclides usus est, tanquam de industria arithmeticum dividendi verbum in arithmetica fugerit. At proprietas verborum sicubi requiratur, certe in artibus requirenda est. Verum perge.

Par autem numerus est qui bifariam dividitur 6 d 7. Hic dividendi verbum proprie potest intelligi, ut par sit divisus à binario: At Euclides videtur intelligere pro sectione in duas partes æquales: Illud enim est δίχα bifariam, quo in geometricis sectionibus geometres utitur. Impar autem numerus qui nō dividi-

tur bifariam, vel qui unitate differt à pari 7 d 7. Pars definitionis altera potius aptanda definitioni paris fuerat. Impar enim tẽpore naturaq; prius est pari, ut primus composito, & unitas est ante binarium, ternarius ante quaternarium. Itaq; differentia consequentis ab antecedente fuerat in consequente declaranda, non in antecedente. Deinceps Euclides duas species numeri paris definit.

Pariter par numerus est à pari numero, mensus secũdum parem 8 d 5. Atqui definitio hæc non excludit secundam speciem: sic enim 12 esset numerus pariter par: dimensus enim est à 2 pari per 6 parem.

Pariter impar est à pari numero mensus per imparem 9 d 7. Hæc etiam definitio comprehendit parem dividuum à pari per imparem, quamvis etiam dividi possit à pari per parem, ut 24 dividitur à pari 8 per imparem 3. At idem dividitur à 4 pari per 6 parem. Itaque potestas tantum hic attenditur. Cæteri autem Arithmetici ex hac una specie duplicem fecere. Parem impariter tantum, & parem pariter simul & impariter parem. Et Euclides ipse proponit speciẽ utramq; 33 & 34 p 9. Quapropter Euclides definire etiam speciem illam, & ei cõtrariam debuit: Utrum veró definitio sequens huc pertinet.

Impariter impar est numerus ab impari mensus secundum imparem 10 d 7. Hic enim videatur περισσὸς ἀντὶ ἀρτίος impar pro pari irrepsisse. Sic enim veteres ut ex Nicomacho percipitur, appellarunt tertiã hãc speciem impariter parẽ. Atqui suspicio hæc é duabus illis propositionibus firma sit, imó é totis tribus libris Arithmeticis, in quibus de impari impariter nulla propositio sit. Verũ perge. Primus numerus est ab unitate sola mensus 11 d 7. Atqui nullus præter unitatem numerus ejusmodi est. Omnis enim numerus est dividuus à seipso.

Primi numeri sunt ab unitate sola mensi communi mensura 12 d 7. Hæc definitio accuratior est superiore.

Compositus numerus est à numero aliquo mensus 13 d 7. Atqui nullus omnino alius numerus est. Itaque definitio est tam sophistica quàm undecima, & compositionis verbum in Euclide ambiguum est, modo enim significat multiplicationem & compositum factũ multiplicatione, aliàs significat additionem & compositum totum ex additis.

Compositi autem inter se numeri sunt numeri numero aliquo mensi communi mensura 14 d 7. Atqui omnes duo numeri tales sunt, quia minimum unitas est illis communis mensura. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus: & fit aliquis: 15 d 7.

Compositionis verbum hic sine dubio ad additionẽ refertur. Contra in compositi numeri definitione refertur ad multiplicationem: Est verô notabile in totis elementis nullã addendi, subducendi, dividendi definitionem, aut doctrinã institui: cùm tamẽ eorum generũ usus tam necessarius sit, quàm multiplicandi.

Numeri figurati quatuor proximis definitionibus 16. 17. 18. 19 d 7. tractantur: quorum quidem si nullus extra figuras ipsas geometricas sit usus, caussa nulla fuit in arithmetica tales numeros docendi: certé multa in geometricis rebus numeris explicabilia sunt, non tamen omnia, ut jam

dictum est. Nec enim planus aut solidus numerus omnes planorum aut solidorum geometricorum proprietates interpretantur, sed è multis pauculas quasdam in rectangulis: Nec quadratus numerus quadrati geometrici, nec cubus numerus cubi geometrici affectiones assequitur. Nec ideo sequeretur geometricas facultates arithmeticæ proprias esse, aut tales numeros in Arithmetica potius, quàm in Geometria esse declarandos. Generalis autem de numero figurato definitio præcedere debuerat. unde intelligeres numerũ factum multiplicatione numerorum figuratum, & factorem latera dici figurati. Neque enim bis idem repeteretur in definitionibus plani & solidi. Est etiam id nonnihil dissimile, quod in definitione plani & solidi numerus dicĩ arithmetico verbo factus, qui in definitione quadrati & cubi dicitur verbo geometrico comprehensus. Ergo & res & rerum vocabula plani, solidi, quadrati, cubi, laterum, comprehendi, geometrica sunt: atque ut de plano, quadratoq; in postremis hisce elemẽtorum libris tolerari posset, quod umbra hæc corpus suum sequatur: quia libris antecedentibus dictum est de formis: de solido & cubo certe ferendum non fit, ut corpus umbram sequatur, postremis enim libris agetur de solido & cubo. Quare figuratos numeros cum figuris suis conjunximus. Numeri proportionales sunt quando primus secundi, & tertius quarti æqualiter fuerit, multiplex aut eadem pars, aut eædem partes 20 d 7. Hæc definitio indicat tautologiam & heterogeniam 7 d 5. Nam proportionales illic magnitudines definiuntur, hic numeri. At numeros prius oportebat, quia per numeros proportio geometrica (quæ modo hic definitur) magnitudinibus convenit. Sed tamen definitio quinti est accuratior, quod proportionalia definit habentia eandem rationem, quod omnis rationis commune est. Hæc autem definitio definit per quasdam species rationis multiplicem & oppositam, multiplici partem, perque partes: At ratio æqualitatis hic interea prætermittitur, cujus tamen vel in quinto Euclidis ipsius libro antea usus fuit. Quare definitio hæc multò est vitiosior. Similes plani & solidi numeri sunt proportionalia habentes latera 21 d 7. Hic duæ species plani & solidi numeri adhibentur pro genere uno, & similitudo hic aliud est quàm proportio. Proportio enim quatuor terminos requirit, similitudo est duorum, rationemque quatuor terminorũ includit, quod in figuris geometricis proprium est, & in figuratis numeris. Perfectus numerus est, qui est suis partibus æqualis 22 d 7. Hic unitas est pars numeri. Ideoque ex euclidea partis definitione numerus. Imperfectus verò numerus non definitur ab Euclide, neque imperfecti species redundans & diminutus. Campanus autem addidit hic definitiones, postulata, axiomata, quibus imperfectam Euclidis & Theonis mathematicam declaravit, & certè Theon in suis demonstrationibus, principiis utitur, quæ principia in principiis nulla collocavit, ut postea locis quibusdam declarabo. Et tamen tota materies præceptorum arithmeticorum syllogismo non plus egebat quam materies logicorum: & nos arithmeticam totam sic docuimus.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 18. IN *propositiones septimi libri.*



Eptimus liber habet propositiones unam & quadraginta: è quibus sunt quatuordecim è superioribus iteratæ: tum viginti quatuor de numeris primis & compositis, quarum sex usus sunt imprimis necessarii, octodecim arithmetica facile caruerit, quæ theorema ad bene numerandū necessarium nullum habēt. Tres reliquæ de æqualibus & proportionalibus factis multiplicatione. Sed singularum elenchos & sophismata declaremus.

1 p 7 est reciproca, & Campanus inversam demonstrat, ideoque veritatis suę caussam nullā aliam habet, postulandaq; fuerat, non concludenda syllogismo: Demonstratio aūt utitur principiis illis quæ dixi nusquam in principiis à Theone esse posita. Qui metitur mensorem, metitur & mensum. Qui metitur totum & ablatum, metitur reliquum, & principiis illis cogitur imposibile, ut intelligatur fundamentis valdè infirmis arithmeticas demonstrationes istas fundatas esse, è quibus ne prima quidem ꝓpositio potuerit affirmari: hujusmodi & elenchus fuit ad 1 p 3: sed supra omnia demōstrationis vitia est illud plane animadvertēdum, & paulo accuratius explicandum, quia in totis tribus arithmeticis libris id perpetuum est. Numeratur ab Euclide vel Theone non per unum, duo, tria, neque per Arithmeticas notas 1. 2. 3. aut aliis notas similes quæ nondum repertæ essent, sed per pūcta hoc modo......... unde obscuritas in tota arithmetica elementa à Theone mirabilis inducta est. Cum de nominibus aut verbis præcipiunt Grammatici, præcepta declarant exemplis nominum & verborum: Cum Rhetores in tropis & figuris discipulum instruunt, illustrant institutiones suas exemplis troporum & figurarum, denique logicum documentum Aristotelis est, exemplis in docendo homericis & insignibus, nō Chœrileis & obscuris utendum esse. Verum Theonis studium in arithmetica longè aliud fuit, non ut numerorum doctrinam numerorum exemplis illustraret, sed obscuraret exemplis unitatum uelut punctorum in lineam rectam cōtinuatorum, ut totis libris septimo, octavo, nono, tanquam geometria, non arithmetica doceretur, & sanè ita numeri definitio facta videtur ad istam punctorum continuationē, ut numerare esset hęc unitatū pūcta colligere. Verum puncta illa Theon plerumq; sic copulat, ut notis arithmeticis arithmeticam ejus demonstrationem omnino intelligere nequeas, sed cogaris lineam rectam, modo totam insectam, modo per segmenta intelligere: sic (inquam) Theon geometricis exemplis obscurat arithmeticam, & tamen cum multitudinem punctorum significat, ut octo vel quatuor, non id significat nota aliqua arithmetica, ut 8 aut 4, sed literis α β, neque tamen iis arithmeticè sumptis. Poterant enim & hæ literæ etiam arithmeticas notas prębere, & numeros significare, sed literis ita significat numeros, ut solet lineas

lineas & figuras, earumque partes. Ita Euclides, ita Theon è vitiosa numeri definitione, vitium infinitæ, & vix, nisi experienti credibilis obscuritatis pepererunt, dum unitatibus tanquã punctis in unam lineam continuatis arithmetica theoremata interpretantur. At heterogenia est sophistica (ait Aristoteles) & geometricum est in arithmetica ἀσύμμετρον. Caussam si tanti, tamque insolentis sophismatis requiras, reperies demonstrationes sophisticas veris numerorum exemplis adornari nõ potuisse, quia tota materies erat definitionis, partitionis, exempli, syllogisticæ complexionis non erat. Ergo ut fucarentur elenchi trium librorum, qualita est arithmetica punctorum. Quamobrem prima demonstratio reliquarum demonstrationum specimen esto.

2 & 3 p 7 Problemata duo faciunt ex eadem materia, unde prima propositio theorema fecit, valdeque ridiculam esse demonstrant differentiam illam problematis & theorematis. Eademque est in utraque propositione, demonstrationis logica, è principiis apud Euclidem non principiis, & quidem per impossibile: cum tamen caussa sit hic etiam ἀδυνατώτερον illa 1 p 7. Hæc enim via eadem & communis est primos & compositos numeros explorandi: Sed tamen Theon demonstrator egregius est, dum numerum minorem majoris mensorem probat esse mensorem maximum, quia major esse nullus potest: Tum requirerem caussam & principiũ propositionis quã demonstrabilem facit, obstupui ad demonstrationis novitatem. Demonstrat enim non per aliquam antecedentẽ vel principii vel demonstratæ propositionis caussam, sed idem planè per idem, maximus est quia nullus major. At (inquam) hoc illi prorsus idem est: nõ est autem dubiæ rei argumentum diversum.

4 p 7 Omnis numerus omnis numeri minor majoris pars est vel partes: Partitio est duarũ partium quæ definiuntur 3 & 4 d 7. Et mirabilis Euclidis & Theonis logica hæc est in principiis numeralium definitiones partium, partitionem autem demonstrantium. Atqui partitio illa est immediatorum contrariorum. Reprehenditur Heraclitus ab Aristotele toto fere quarto libro philosophiæ primæ, quod de contradictione dubitarit. At ista Euclidis de partitione præsenti dubitatio talis est. Numerus minor est pars majoris aut partes. Sed tamen demonstratio hic etiam singularis est, ex dissolutione numeri in suas unitates. Enimvero quæ definitio, quod principium, quæ propositio ante conclusa dissolutionem istam pro syllogisticæ demonstrationis argumento Theoni præbuit? An Apollonius demonstrans, Quæ eidem æqualia, Theone isto χαμαιπετέστερος non erit? Sex proximæ propositiones simillimam logicam habent sex primis propositionibus quinti libri, quibus pene etiam eædem: Illæ enim sunt per speciem rationis multiplicem, hæ per partem & partes quæ pene sunt illarum conversæ, quod Campanus etiam admonuit: usum verò neque illæ sex quinti libri, neque hæ sex septimi libri prorsus ullum habent, quem nõ faciliorem & pleniorem generales habeant, neque vel illic vel hic doctrina tamen specialis est, sed exempla tantum specialia sunt, quæ perinde poterant subtiliter per dupla, tripla, per sesquialtera, sesquitertia, perque reliqua rationum genera deduci: nec mataeotechnia:

nia ineptior esset: Est autem Campani logica in his propositionibus admirabilis. Intentio Euclidis fuit(ait)non assumere ex prius demonstratis. Aliter enim supervacuê proposuisset multa de numeris,quę demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere. Hæc Campani logica est ad Euclidis elenchos excusandum: At eximie Campane, Euclidis intentio ista quantum tibi judicandæ artis argumentum est? Si voluisset Euclides sursum deorsum omnia miscere, an voluntas hominis, pro catholica aliqua doctrinæ lege haberetur? at debuit bene docendi catholica lex & logica euclideæ intentionis & voluntatis magistra esse: Neque verò in totis elementis tam simpliciter à Theone quicquam factum est, ut Euclidis voluntas & intentio pro doctrinæ argumẽto proferretur, neq; si voluntas Euclidis Theoni tam sacra, sanctaq; fuisset, quicquam post Euclidem in mathematicis elementis mutasset, & tamen quod etiam magis mirabile sit, ausus est Cāpanus totā geometriā novis demonstrationibus ornare, manifesto judicio veteres improbans. Quid enim deterioribus erat opus, si veteres optimas judicaret? Videt igitur Campanus ingens Euclidis sophisma propositiones easdem nomine modo magnitudinis, modo numeri sophisticé repetentis: excusare vult. Quomodo, inquam? Noluit Euclides (ait Campanus) generali quinti libri doctrina uti ad demonstrandum specialem septimi libri doctrinam. At(inquam) si Euclides logicas bene & accuraté docendi leges sequeretur, nihil prius velle debuit quàm à generalib. specialia deducere. Id enim est ex caussis prioribus & notioribus docere: Quare Campanus magnam Euclidis sophisticam majorę etiam sophistica tegere vult. Sed tamen singulas propositiones exequamur.

5 & 6 p 7 materiam habent compositionis tertiæ: quæque ideo definitione tractanda fuerat, non syllogismo judicanda. Demonstratio autem quintæ genere sophismatis prorsus eadem est cum demonstratione 1 p 5: principium nullum mathematicum: axioma logicum prorsus idem. Hîc elenchus alter est. Tertius est hysterologia methodi, quia specialis est propositio ad 12 p 7, ut ad 12 p 5: imo conversa pene 1 p 5.

7 & 8 p 7 materiam habent é tertia divisionis specie, propterea que postulandam, non demonstrandam. Hic primus est elenchus: septima est eadem quintæ quinti: tautologiæ est elenchus. Demonstratio est per 5 & 7 p 7 ex inductione partium: & utraque specialis est ad 11 p 7. hysterologiæ est elenchus.

9 & 10 p 7 materiam habent é 12 d 5. ideoque postulandam, demonstrantur per sectiones more superiorum, speciales sunt ad 13 p 7. Sic elenchus triplicatur é materia, demōstratione, ordinis hysterologia. Campanus interposuit hic propositionem é 20 d 7. Tanta mathematici hujus ἀλογία est: ut quæ sophismata præterita sunt ab Euclide, ea summo studio sibi persequenda existimet, & tamẽ voluntatem Euclidis aliâs appellat pro doctrinæ lege. 11. 12. 13. 14 p 7. materiam definitionum proponūt é quinto libro repetitā, ita duplex est elenchus, alter tautologiæ, alter materiæ per se manifestę in dubiam propositionem conversę, sed hoc utrumq; in singulis declarandum est.

11 p 7 est eadem 19 p 5,& materia est tertiæ divisionis ab Euclide non definitæ: Hæc tautologia est,hæc αἰτήσις principii in propositionem conversi: demonstratur per specialem 8 p 7,& per sophisma illud 20 d 7: petitio est principii. Sed enim Campanus hoc loco mirabilem logicam demonstravit:vidit tautologiam illam:& quosdam reprehendit demonstrantes hanc undecimam septimi ex illa 19 p 5: id est ut ipse loquitur,particularem ex universali. Atqui (inquam vir divine) si illa generalis esset ad hanc,optima esset demõstratio propositionis particularis per universalem: Sed argumentum Campani etiam est admirabile. Si hoc intenderet Euclides (ait) proposuisset hanc propositionem in septimo. Ergo(inquam) mathematice demonstrator admirande,mavis quamvis logicam legem despicere quàm Euclidis vanitatem confiteri? Sed Campanus hanc telam longius pertexit. Existimo autem,ait,& rationabiliter convinci videtur Euclidem quem vultum demonstratoris arithmetici,gratia decimi,in quo fine numerorum aliqua præcognitione transire non poterat,constat assumere, iccirco plurima eorum,quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstravit, hic repetere demonstranda de numeris,quoniam per alia principia propria videlicet numerorũ,quæ magis nota sunt intellectui,quàm ea per quæ processit in quinto,ipsa demonstrare intendit,principia enim quinti propter malitiam quantitatum incõmunicantium difficilia sunt,principia verò numerorum, magis ultrò se intellectui applicant,faciliusque quàm illa. Egent enim illa intellectu magis disposito. Hæc Campani prolixior oratio est ad Euclidis sophisma prorsus hebes excusandum: Euclides demonstravit quandam arithmeticam gratia decimi. Ridiculum(inquam)arithmeticam Euclidis ad decimum Euclidis librum referre,cum usus ipsius sit, cõmunis omnium rerum numerabilium. Principia arithmetica sunt clariora intellectui principiis quinti libri. At si ita sit,sophistica Euclidis proditur à Campano obscuriora præponentis,clariora postponentis. Verum Campanus errat hic errore valde gravi: eum principia quinti libri principia sint & septimi. Quamobrem Campanum argumentis istis logica tam inopem perspicimus,quàm quisquam mathematica abundantẽ posset existimare.

12 p 7 Materia est tertiæ compositionis illius (ut dictum est) non definitæ ab Euclide eadem 12 p 5.elenchus duplex est. Tautologiam Campanus hic adnotavit. Demonstratur per conversam 20 d 7. perque 5 & 6 p 7. speciales: petitio est principii.

13 p 7 Materia est 12 d 5.eadem 16 p 5.elenchus duplex est. Tautologiam etiam hic Campanus adnotavit,demonstratur ut antea per conversam 20 d 7: item per 9 & 10 p 7. speciales ad istam,petitio est triplex ut antea.

14 p 7 Materia est 17 d 5.eadem 22 p 5. elenchus duplex est,demonstratur etiam per 20 d 5.bis iteratam,petitio est eadem quæ prius.

15 p 7 est specialis ad 13 p 7.Itaque materia est definitionis,& materia quę per consectarium generalis definitionis patebat.Theon per 12 p 7,id est per compositionem demonstrat alternationem. Hoc exemplum erit syllogisticæ complexionis demonstratæ. Propositio enim syllogismi est 13 p 7. Assumptio autem &

complexio est in præsenti propositione. Quare Theonem Campano logica parem esse intelligimus. Sed Campanus hic etiam Campani germanus est: Euclides non demonstravit in numeris ἀναλογίαν inversionis, divisionis, compositionis, non demonstravit item in numeris 24 p 5. Has sanctas sophismatum reliquias Campanus demonstrandas sibi proposuit: Itaque nullus elenchus tam sophisticus est, qui non fuerit his interpretibus singularium demonstrationum loco.

16 p 7 materies est postulati ad communem multiplicationis usum attinens, demonstratur per 15 p 7. id est per alternam proportionem natura multo posteriorem: elenchus alter est. Posset autem è 19 p 7. consectarium hoc deduci, ut hic vides. 3. 2. 3. 2. Nam extrema ter bina faciunt idem quod media bis terna: Sed præstat sua luce contentum accipere. Propositio autem de duobus tantum loquitur, de quotlibet autem potest intelligi.

17 & 18 p 7 faciunt propositionem reciprocam; attributo tamen generali & è 15 p 5 deducto: Itaque syllogistica complexio hic demonstratur. Propositio enim syllogismi est 15 p 5: æquemultiplices sunt ꝑportionales partibus, sed cũ numerus multiplicat numeros, aut numeri multiplicãt numerũ, facti sunt æquemultiplices multiplicatis & multiplicantibus, facti igitur sunt proportionales. Theon verò demonstrat antecedentem per 12 p 7. id est per compositionem natura posteriorem, conversam verò per antecedentem. Tam multiplex elenchus est in unius propositionis sophismate: Quod autem loquitur 17 p 7 de duobus multiplicatis, & 18 p 7 de duobus multiplicantibus, de quotlibet verum erit.

19 p 7 Est eadem 16 p 6. tautologia est: materies autem est principii cùm reciproca sit subiecto attributoque, ideoq; caussam suæ veritatis continet. Demonstratur autem à Theone utrumque per multas antecedentes propositiones, nullam rei caussam continentes: petitio est principii.

20 p 7 Consectarium est idem 17 p 6, & è proxima postulandum: est enim assumptio & complexio syllogismi ad 19 p 7. Theon hic syllogismum nullum vidit. Itaq; demonstrat & adhibet 11 p 5. at πόρισμα in totis elementis nullum tam propinquum, tamque manifestum fuit, & Campanus hoc loco, nescio quem arabicum opinor Euclidem sequutus (ait) ab Euclide non esse propositum in numeris, quod erat propositum in lineis, 17 p 6.

21 p 7 causam suam exprimit è 15 p 5, metiuntur æqualiter, quia sunt æquemultiplices: Itaque impossibile Theonis est ineptum: Campanus ad 23 d 7. vocat numeros minimos radices rationum.

22 p 7 Est eadem 19 d 5 & 23 p 5. tautologia est tertia, & materia est postulati: Itaque demonstratio inepta est: Campanus in suo Euclide non habet istam propositionem, itaque demonstravit ad 19 p 7.

23 & 24 p 7 reciprocantur generali reciprocatione, ideoque postulati materies est: & inepta ἀπαγωγὴ Theonis. Sex proximæ propositiones pertinent ad primos inter se.

25 & 26 p 7 reciprocantur, sed verbis ineptis cõceptę sunt: reciprocatio autem sic intelligitur. Si compositus sit primus ad aliquem, & componentes erunt primi ad eundem: & si componentes sunt primi ad aliquem, compositus erit primus ad eundem. Antecedens autem probatur per oppositum satis propinquũ & generale, sed tamen caussam nullam habet.

27.28.29 p 7 sunt consectaria: Theon tamen hic logicam consectarii nullam videt, sed demonstrationes ex illis suis generalibus comminiscitur, cùm sola assumptio enthymemati desit.

27 p 7 est è 26 p 7. Nam terminus unus bis intelligitur.

28 p 7 est è 26 p 7. ter iterata. Hic igitur assumptio triplex deerat.

29 p 7 est primo è 27 p 7: secundo è 28 p 7 semel, sed oblique iterata: tertio è 28 p 7, & deinceps perpetuo.

30 p 7 est reciproca, ideoq; postulanda: Imposibile Theonis hic valdé facile est, nullam tamen caussam ostendit. Admonet autem Cempanus conversam dupliciter esse vetam: primó si simul uterq; sit primus ad utrũq;, ambos esse primos inter se: item ut proponit Euclides. Si primus sit ad alterum, &c.

31 p 7 Caussa est suæ veritatis: Theon cogit non obscure, sed inepte.

32 p 7 Specialis est conversa ex illo principio. Qui metitur mensorem, metitur mensum: ergo qui metitur mensum, metitur aliquem mensorem: antecedens est principiũ Theoni in demõstrationibus, cõversa itaq; etiã principiũ esse debuit.

33 p 7 Est caussa suæ veritatis, cùm primi numeri sint radices & factores omnium postea factorum: Itaque Theonis demonstratio hic admirabilis nullo antecedentis vel principii, uel propositionis argumento utentis, sed usurpantis principium, quod sit aliquis numerus minimus, quod tamen principiũ in principiis ab eo positis nusquam est. Quare proprietas compositi numeri per se postulanda fuerat, non fuerat cogenda per imposibile ejusmodi.

34 p 7 fit è partitione numeri: Numerus est primus aut compositus. Nam pro composito ponitur proprietas compositi: Sic è partitione facta est 4 p 7: ut intelligas duobus in hoc libro exemplis ab Euclide & Theone fieri propositiones demonstrabiles è materia partitionum.

35 p 7 Ex hoc problemate fecimus theorema, quod suæ veritatis principium præ se ferret. Nam si maximus communis divisor datos divisetit, quoti erunt minimi, ut patet è 15 p 5.

36 p 7 Ex problemate fit theorema à Campano, & à nobis item factum est, sed brevius & caussa manifestiore: Theonis demõstratio cogens per proportionis doctrinam hic inepta est.

37 p 7 Consectarium est ad 35 p 7. ut etiam Campanus fecit: Itaque Theonis logica hic syllogisticas complexiones demonstrat, sicut antea demonstravit 15.17.18 p 7.

39 & 40 p 7 faciunt propositionẽ reciprocã & catholicam: in demonstratione aũt 39 p 7 Theon utitur principio, quod unitas sit pars omnis majoris numeri ipsi cognominis: quod tamẽ, neq; nominat neq; nusquã in principiis adhibuit.

Campanus autem minus absurdus hic fuit: principium quippe illud in principiis habuit: fecit enim quartam animi conceptionem. Tota etiam & antecedentis & cōversæ demōstratio Theonia ridicula est de proprietate divisoris ad quotum per proportiones numerorum.

41 p 7 Hæc propositio est eadem 38 p 7. vel certè ex ea consectarium: Demonstratio igitur hic vel Theonis vel Campani syllogismi cōplexionē demonstrat.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 19. IN *octavum elementorum.*



Octavus liber propositiones habet 27: quarum decem spectant ad proportionem continuam, reliquæ ad numeros figuratos.

1 & 2 p 8 faciunt unam propositionem attributo reciprocam: Si continui sint extremis primi, erūt minimi, & si minimi, primi: Caussa itaque est è generali reciprocatione 23 & 24 p 7. Nam si extremi sint primi, erunt etiam primi ad omnes. Itaq; Theonis imposibile hic ineptum est in antecedente, conversio etiam ineptior præsertim per ęquationem, complexio syllogistica demonstratur 2 p 8. Theorematice proponi debuit, caussamque suam manifestius ostenderet è 17 & 18 p 7. Item ex 11 p 5. denique è 29 p 7: unde etiam repetitur à Theone: justior verò demonstratio nulla adhuc fuit: Consectaria Theonis de figuratis quadratis & cubis è definitionibus suis hic patent.

4 p 8 demonstrabilis illa quidem est, sed à Theone cogitur impossibili longo & obscuro.

5 p 8 Eadem 23 p 6, tautologia sophistica est: demonstratur autem à Theone non obscurè quidem admodum per 4 p 8. 10 d 5. 17 p 7. 11 p 5. 14 p 7: Campanus hic paulo brevior est per 17 p 7. & 10 d 5. Reprehendit autem Theonem quod continuis minimis utatur. Hoc enim est (ait) proposito præter necessarium; uterque autem rationibus alternorum laterum hic utitur in demonstrando, tametsi neuter ita propositionem instituit, vacat tamen prorsus ista propositio, quia in solis magnitudinibus locum habere potest, in quibus 23 p 6 melius & plenius satisfaciet, quia generaliter loquitur de omnibus parallelogrammis æquiangulis, hæc specialiter de rectangulis quæ planis numeris explicantur. Tametsi utramque omisimus, quia nullus usus nobis appareret. si quis insigne emolumentum uspiam deprehenderit, communicato.

6 p 8 Caussam ostendit de continuis inter se dividuis, quod antecedens consequentem non metiatur, de disjunctis non item: Demonstratio Theone hic nō est admodum obscura, præpostera tamen est per æquationem.

7 p 8 est syllogistica assumptio & complexio præcedentis. Totus autem syllogismus connexus secundi modi sic est. Si primus non dividat secundum, nec ullus ullum dividet. Ergo si ullus ullum dividat, ut primus extremum, primus etiam secundum dividet. Hic tamen Theon nullum syllogismum videt. Præcedens

dens autem negata est: quod in arte nihil docet. Melius verò affirmaretur hoc modo. Si continuorum primus diviserit secũdum, & antecedens quisq; dividet consequentem alium, & si hoc, illud, ut nos etiam in arithmetica proposuimus.

8 p 8 caussam suæ veritatis ostendit: ratio enim eadem facit eundem mediorum numerũ, postulanda igitur ista propositio fuerat, nõ demonstranda: Campanus hic adnotavit nullum superparticularem posse per æqualia dividi, secus inter duos numeros unitate differentes medius numerus esset. ideoque tonus sesquioctavæ in duo semitonia non dividetur, sed in majus & in minus semitonium.

9 & 10 p 8 verbosè proponuntur, breviter autem ita proponi possunt. Quot continuè medios habent primi inter se, totidem habent ad unitatem: & quot habent ad unitatem, tot habent inter se: decima autem magis est generalis, ut Campanus adnotavit, quia non solum de primis, sed de quibuscumque numeris vera est, utraque autem consectarium est è 2 p 8: frustraque à Theone & Campano demonstratur, multoq; facilius erat ex eadem propositione medios istos, quàm quadratos, & cubos concludere.

11 & 12 p 8 speciales sunt ad 18 & 19 p 8. Itaq; postpositæ consectaria tantum essent: Theon syllogismum hic nullum animadvertit.

13 p 8 De continuis demonstratur non obscurè admodum, per 11 & 12 p 8. æquatio deinde per 14 p 7 adhibetur. In quo nihil est nisi mediorum inventio quædam.

14 & 15 p 8 unicam propositionem poterat affirmare. Si figuratus æqualium laterum metiatur homogeneum, & latus metietur latus, & contrà: Neque caussa quærenda erat: cùm reciproca sit proprietas ad figuratos æqualium laterum, ut sint quadrati & cubi.

16 & 17 p 8 Sunt negationes prius affirmatarum proprietatum, ut si diceres. Si homo est, est risibilis: ut vulgus loquitur, & si risibilis est, homo est, unde negatum concluderes. Si non est homo, non est risibilis, & si non est risibilis, non est homo. Atqui præceptum artis debet imprimis esse affirmatum, & κατὰ παντὸς affirmatũ. Quare propositiones hæ genere propositionis sunt ineptæ, genere demonstrationis ineptius sunt demonstratæ. Sunt enim quatuor assumptiones & complexiones syllogismorum cõnexorum secundi modi. Prima pars 16 p 8 sic concluditur è secunda parte 14 p 8. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratum. Ergo si quadratus quadratum non metiatur, neq; latus metietur latus. Secunda pars 16 p 8 sic item concluditur è prima parte 14 p 8. Si quadratus quadratum metiatur, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; quadratus quadratum metietur. Similiter 17 p 8 concluditur: prima pars nempe è secunda parte 15 p 8 hoc modo. Si latus cubi metiatur latus, & cubus cubũ metietur. Ergo si cubus cubum nõ metiatur, neq; latus metietur latus. Item secũda è prima sic. Si cubus metiatur cubum, & latus metietur latus. Ergo si latus non metiatur latus, neq; cubus cubum metietur. Hæ sunt (inquam) syllogisticæ & assumptiones & complexiones, in quibus tamen syllogisticum nihil

animadvertit vel Theon vel Campanus, datisque syllogismorum antecedẽtibus complexiones demonstrat.

18 p 8 Est generalis ad 11 p 8. præpositaque caussam præponeret. Demonstratur quod mirere, per 17 & 12 p 7. & per 11 p 5. per quas easdem etiam specialis illa 11 p 8 demonstrata est, ut nulla prorsus occasione, nisi sophisticarũ demonstrationum specialis antepposita sit.

19 p 8 Simillima est genere sophismatis. Est enim generalis ad 12 p 8, & demõstratur per easdem, per quas demonstratur specialis.

20 & 21 p 8 sunt conversæ 18 & 19 p 8, & materiam ideo postulandam, non demonstrandam ostendunt: non convertitur autem duplicatio & triplicatio, quia generalis etiam est, ad non quadratos & non cubos.

22 p 8 Consectariũ est é 20 p 8, & tamẽ Theõ πόρισμα nõ facit, sed propositionẽ.

23 p 8 Est item consectarium é 21 p 8. sophisma par est superiori.

24 & 25 p 8 magis etiam & πορίσματα sua demonstrant é 18 & 19 p 8. sophismata paria sunt.

26. 27 p 8 Sunt etiam superioribus proximis mirabiliores, dum genus speciei comparant, cùm potius speciem debuerint generi. Quadrati enim duo sunt inter se similes plani, & duo cubi, similes solidi, non contrà.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 20. IN NONUM

elementorum.



Liber nonus habet propositiones nulla methodi ratione dispositas, alias de simplicibus, paribus, imparibus, perfectis, alias de comparatis, alias de figuratis.

1 & 2 p 9 faciunt unam reciprocam. Similes plani faciunt quadratum, & facientes quadratum sunt similes plani: Caussa verò proditur é 19 p 7. Campanus hic quadruplex corrolarium instituit, primũ. Duo quadrati faciunt quadratum quia plani similes. Secundum: Per quem quadratus facit quadratũ, ille quadratus est: quia quadratus est similis quadrato. Tertium: Per quem quadratus facit non quadratum, ille est nõ quadratus. Quartũ. Quadratus per non quadratum facit nõ quadratum. Duo autem postrema sequuntur per negata consequentia duorum primorum. Hanc logicam laudo in Campano, magis autem laudarem, si in cæteris idem præstitisset, & tamen duo postrema consectaria negantiam tantum habent & inscientiam.

3. 4. 5. 6 p 9 Talia de cubis consectaria esse debuerant, qualia de quadratis Campanus antea fecit: Campanus tamen hîc etiã propositiones facit, nec consectaria animadvertit: complexiones syllogisticas cũ Theone demonstrat. 3 & 4 p 9 Logicam habent multis jam locis adhibitam, sed in rebus tam propinquis nulla adhuc fuit, antecedens enim specialis est, ad consequentem: 27 p 7 ad 26 p 7 sic erat specialis. at specialis generalem sequitur: at totum hic contra est. Syllogistica igitur Theonis ea fuit.

5 p 9 Est conversa quædam 4 p 9. Si cubus multiplicet cubum, faciet cubum: & si cubus faciat cubum, multiplicabit cubum. Campanus hic negata consectaria comminiscitur, ut antea.

6 p 9 Est etiã cõversa quædã 3 p 8. Cubus seipsum multiplicãs facit cubum: & per se faciẽs cubũ, cubus est. Itaq; tota logica hæc valde agrestis est & sophistica.

7 p 9 Materies postulati pronnus é 17 d 7.

8.9.10 p 9 Inventionẽ quadratorũ & cuborũ generalẽ quãdam suppeditant.

8 p 9 Consectarium est é 22 p 8.

9 p 9 Consectarium est é 23 p 8.

10 p 9 est consectarium é 27. & 25 p 8. & 3 p 9. sed partim oppositum est antecedentis, ut etiam Campanus hic adnotavit.

11.12.13 p 9 continent tres proprietates ratione multipla continuorum: alia enim ratio in hanc progresionem cadere non potest: Est autem proprietas hæc triplex de divisore continuorum.

11 p 9 Proprietatem habet reciprocam, si recte proponatur hoc modo. Si dati sint ab unitate continui, minor quisq; majorem metitur per aliquem continuorum: & si datorum minor quisque metiatur majorem per aliquem datorũ, erunt ab unitate continui. Itaque quamvis hic à Theone demonstretur sola 15 p 7. attamen materies postulanda fuerat, non demonstranda.

12 p 9 Caussam item suam indicat, quia numerus, qui est ad unitatem, est primus ille mensor ultimi: ut in 1.2.4.8. item in 1.3.9.27. item in 1.5.25.125, aut certé est com positus é primo illo mensore ultimi: ut in 1.6. 36: Hic enim 2. & 3. metientur ultimum. Ab illis etiam compositus est 6: Sic in 1.10.100, 2 & 5 primi metiuntur 100, decem ab illis est factus. Sic in 1.12. 144. extremus mensus est à 2 & 3 primis, à quibus etiam 12 componitur à 2 per 6 & à 3 per 4. Itaque hoc etiam postulandum fuerat: & Theonis impossibile hic ineptum est.

13 p 9 Caussam habet manifestiorem: Nam cùm multiplices sint termini, omnes in hac progresione à solis submultiplicibus dividentur, at alii nulli sunt. Quare etiam Theonis impossibile hic etiam ineptius est.

14 p 9 Caussam item suam ostendit. Nam minimus dividuus á numeris absoluté primus est factus ab iis. Itaq; si quis alius primus metiatur factum, metietur & factorem alterum.

15 p 9 Consectarium est é generali cõceptione, quam definitio primorum inter se suppeditat & é 2 p 8. Extremi minimorum continuorũ sunt primi inter se, ideoq; si eorum alter cum quolibet referatur ad alterum, primi erũt. Quare demõstratio Theonis hic sophistica est per tot præsertim propositiones alias. Campanus longam digresionem hic habet: Primò. Quod metiens unum é cõtinué minimus sit compositus ad alterum datæ rationis minimum. Quod in Euclide nõ est: Secundò. Quod quilibet cõtinué minimorũ ad compositũ é reliquis sit primus. Quod magis generale est de quotlibet, quàm Euclidis theorema de tribus: & probat per præmissam illam. Probat tamen etiam idem propositionẽ Theonis de tribus: Sed huc aggregat totas decem propositiones primas secũdi libri

libri de lineis: Quin addit & undecimam secundi impossibilem esse in numeris: eaque omnia tanquam ab Euclide proposita demonstrat, ut hic etiam manifestum sit arabicum Euclidem, non græcum Campano propositum fuisse:

16 p 9 Consectarium est é 19 & 21 p 7. Theon tamen hic 19 p 7 non appellat.

17 p 9 Caussam habet ex eodem fonte, Theon tamen cogit per 13 & 21 p 7.

18 & 19 p 9 Consectaria sunt 19 p 7. Itaque Theon demonstrationes multas hic adhibet, ubi nulla esse debuerat. Notabile autem est in utraque propositione verbum δυνατόν possibile, quia non solet in problematis exprimi, ubi tamen semper intelligitur.

20 p 9 Specialis est, cum de omni specie numeri imo numerationis sit id verum. Additionis per 1.2.3. species infinitæ sunt, sic subductionis, multiplicationis, divisionis. Sic numeri compositi, impares, pares, imperfecti, perfecti plures sunt omni proposita multitudine. Quare postulandum id fuit generaliter numerum infinite crescere, non autem specialiter demonstrandum. Campanus autem, qui septimo libro postulavit, quolibet numero majorem dari posse. Item seriem numerorum in infinitum posse præcedere. Campanus (inquam) istorum postulatorum postulator, de Euclidis constantia magis, quàm de sua solicitus specialiter demonstrat á seipso generaliter postulatum. Sequūtur deinceps propositiones numero quatuordecim de numeris imparibus & paribus: eorumque differentiis & proprietatibus.

21 p 9 Consectarium est é definitione paris, quia binarius metitur partes omnes, ergo totum.

22 p 9 Est consectarium é definitione imparis, & 21 p 9. Nam detrahatur ex unoquoque unitas, totus é reliquis paribus erit par, & ex unitatibus ipsis paribus numero par erit.

23 p 9 Consectarium est é proxima per contrarium. Nam é multitudine pari par est, at reliquus impar additus pari constituit totum imparem.

24 p 9 Consectarium protinus est é principio, binarius metietur totũ & partem, ergo reliquum.

25 p 9 Consectarium est é 22 p 9, quia impares additi sunt multitudine pari.

26 & 27 p 9 Debuerant potius per contrarium exprimi, Par & impar constituunt imparem, & unde consequebatur. Si ab impari impar aufferretur, parem relinqui, item. Si par tollatur ab impari, relinqui imparem.

28 p 9 Consectarium manifestum etiam est Theoni é 21 p 9, quia adduntur multitudine pari, & tamen Theon demonstrat.

29 p 9 Consectarium protinus est é 23 p 9. & tamen Theon syllogismum nullum videt.

30 p 9 Demonstratur á Theone novo quodam demonstrationis exemplo: primum probatur per impossibile, quod impar metiatur parem per parem: at principium est definitionis Campano, ut revera est é definitione paris: tum pro-

batur

batur mensura dimidii per principium, quod tamen Theoni in principiis nullum fuit: & quod propositione non minus obscurum sit. Si totus dividat totum per aliquem, dimidius dividet dimidium per eundem.

31 p 9 Cogitur per impossibile è proxima, quia dati essent compositi.

32 p 9 Proprietas est reciproca: ideoque postulanda fuerat: licet non admodum obscurè, attamen frustra demonstratur à Theone per 13 p 9.

33 p 9 Proprietas item reciproca est. Itaque temerè demonstratur per impossibile.

34 p 9 Materies est definitionis: unde tertia species parium definienda fuerat, talia sophismata fuerũt è definitionibus analogiarum libro quinto & septimo, ubi è materia definitionũ factæ erant propositiones. Sed aliud sophisma hic insuper est, quod præceptum sit per negantiam, ut octavo libro quædam propositiones fuerunt de quadratis & cubis.

35 p 9 Demonstratur per compositionem 17 & 12 p 5: Caussa tamen ipsa est è progressione continuorum.

36 p 9 Demonstratur à Theone prolixissima demonstratione, & omnes ferè propositiones antegressas complectente: ut dilata in extremum propositio videretur, quæ totam arithmeticam ad sui demonstrationem requireret. At caussa veri nulla hic est, & Apollonius, Quæ eidem æqualia, isto modo justissimè demonstrasset.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 21. IN PRIMAM PARTEM DECIMI ELEMENTORUM

generalem de symmetris, asymmetris, rationalibus, irrationalibus.



Iber decimus communem magnitudinũ differentiam continet symmetrarum, asymmetrarum, unde rationalium & irrationaliũ differentia derivatur: Quod in numeris antiquius est, sed valde dissimile. Numerus enim suapte natura primus est aut compositus: Deinde numeri duo quilibet inter se primi aut compositi: idq; unitatis mensura dijudicatur. At in magnitudine secus est. Neq; enim ut in numero unitas, sic in magnitudine minima mensura nota est. Sed mensura magnitudinis tantum est *θέσει* positione & arbitrio geometræ statuentis digitum, palmum, pedem, aut aliud quodlibet mensuræ genus pro mensura. Hæc igitur materies est decimo libro proposita & eo modo tradita, ut in humanis literis atque artibus similem obscuritatem nusquam deprehenderim: obscuritatem dico non ad intelligẽdum quid præcipiat Euclides (id enim vel indoctis & illiteratis id solum quod adest, quodque præsens est intuentibus possit esse perspicuum) sed ad perspiciendum penitus & explorandum quis finis & usus sit operi propositus, quæ genera, species, differẽtiæ sint rerum subjectarum: nihil enim unquam tam con-

fusum vel involutum legi vel audivi. Quin superstitio Pythagoreorum (à quibus hæc inventa primo libro diximus) in hunc tanquā specum inducta videatur. Itaque prodigiosi sophismatis est ad duodecim linearum irrationalium inventionem tot propositiones, lemmata, demōstrationes ab ingeniis solertibus quidem illis & peracutis, sed certe otio intemperanter abusis excogitatas esse: nulla pars geometriæ (si tamē in vero geometriæ usu locum ullum acumina ista habitura sint) inutilior, nulla tamen præceptis & theorematis cumulatior. Geometria de planis excepto quadrilatero rectangulo, neque quolibet est irrationalis: nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: Geometria tota de solidis excepto recto, prismate & cylindro est irrationalis, nullum tamen verbum est in Euclide ad demonstrandum quamobrem aut quomodo sint hæc irrationalia: neq; de lineis irrationalibus apodictica major requirebatur. symmetria enim demonstraret quæ actu & sua longitudine rationales vel irrationales essent: Et tamen si quid irrationale esset, sciri oportuit, satis fuit generaliter sciri, quia hoc uno argumento tenearis tales lineas numero datæ mensuræ inexplicabiles esse, qua generis specie quave differentia exquitere, vanus & inanis labor fuerit. Denique modalibus, conversionibus, reductionibus & ejusmodi quisquiliis nihil jam miror logicam irretitam esse, cum severissimam alioqui disciplinam commentis istis velut exornatam videam. Equidem toto decimo libro studiose & accurate considerato nihil aliud judicare potui quam crucem in eo fixam esse, qua generosæ mentes cruciarentur. Quare omni studio diligentiaq; connitendum nobis est, ut ista clarissime evoluantur, miseraque & funesta crux evertatur & prosternatur, atque in perpetuum affligatur. Partiemur igitur totam operis molem duas in partes, primam de generalibus & communibus elementis, secundam specialem de irrationalibus tum affirmatis, tum negatis: & sic Euclides ipse vel imprudens neq; quidquam de methodi ullius luce cogitans, definitionum suarū principia tribus differentibus locis distribuit. Prima pars igitur erit in definitionibus undecim & propositionibus viginti. In definitionibus autē Euclides aliam & dissimilem superiori logicam adhibuit: accumulavit definitiones sex librorū communes initio primi libri, in quinq; proximis proprias accōmodavit: Initio septimi cumulum rursus fecit septimi, octavi, noni communem. In decimo uno & solo tres ordines definitionum distinxit: communes præposuit, speciales post posuit, quod genere ipso laudabile est, sed multo fuisset laudabilius, si suam cuique generi speciciq; definitionem ut logica methodus exigebat, adjunxisset. Verumtamen definitiones primas videamus, quid sint magnitudines symmetræ, asymmetræ, rationales, irrationales, id enim definitiones undecim definiunt.

1 & 2 d propriis verbis exprimunt partitionem symmetrorum & asymmetrorum, quæ est in arithmetica primorum inter se & compositorum inter se numerorum: Sed arithmetica de numeris primis præcipua fuit, unde intelligeretur arithmetica compositorum; & quidem de primis numeris arithmetica succincta fuit.

ma fuit. Hæc verò repetuntur ab Euclide quædam jam de numeris proposita, & de symmetris totidem præcipiuntur, quot de asymmetris, elementorumque numerus de symmetris & asymmetris duplicatur.

3.4.5 d symmetriam & asymmetriam rectarum duplicem indicant, alteram rei & actus, alteram vis & potentiæ tantum. Atqui hæc vis in lineis dicitur κατὰ τὴν μεταφορὰν καὶ τὴν ὁμοιότητα, ut inquit Aristoteles 5 & 9 philosophiæ. Ut enim in seminibus est caussa stirpium, sic in lineis rectis origo quadratorum, omninoque rectangulorum: utque semina possunt stirpes, sic lineæ rectæ quadrata & oblonga id est rectangula, unde secundo libro rectãgulum dicitur sub duabus lineis rectis comprehendi. Nec recta sola & solitarie considerata quadratum potest, sed recta per rectam. Verum quia æqualis bis est assumpta, una dicitur quæ duplex est. Ergo rectæ potentia quadratum dicitur, lateraque quadratorum metaphora consimili vocantur radices quadratorum. Sic διαγράμματα (ait ibidem Aristoteles) εὑρίσκεται ἐνεργείᾳ inveniũtur actu, ut cur duo recti in triangulo: quia circa idem punctum duo anguli duobus rectis sunt æquales. Potentia autẽ hæc tota decimo libro attribuitur lineæ rectæ non superficiei, non corpori. Sed de utraque definitione pauca separatim.

3 d 10 Rectæ potentia symmetræ sunt, quando ipsarum quadrata eadem area metitur. Ut latus 3 pedum, & latus 5 pedum. Area enim pedis unius hæc quadrata metitur, ideoque lineæ illæ sunt per potentiam suam symmetræ: re verò & actu asymmetræ.

4 d Asymmetræ autem quãdo ipsarum quadratis nullam accidit aream communem mensuram esse, ut sunt latus lateris 7, & latus lateris 3. Nam quadrata earum linearum latus septenarii, & latus ternarii nulla area communiter metitur. Ex his autem quatuor definitionibus sequitur in Euclide initium Geometriæ obscurioris: litera Euclidis ita est.

5 d 10 His positis constat propositæ rectæ rectas esse multitudine innumerabiles, tùm symmetras, tùm asymmetras, alias quidem longitudine, & potentia: alias verò potentia solum: vocetur igitur proposita recta rationalis. Hæc Euclidis verba sunt, quorum singula pondera diligenter examinanda sunt: Propositæ rectæ dari possunt innumerabiles symmetræ re: Ut rectæ 7 pedum, symmetræ sunt rectæ pedum 8.10.12, & ejusmodi infinitæ, tùm potentia, ut latera quadratorum pedum 8.10.12 & ejusmodi innumerabiles rectæ: dari etiam possunt rectæ asymmetræ eidẽ tùm longitudine, ut latera proxima quadratorũ 8.10.12. tum potentia, ut latera proximorũ laterũ, & similia infinita. Mutes verò propositam, & dato latus 7 pedũ, huic etiã dari possũt innumerabiles symmetræ, tùm longitudine, ut latus 28, latus 63, ut postea patebit. At potentia tantũ symmetra sunt latus 7 & latus 3, ejusmodiq; infinita, deniq; asymmetra sunt idem latus illud 7, & latus lateris 3 seu 5, & similia. Quapropter propositæ rectæ dari possunt innumerabiles juxta Euclidis verba, tũ symmetræ, tũ asymmetræ, aliæ longitudine & potentia, aliæ verò potentia solũ. Verumtamen quid habet consectariũ,

ut definitio dicatur? sane quod in eo postremum est, definire videtur εὐθεῖαν ῥητὴν rectam rationalem. Quid enim in litera Euclidis est reliquum? Vocetur (inquit Euclides) proposita illa recta ῥητὴ id est explicabilis, & tanquam diceretur dicibilis. De hoc in geometria diximus, neque prohibet hic latius agi. Quæro igitur ῥητὸν istud quomodo explicabile intelligitur? ῥητὴ (ut Pachymerius refert) definita á nonnullis διὰ ἀριθμῶν γνωρίμη per numeros nota, quam definitionem ipse non probat, quia fit ex accidente. Verum Pachymerius hic parum consideravit ex isto accidente 5. 6. 7. 8. 9 p 10 effici, hinc totam de rectis irrationalibus naturam toto libro declarari: ex numeris enim dissimilibus è quadratis ὅλαι species irrationaliũ declarabuntur. Et sic Marinus in protheoria Datorum. Proprié veró (ait) per se ῥητὸν est, quod secũdum aliquem numerum cognoscimus, & secundum aliquã positione mensuram, ut palmum verbi gratia vel digitum: Sic (inquam) Pachymerius, sic Marinus, Euclides tamen & in primis & in secundis tertiisque definitionibus ῥητὴν accipit aut datam ipsam ex arbitrio & thesi assumptam, vel positæ datæque symmetram. Et quidem cum sumis mẽsuram tripedalem, facis triplam pedis unius, quin si pedalem statuas, etiam comparabitur pedis unitati, ad eamque rationalis erit. Atque ex ipso τοῦ λόγου rationis comparativo & arithmetico nomine proprie magnitudo λογικὴ ἢ ἄλογος rationalis aut irrationalis magis proprie dicetur quam ῥητὴ ἢ ἄῤῥητος explicabilis aut inexplicabilis quia hoc magis est generale: & rationale atque irrationale sic ad aliud referuntur, ut eorum species æquale & inæquale: λόγος enim genus est æqualitatis & inæqualitatis. sed res teneatur. Sic enim Euclides (ut dixi) loquetur, sic item Theon ad 11 p 10 ῥητὴν veluti definiendo ait; ἀφ' ἧς ἔφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνεσθαι, á qua diximus mensuras capi. Sed lubet ad eandem rem proferre consimilem interpretationem Peripateticorum. Author enim quidam inter Aristotelis est opera de lineis individuis, qui totum generis hujus Euclidem in illud opus transtulit, aitque propositam lineam ὥσπερ σημεῖον προκείμενον καὶ ὁμολογούμενον velut signum propositum & confessum, idque κύριον ὄνομα proprium & peculiare verbum á Geometris usurpari. Age (inquam) ista ῥητὴ mensura est, quæ dicitur vulgo á Geometris famosa, & ideo nota numero. Quid tum γραμμαὶ ῥηταὶ (ait) καὶ ἄλογοι πρὸς ἀλλήλας ἔσονται, lineæ explicabiles & inexplicabiles id est rationales & irrationales inter se erunt, hic non satis manifestus est: videtur tamen dicere magnitudinẽ non dici absolute ῥητὴν καὶ ἄλογον, sed relatione ad propositum, ut numerus ad alium primus, & ad aliũ compositus, inductus fortasse Euclidis authoritate, qui prius rectas συμμέτρους καὶ ἀσυμμέτρους definivit, posterius ῥητὴν καὶ ἄλογον: sed tamen ne qua dubitatio esset, idem ille ipse author sententiam suam manifestius dicit. Itaque (ait) σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον φύσει natura sunt, ῥητὸν veró & ἄλογον θέσει positione, ut si propositæ rectæ, hæc quidem ῥητὴ ut σύμμετρος, illa veró ἄλογος, ut ἀσύμμετρος, & rursus ῥητὴ huic, illi ἄλογος, & ἄλογος huic, illi pariter ῥητή. Hæc authoris hujus decreta sunt, ubi manifeste docet ῥητὴν καὶ ἄλογον rectam dici non per se, nec absolute, sed tantum relatione ad positam. Quam sententiam videtur & Pachymerius sequi, qui nominatim ait σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον τῇ φύσει, ῥητὸν καὶ ἄλο-

γον ὂ

ῥητὴ καθ' αὑτὴν, ἀλλὰ πρὸς ὑποτεθεῖσαν. Itaque sententia Euclidis & Geometrarum istorum definitio rationalis rectæ non est quod sit proposita, sed quod sit symmetra propositæ, ut mox definietur, sed tamen videamus quid deinde Euclides loquatur. Cum igitur propositam illam statuisset, cui essent rectæ innumerabiles & symmetræ & asymmetræ, ait.

6 d Et huic symmetræ sive longitudine & potentia, sive potentia tantum explicabiles.

7 d Et huic asymmetræ irrationales vocentur. Hæ duæ definitiones respondent quintæ, ut ῥητὸν definiunt per relationem & per symmetriam, tanquam ῥητὸν καὶ ἄλογον species sint σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον ad propositam. Postremo hic etiam elenchus Aristotelis ille notabilis est speciei pro genere. Etenim quod hic Euclides specialiter exponit, generale est, & omnis magnitudinis cōmune. Nam si duæ magnitudines sint symmetræ propositæ magnitudini, sunt etiam rationales: & si asymmetræ, sunt irrationales. Hunc elenchum Theon ad ultimam libri hujus propositionem, & Pachymerius post Theonem adnotarunt. Id (inquā) generale est, quod hic tamen specialiter Euclides proposuit: Quatuor reliquæ definitiones in eadem obscuritate versantur.

8 d Et à proposita recta quadratum rationale.

9 d Et huic symmetra rationalia. Hic autem de quovis rectilineo generaliter præcipit Euclides, eaque ait esse rationalia, quæ symmetra fuerint quadrato rationali.

10 d Et quæ huic asymmetra, irrationalia vocentur. Rectilinea igitur irrationalia erunt, quæ sunt asymmetra quadrato rationali. Deniq; ῥητόν καὶ ἄλογον subjiciuntur hic & postea, subjicientur symmetriæ & asymmetriæ.

11 d Et rectæ quæ ipsa possunt, irrationales, si quidem quadrata sunt ipsa latera: sin autem alia quædam rectilinea, rectæ quæ describunt æqualia ipsis quadrata. Ex his igitur definitionibus videmus quomodo magnitudo symmetra sit & asymmetra, rationalis & irrationalis: propositiones viginti (quæ est de cōmunibus pars reliqua) consideremus, in iis porro de numeris iterantur nominatim nonnullæ, aliæ uelut umbræ quædam sunt numerorum.

1 p similiter ostenderetur, si dimidium subduceretur (ait Theon) & sic dimidium tolletur 16 p 12: contrarium verò de numero sumitur à Theone ad 1 p 7. quod numerus infinite non dividatur, sed recidat in minimum, unitatem quippe: Nunc verò secus docetur esse in magnitudine; quod infinite dividua sit. Quare propositio hæc diligenter animadvertenda est, quod hinc illud theorema de magnitudine semper dividua aperte nasci videatur.

2 p respondet omnino primæ propositioni septimi libri, & simili impossibili demonstratur. Tautologiam Campanus vidit. Propositio autem ista ex hypothesi tantùm agit. Nam minimum in magnitudine nihil esse statuit. Verum autem aliqua metiatur, secunda & quarta partes nonæ docebūt, ut intelligas duas rectas esse symmetras actu.

3 & 4 p & earum consectaria plane respondent propositionibus secundæ &

tertiæ, earumque consectariis in septimo libro demonstrationumque vis eadem. Itaque Campanum tæduit hujus tautologiæ, neque demonstravit. Ergo propositiones adhuc quatuor tautologiam tantum habent ex arithmetica numerorũ, sequentes quinque umbras quasdam referunt numerorum, é quibus etiam definitionem illam rationalis à Pachymerio improbatam considerare poteris.

5 & 6 p non difficilem demonstrationem habent: attamen postulata potius é definitionibus proximis perspicua erant. Nam quia symmetra proponuntur, eorum certa mensura est & numero explicabilis, istaque consectaria longe clariora essent, quàm quæ corollariis definitionum libri hujus continentur. Duo hinc consectaria deducuntur. Primum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad datam rectam alia dari potest: ut patet per 12 p 6. Secundum.

Ut est datus numerus ad datum numerum, sic ad quadratum datæ rectæ dari potest quadratum rectæ: ut patet per 13 p 6. inventa media inter duas superioris consectarii, tum enim per consectarium 20 p 6, ut prima est ad tertiam, sic rectilineum constitutum ad primã erit rectilineo ad secundam constituto. Sed consectariũ utrumque speciale est.

7 & 8 p 10 sunt assumptiones & complexiones é duabus proximis. Itaque quinta & septima, item sexta & octava, una esse debuerant, ut consecutio appareret. Atque istæ sunt syllogisticæ complexiones, quas tertio libro diximus à Theone demonstrari. Campanus hanc utramque propositionem præteriit, & quidem in eo, Theone λογικώτερος, non solum quia res eæ paterent, sed quia negationes essent artis alienæ.

9 p quatuor partes habet totidem demonstrationibus prolixè magis quàm obscurè demonstratas: attamen prima pars & secunda materiã definitionis aut certe postulati é definitione ῥητῶς continent. Tertia autem & quarta syllogisticæ sunt complexiones & assumptiones. Itaque hic etiam syllogisticæ complexiones sunt demonstrabiles Euclidi & Theoni: Campanus syllogismos animadvertit, & speciem syllogismi notavit à destructione consequentis, ut loquitur. Sunt enim syllogismi connexi modi secundi, & geometram nostrum non ignarũ quidem Geometriæ, sed certè logicæ valde inopem tot exemplis coarguunt. Campanus deducit é quarta parte diametrum quadrati esse longitudine asymmetrum costæ, per quintam hujus & 47 p 1. Sed id postea Theon ad propositionẽ ultimam proprie docebit, si tamen Theon sit. Quatuor hinc demonstrantur à Theone.

Si rectæ sunt symmetræ longitudine, sunt & potentia, per primam partem 9 & 6 p 10.

Si rectæ sunt symmetræ potentia, non continuo sunt & longitudine, per primam & quartam hujus partem.

Si rectæ sunt asymmetræ longitudine, non continuo sunt & potentia, per quartam partem hujus & 6 p 10.

Si rectæ sunt asymmetræ potentia, sunt & longitudine, per 7 p 10 *& quartam partem hujus.*

At ista omnia é definitione symmetrorum & asymmetrorum postulanda erant, & exem-

& exemplo, si quid opus esset, declaranda. Sic principia etiam demonstrabilia fiunt Theoni. Hæc verò propositio, ut deinceps 11.14.15.16.17.18 p 10 attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

10 p demonstrationem difficilem non habet, sed propositionis tamen ipsius materia é definitione & proportionis & symmetrarum, atque asymmetrarum magnitudinum multo clarior est. Falleret autem in numeris, ut in 4.6.2.3. Nec enim quia 4 ad 6 est compositus, ideo & 2 ad 3 compositus est, & symmetria magnitudinum dissimilis est compositionis numerorum. Secunda verò pars propositionis hujus potest etiam per assumptionem & complexionem syllogisticam é prima deduci.

11 p Sententia problematis est.

Si duæ rectæ comparentur ad datam prior ut plani dissimiles, posterior proportionalis, inter utramque erunt ad datam asymmetræ prior re, posterior vi. Problematis (inquam) sententia hæc est: usus autem quinam sit consideraто: Neque enim postea usquam appellatur. Et certe supervacaneum sit de problematis hujus utilitate quærere, cum omnia decimi libri problemata quæ numero sunt duo & viginti, vel ad irrationalium inventionem, quo cōparata sunt, plane sint inutilia: hæc vero propositio, ut decima, attinet ad symmetriam & asymmetriam rectarum.

12 p demonstrare vult idem principium, quod axioma primum primi libri sumpsit. Elenchus hic idem est qui fuit ad 31 p 1. ad 11 p 5. ad 21 p 6. Lemma propositionis hujus falleret in numeris, ut 20.5.4. atque huc captiosissimus elenchus ille ex hac propositione ne redeat. Quæ eidem sunt asymmetra, sunt inter se asymmetra, ut I 3, & I 9 sunt asymmetra ad 5, & tamen inter se sunt symmetra. Talis enim fuit elenchus ille. Quæ eidem inæqualia. Ergo hæc Euclidis & Theonis logica est in principiis demonstrandis.

13 p assumptio & complexio est é proximo lemmate.

Si duæ magnitudines sint eidem altera symmetra, altera asymmetra, sunt asymmetræ. Ergo si sunt symmetræ, non erunt eidem altera symmetra, altera asymmetra. Sed si una symmetra sit, altera erit etiam symmetra. Valet etiam contrarium. *Ergo si sunt symmetræ, alteraque sit alicui symmetra, reliqua eidem symmetra erit.* Tales antea syllogisticarum complexionum demonstrationes fuere.

LEMMA DUPLEX.

Datis duabus rectis invenire quantum major sit potentior minore. Item. Quæ possit utramque datam. Hoc utrumque lemma melius esset ad 1 p 4. Ex occasione enim illius propositionis & 31 p 3 hoc utrumque inventum est.

14 p specialis est de lineis ad 10 p de magnitudinibus.

15 p est eadem 30 p 7.

16 p continet assumptiones & cōplexiones é proxima, quales ante fuere ad 7.8.9.10.13 p 10. ita de propositionibus adhuc sexdecim videmus alias ex arithmetica numerorum nugatorie repetitas, alias é principiis confictas, alias multo absurdissime de syllogisticis complexionibus, id est é clarissimis judiciis in quæstio-

quæstionem contortas. Reliqua de communibus geometriam propius attingunt, logicam tamen & utilitatem parem habebunt.

17 p multitudine rerum perobscura & ad sui fabricam adhibet 28 p 6. omniũ quæ sex primis libris traduntur, difficillimam. Campanus autem paulo clariorem fecit breviore fabrica oblongi hic necessarii, & per 8 p 2. quam Theon per 28 p 6, perque 5 p 2.

18 p assumptiones habet & complexiones è 17 p 10. prima pars ad illius secundam, secunda ad illius primam, quod etiam Campanus admonuit, & syllogismos, ut antea notavit. Atque hæc egregia logica fuit ad 7.8.9.10.13.16 p 10. in demonstrando syllogismi judicio. Sed sophistica tolerari utcumque potuit, si utilitas subesset. Videntur autem propositiones hæ duæ fundamenta quædam esse futuris inventionibus rectarum irrationalium. At inde prorsus nulla ad eam rem utilitas erit, ut tum docebitur. Scholiũ Procli nomine hic interpositum est, cujus fortasse fuit & illud ad 5 d 6, & erudit postea ad fines 13.14.15 l. Sed tamen hoc scholium hic ineptum est, quia tantum repetit dicta ad 9 p 10. Duæ propositiones proximæ usum aliquem geometricum præ se ferunt de figuris rationalibus. E' planis enim solum rationale est rectangulum, neque tamen omne, sed tãtum quale hic describitur. Materies autem utraque postulanda potius, quàm demonstranda fuerat, & materies quidem arithmetica è legibus multiplicationis & divisionis. Multiplicatio enim laterum ostendit aream, divisio areæ per datum latus ostendit latus reliquum.

19 p Hæc verba κατά τινὰ τῶν προειρημένων τρόπων secundum aliquem prædictorum modorum, non sunt in præsenti Theonis demonstratione, repetuntur tamen ab eo ad 20 p 10, & referuntur ad genitivum ῥητῶν, ut sit sensus propositionis. Sub rectis secundum aliquem prædictorum modorum rationalibus & longitudine symmetris comprehensum rectangulum rationale est, & modi prædicti intelligentur de rationali, quæ ideo sit talis quia proponitur, vel quia est symmetra propositę, ut in sequẽti propositione Theon planius interpretatur. Non igitur prædicti modi referendi sunt (ut literæ ambiguitas ostendit) ad longitudine symmetras, præsertim cum modus τῆς συμμέτρης exprimatur.

20 p demonstrat antepositum in Theone lemma. Quod recta potens irrationale est irrationalis. At nominatim id antea in 11 d 10 fuit. Ita materies eadem & principium est Theoni, & non principium. Sed in Theone etiam elenchus hic absurdior, idem enim prorsus in propositione ipsa habetur, quod ab eo constituitur in lemmate. Atque ut 19 p 10. sumi in principio potest, sic & ista propositio ex illius contrario. Hic assumitur è 1 p 6, ut recta est ad rectam, sic quadratum alterius esse ad rectangulum utriusque.

P. RAMI

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 22. IN GEOMEtriam decimi libri de irrationalibus affirmatis.



ADhuc prima pars decimi elementorum nobis in communibus & generalibus: Reliqua Geometria libri hujus deinceps specialis erit in rectis irrationalibus simplici & composita: Composita bipartita & quadripartita, sed de cõpositis primum affirmatis, quæ pars specialis hujus Geometriæ prior erit: posterior erit de negatis. Ergo de simplici primum agitur in 21.22.23.24.26.115 p 10.

21 p vocatur hic recta potens ἄλογον & irrationale non solum ἄλογος ut antea, sed μέση media, quia sit media proportionalis inter duas rationales vi tantum symmetras, quomodo & rectangulum ipsum medium dici potest, ut dicetur paulo post, quia similiter medium est inter laterum suorum quadrata. Denique μέσον & ῥητὸν Euclidi & Theoni opponentur 25 p 10, ut μέσον & ἄλογον idem esse videatur. At irrationale tamen generale est, & medium speciale modo est Euclidi pro simplici irrationali, & medium oblongum tantum Euclidi placuit dici quod æquatur quadrato mediæ simplicis. Alioqui omnes irrationales mediæ, & omnia rectangula irrationalia media dici possunt: quin ab Euclide ipso duobus senarijs quinto & sexto compositæ sex, binomia, bimedia prima, bimedia secunda, major, rationale mediumque potens, & duo media potens, quæ dicentur, fient mediæ inter rationalem & binonias speciales. Ergo hic geometræ quidem placitum non autem certum judicium attendatur.

22 p Theon hic lemma proponit. Ut duarum rectarum prima est ad secundã, sic quadratum alterius ad rectangulum utriusque. At id protinus è 1 p 6 patebit, ut lemmate eo nihil esset opus ad hanc propositionem demonstrandum, si demonstrabilis esset. At sumitur ex opposito 20 p 10. oblongum enim ponitur æquale mediæ quadrato, id est irrationali & medio. Itaque est irrationale, & ponitur alterum latus ejus rationale. Quare reliquum latus est rationale & longitudine asymmetrum primo.

23 p tam est principium quàm fuit 9 d 10. Rationali symmetrum est rationale. Nam & hoc contrarium est, irrationali symmetrum est irrationale. Et si contrariorum alterum principium sit, reliquum etiam principium erit. Illud enim logicum est Aristotelis axioma, principium tam clarum esse oportere, ut etiam contrarium inde sit manifestum, tale est & consectarium hujus propositionis.

Rectangulum medio rectangulo symmetrum est medium.

Nec tamen iccirco omne medium omni medio symmetrum, ut apparebit 35 p 10. Sed de hoc rursus ad 26 p 10.

24 p non obscure demonstratur è consectario proximo, attamen ex opposito 19 p 10 deducitur. Deinceps verò sunt genera irrationalium compositarum affirmatarum usque ad 73 p 10 in propositionibus sex & quadraginta. Com-

posita affirmata est bipartita (ut dixi) aut quadripartita: bipartita binomia aut bimedia, bimedia affirmata è duabus rationalibus vi tantum symmetris, ubi duo genera sunt & generis utriusque ternæ species, ut mox dicetur. Bimedia affirmata è duabus mediis modo rationale comprehẽdentibus modo medium, unde bimedia prima & secunda, ut patebit senario primo. Quadripartitæ tres dicentur major rationale, mediumque potens, duo media potens. Atque ad hæc undecim genera definiendum & partiendum, cùm pauca verba requirerentur, incredibile est quæ pythagorea somnia inventa sint, primo denarius est propositionum obscuritate præcipua insignis ad inventionem compositarum affirmatarum: Inventionem obscuram, difficilem, laboriosam, equidem expertus confiteor, sed nugatoriam prorsus & inutilem valde profiteor, ut in quinto & sexto senario demonstrabo, ut in quarto compositarum negatarum senario rursus admonebo.
25 p est definitio quædam bimediæ, & ejus partitio primæ nempe & secundæ bimediæ, quas Euclides ipse postea generi uni, tanquam species subjecit, ne partitionis argumentum longius repetatur. Neque quia medium specialiter modo sumitur, minus in subjecto speciali necessaria disjunctio est. Itaque materia ista est principii indemonstrabilis. Est verò elenchus demonstrationis in hoc absurdus, quod ad probandum disjunctivam medio carentem postulat disjunctivam consimiliter medio carentem. Nam ut probet rectangulum esse rationale aut medium, postulat rationalem esse datæ, symmetram vel asymmetram, quæ disjunctiva generis ejusdem est, talis demonstratio fuit disjunctionis ad 4 & 34 p 7. Quando verò rationale fiat, docebit 27 p 10, quãdo mediũ, docebit 28 p 10.
26 p minime debuit interponi partitioni illi superiori, & ejus partibus, sed partium explicatio protinus partitionem istam sequi debuit, & Campanus ideo recte partes subjungit toti, & hoc quidquid est, non recte per negationem proponitur, & principii naturam potius redolet, quàm propositionis. Si irrationalis rectanguli pars est irrationalis, reliqua est irrationalis. nam contrariũ illud, Rationalis rectanguli pars est rationalis, postulatur & sumitur à Theone ad 33.34.35 p 10. item ad 79 p 10 postulatur differentiam rationalis à rationali esse rationalem: quod è 9 d 10 deducitur, & illud est quod attigeram ad 23 p 10: ut hæc & illa pari jure in principiis habendæ sint. Sed ista propositio temere interposita denarium turbavit. huc igitur redeatur. Proximæ novem propositiones docent compositarum irrationalium inventionem doctrina insolenti antequam definitæ imò nominatæ sint, irrationales ipsę, ad quas inveniendum inducimur: nominandum siquidem & definiendum antea fuerat quid esset, antequam ejus inventio præponeretur. Simile hoc Menonii problematis est, quærere quod nescias. Nam si inveneris, attamen non agnosces, quia quid sit nescias.
27 & 28 p tradunt inventionem utriusque bimediæ.
29 & 30 p binomiarũ inventionẽ suppeditãt, in duobus intermediis generibus:
31 & 32

31 & 32 p præcipue ducuntur é 27 & 28, perque eas solas cum 14 p 10 demonstrantur. Theon autem adhibet lemma illud ad 31 p 10. Si tres rectæ sint, sicut prima est ad tertiam, sic rectangulum primæ & secundæ ad rectangulum secundæ & tertiæ, quod deducit é 1 p 6, & lemmate ad 21 p 10. Id tamen generale est, & é numeris potest educi per 17 p 7. Adhibet & lemma hoc alterum: Si basis trianguli rectanguli secatur à perpendiculari ex angulo recto, segmenta sunt ut quadrata crurum, quod est é fabrica 47 p 1. Atqui tamen hæ duæ propositiones quem usum vel ad nugas inventionis institutæ habeant, considerato.

33.34.35 p logicam habent admirabilem ad inventionem rectarū quadripartitarum majoris, rationale, & medium potentis, duo media potētis. Sophismate enim singulari obscuritas hæc augetur, quod triplicis speciei cōmunia & propria simul miscentur, & in tribus singulis iterantur. Ergo denarius adhuc fuit, propositionum ad inveniendum rectas irrationales, quæ nondum nominatæ, nondū definitæ essent. Pythagorea deinceps religio quædā erit in senariis octo vel novem. Senarius pythagoreis sacer erat. Itaq; rectarum irrationalium occulta & arcana mysteria senariis consecrata sunt: inventæ sunt binomiæ per 29.30.31.32 p 10. bimedia prima: secundaq; per 27.28 p 10: major, rationale, mediūq; potens, duo media potens per 33.34.35 p 10. Invētæ igitur & nominibus & definitionibus exornantur. Sed exornatio ista cujusmodi sit attendamus. Primo senario traditur genesis compositarum (ait Scholiastes Proclus, aut alius nescio quis) & certe definiuntur binomia, bimedia prima, & secunda, major, rationale, mediumq; potens, duo media potens. In quibus logica Euclidis & Theonis eadem est, quæ fuit in definitionibus quinti libri: factæ enim sunt hic propositiones é materia definitionum, & tamen non tota definitio demonstratur de suo definito, sed demonstratur genus tantum nempe ἄλογον: Differentia generi addita de specie non demonstratur. Atqui minime gentium, genus de specie demonstrabile est, sed prima mentis intelligentia assumendum, alioqui & definitio inde composita demonstrabilis tota fuerit, quod geometræ quamvis logicę inscientissimo, tamen nemini unquam in mentem venit. Neque enim cum definitiones demonstrant Euclides vel Theon, animadvertunt definitiones aut definitionis partem à se demonstrari, neque enim id unquam facerent, & tamen quod mirabilius sit, postea speciales singularum binomiarum definitiones in principiis ab Euclide statuentur. Atque omnino si é specialibus definitionibus propositiones fieri oportuit, duodenarius faciendus fuit é media, é sex binomiis, é duabus bimediis, é tribus quadripartitis. Sed tamen si quis geometræ authoritate permotus subtilius hæc à nobis quàm verius agi arbitretur, excitet sese, & in totis elementis requirat quid sit binomia, quid bimedia prima & secunda, quid major, quid rationale, mediumque potens, quid duo media potens, si usquam definitiones in Euclide reperiat alias quàm quæ propositionibus istis obscurantur, tum desinet mirari quamobrem sophisticā tam odiosam tamq; publicis ingenuæ juventutis studiis adversam tam solicite refellamus. Verum pergamus. Prima pars cōposita appellatur ab Euclide

ex binis nominibus. Et Euclides ipse ita postea loquetur. Binomia igitur constat ex duabus rationalibus, ut definitio ipsa ostēdit, reliquæ ex irrationalibus. Sed binomiæ genera certa & certæ species sunt, quæ sequi protinus debuerant ante reliqua genera. Sed hic in tantis elenchis elenchus est levissimus.

37.38 p genus binomiarum per species comprehendunt. Bimediæ è duabus irrationalibus vi tantum symmetris genus est, species ejus duæ. Prima quando irrationales comprehendunt rationale, secunda, quando irrationale: Itaq; sophisma superioris sophismatis dissimile hic est, illic enim conversa est definitio generalis in propositionem demōstrabilem, hic præterita generali definitione speciales definitiones convertuntur in propositiones demonstrabiles.

39.40.41 p comprehendūt quadripartitam per ultimas species. Genera enim hic certa sunt & gradus distincti. Primum genus est quadripartita, nempe è duabus vi asymmetris, quarum etiam oblongum asymmetrū simul utriq; quadrato. Deinde generis partes duæ major, & potens medium: potētis mediū species sunt item duæ potens mediū & rationale, potens duo media. Hæc categoria distinguenda sic fuit. Reliqua attendamus. Appellatur major (ait Theon) quia quadrata rationalia majora sunt oblongis, & à rationalibus præstabat nomen imponere. At (inquā) si major illa recta dicta sit: debuit opposita minor appellari, secus quàm factū sit. Hæc Theonis est singularis in totis elementis Grammatica nominū. Nullius enim nominis, quod meminerim, præterea caussam ullam attulit. Sed in definitione duo media potentis tertium illud asymmetrū quadratis ipsarum quid facit? oblongum enim in utraq; specie etiam est asymmetrum, collecto è quadratis quod antea ideo à nobis propositum est generaliter. Atq; ita primus senarius è definitionibus, id est è principiis indemonstrabilibus propositiones & quæstiones demonstrabiles habuit. In hoc igitur senario propositioni locus non erat, totus erat definitionum. Perge, sacrum senarii secundum audiatur.

42.43.44.45.46.47 p secundus deinde senarius tradit ἀδιαίρετον compositarum (ut Scholiastes ait) sed absurdior est superiore, & elenchum generis per species inutiliter iterati valde notabilem habet. Sententia enim generalis est, & generaliter ideo semelq; dicenda, & quidem generalis in cōpositione prius quàm in divisione. Recta irrationalis componitur unico puncto, unde sequebatur, ut unico puncto divideretur, quod protinus ex ipsa definitione & cōpositione intelligitur: ut si cōponas rectam 6 pedū plus l 5. sic 6 + l 5 majori rectæ sexpedū, alia recta, neq; major neq; minor quàm latus quinq; pedum addi potest, ut eadem binonia 6 + l 5 componatur. Cùm dicis 4 plus 3, dicis re ipsa 7: quid igitur ad 4 addi potest aliud quàm 3 ut fiat 7? Certe nihil. Ergo si compositio ista perspicue diceretur, protinus ut esset intellecta, approbaretur, neq; demonstrationē ullam desideraret, & tamen hoc ipsum dicendum fuit protinus in summo ipso cōpositionis genere, cum recta irrationalis cōposita definiretur: quia generalissimū id esset, nō fuit per species tautologia tam sophisticè deducenda. Tautologiā Aristoteles in mathematicis reprehendebat, qui demōstrarent generalem

tian-

triãguli affectionẽ per species. Ecquid si tautologiã tã insolentẽ in sex istis ꝓpositionibus animadvertisset, quã sophisticã aut quo tandẽ nomine appellasset? Hic igitũ Euclides fecit sex ꝓpositiones, & sex demõstrationes è principio uno. Tũ verò id etiã est in hac tautologia cõsiderandũ. Tautologia ducitur per duas species bimediæ per tres species quadripartitæ, per species binomiæ nõ ducitur: ut jam plane appareat anilem Pythagoreorũ superstitionẽ, & alogis ipsis rectis de quibus agitur multo ἀλογωτέραν fuisse, ut senarius congrueret binomiæ genus assumitur, species amputantur, contrà genus bimediæ, itemque genera quadripartitæ amputantur, species assumuntur: & hæc religiosa Geometriæ ἄλογα cuiquam logico & attento probabitur? Utrum verò duces rationis certæ hæc spectata sint, quibus binomiæ speciales sex opponerentur? Hoc enim sacramentum mysterii hujus videatur fuisse, & sic postea senarius quintus & sextus instituentur. Ergo illuc referantur effata hæc, tum enim cõmodius & intelligentius agentur. Tertius senarius sequitur in definitionibus specialibus binomiæ cujusque in quibus Euclides est paulo λογικώτερος, quàm ante fuit. Definitiones pro principiis assumit, non demonstrat. At binomiæ definitio id est generis multo magis in principiis numeranda erat, sicut ad 33. 34 p 1 de parallelogrammo conquestus sum, quàm modo binomiæ primæ, secũdæ, & reliquarum, quæ tantum species definiunt. Etsi speciales definitiones principia potius esse statuebat Euclides, speciales definitiones bimediæ primæ & secundæ, trium deinde quadripartitarum in principiis numerare debuerat. Hic igitur Euclides illius Euclidis manifestum sophisma convincit. Veruntamen in isto senario genera duo ab Euclide describuntur, & ternæ cujusquam species, ut octonarius potius videri debeat. Atqui etiam logica methodus ista est, de qua initio disserui, quod Euclides contra librorum aliorum methodum non accumulat omnes definitiones libri decimi unum in locum: sed tripartitò distribuit primas in principio, secundas in medio, tertias tandẽ in extremo collocabit.

48. 49. 50. 51. 52. 53 p senarius quartus sequitur in specialibus inventionibus sex binomiarum, ubi sex propositiones valde ridiculæ sunt, cùm sit una inventio generalis & communis omnium. Nam cùm generis cujusque numeros excogitaris, ut Euclides & Theon jubent excogitari, ut numerus est ad numerum, sic recta per consectarium ad 6 p 10. esse potest ad rectam. Itaq; ista religiosa senarii quarti logica valde superstitiosa sophistica deprehenditur. Theon hic assumpsit è 1 p 6. Rectangulum esse proportionale inter quadrata laterum suorum.

54. 55. 56. 57. 58. 59 p senarius quintus & sextus instruitur argumento valde insolenti, ut enim inter duas rationales potẽtia tantum symmetras, una simplex irrationalis est proportionalis, & media, sic inter rationalem & binomiam specialem aliquam mediæ sunt proportionales, primam binomia, secundam bimedia prima, tertiam bimedia secunda, quartam major, quintam rationale, medium que potens, sextam, duo media potens. Itaq; per 17 p 6 sequebatur, ut oblongum rationalis & binomiæ specialis æquaretur quadrato suæ mediæ, quod erat (ut dixi) per 17 p 6 manifestissimum. Itaque ad 21 p 10 irrationalis simplex

& media sumpta est, nulla propositio est facta ex hoc argumento. At hic facta est sextuplex: cum tamen si proponendum aliquid fuit, generaliter & semel proponi debuit, nempe hoc modo. *Oblongum rationalis & binomiæ specialis æquatur suæ mediæ quadrato.*

Hinc igitur intelligitur, quàm sophistica sit senarii hujus geometria, quæ ex una propositione sex efficiat: totidemque demonstrationes, & certè quidquid hic demonstratur, demonstratur mutato tantum figuræ genere, cum transfertur binomiæ qualitas per partes ab oblongi latere in æqualis quadrati latus, ut in æquali demonstretur quod propositum est per æquale.

60.61.62.63.64.65 p senarius sextus est logica multo absurdior. Etenim si propositio hic aliqua necessaria fuit, fuit utique unica opus, ut in proximo senario. Quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum. Itaq; sex propositiones speciales pro una facere, hic etiam valde sophisticum est, & in demonstrationibus sex, totū multò magis est sophisticum. Nam cùm docueris è duobus primum secundo æquari, quid quæso, aut quorsum demonstratur secundum quoque æquari primo? nonne id jam conclusum & judicatum erat? Verba Euclidis in his propositionibus paululum diversa sunt, res tamē ipsa est, quam dixi, neque aliud quinto sextoque senario agitur, quàm ut doceatur in tribus proportionalibus oblongum extremarum æquari quadrato mediæ, & quadratum mediæ æquari oblongo extremarum. Itaque pythagorea duorum senariorum mysteria valde superstitionem suam traducunt, & istud nimirum sacramētum fuit ad primum senariū: quamobrem ex tam dissimilibus pedibus versus ille compositus esset: modo generalibus tanquam longioribus & tardioribus, modo specialibus & veluti magis brevibus & concitatis. Etenim ut doceres inter rationalem & binomiam specialē medias proportionales esse binomiam aliquam, bimediam primam, secundamque, tres denique quadripartitas, quid istius senarii poëmate opus fuit? Sed tamen senarius hic uterque quintus (inquam) & sextus denarium illum propositionum ad inveniendas irrationales ineptissime & stultissime inventum clarissime demonstrant. Etenim via hæc generalis una est & communis & facillima ducibus illis inveniendis, mirificeq; infinitam & infinitæ obscuritati: vanitatem ante oculos proponit. Hunc igitur utrumque senarium valde complector & suspicio, quod ejus lumine tenebras tam densas tamque spissas discutere liceat.

66.67.68.69.70.71 p senarius septimus explicatur adhuc omniū ineptissimus. Argumentum enim est omnium non solum propositionum senarii hujus commune, sed etiam simplicis mediæ, nempe quod irrationalis symmetra irrationali sit una specie. Id enim antea fuit ad 23 p 10.

Mediæ symmetra media est: id est irrationali simplici symmetra est irrationalis simplex, & generaliter, igitur id proponendum erat & semel initio totius hujus geometriæ. Atque hic etiam senarius uno pede, mancum versum efficit quinque tantum propositionibus propositis de binomia, de bimedia in genere, de majore, de rationale mediumq; potente, de duo media potente dissimili primi senarii

senarii sophismate. Illic enim genere prӕterito duӕ bimediӕ ad complendū carminis numerum distinctӕ sunt: hic contra genus ipsum numeratum est.
71.72 p senarius octavus ad binarium propositionum rediit, eumque valde prӕposterum ex oblongis duobus compositis quӕrere latera, unde ipsa facta sint, idque demonstrare, ut in quinto & sexto senario translatione figurarum.
Nonus tanquam senarius additus tandem à Theone de differentia tredecim irrationalium, qua inertia nihil adhuc inertius fuit, & jam desino communiones & differentias in Porphyrio mirari, cùm videam in accuratissimam disciplinam tales nugas infusas esse.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 23. IN TERTIAM PARTEM decimi elementorum.

73.74.75.76.77.78 p.


Hactenus Geometria fuit affirmatarum irrationalium in propositionibus septem & triginta, sequitur deinceps negatarum residuarum in propositionibus una & quadraginta, de quibus brevius nobis dicendum sit, quod sophismatis ejusdem species totidem senariis perpetuatur. Logica igitur affirmatarum & integrarum valde insolens fuit, negatarum & residuarū longè est insolentior: affirmata non est definita generaliter, neque definitur hic residua, imò ne generaliter quidem appellatur, ut neque affirmata generaliter appellata est ἀποτομὴ, segmentum seu residuum hic appellatur in tribus primis ducibus, non appellatur in reliquis: Id in utroque senario sophisma commune est. Primus irrationalis affirmatӕ senarius, illic facitè definitionibus propositiones, hic etiam facit, id commune est. Sed novum est, quod speciatim residuam definiri necesse non erat, satis erat residuam generaliter definitam esse, unde intelligeretur è singularibus affirmatis residuas similiter effici, generaq;, differentias, species, proprietates residuӕ totidem esse quot totius & affirmatӕ. Quare speciales istӕ sex residuarum definitiones cum specialibus illis affirmatarum definitionibus demonstrant è duodecim principiis sophisticas propositiones, duodecim sophisticas demonstrationes factas esse.
79.80.81.82.83.84 p 10 secundus senarius residuarum, respondet secundo senario affirmatarum. Illic sex propositiones fuere pro nulla quidem propositione, sed tantum pro unico axiomate. hic amplius etiam addo ex utroque senario & illo affirmatӕ & hoc residuӕ unicum axioma faciendum esse, quia divisio illius senarii, & hujus senarii compositio una omnino res est. Partes irrationalis affirmatӕ dividūtur unico puncto, ut eadem nempe composita sit, neutra pars major, neutra minor effici potest, nec alia majori datӕ, quàm data minor addi potest, ut tota compleatur. Et si dixisset Euclides unicam minorem majori προσαρμόζειν cōvenire seu componi, dixisset idem quod illic ait partes unico puncto dividi. Hic verò cū ait residuӕ unicam rectā componi, nō majorem quippe aliā non mi-

non minorem,ut tota restituatur,nō aliud dicit, quàm si dixisset partes residuæ unico puncto componi,ut cùm dicis quod antea jam monui, 3 plus 4, dicis 7, partesque istæ 3 & 4,unico puncto dividuntur,ut fiat tota linea 7.Nec alia linea addi potest lineæ 3 quam 4, ut fiat linea 7. ita cùm dicis 7 minus 4, dicis 3 : cui non alia potest addi linea,ut fiat tota linea 7,quàm linea 4, quod ipsum, ut intellectum est, protinus est & probatum. Quare concludo è duobus senariis & eorum propositionibus duodecim, propositionem prorsus nullā, sed unicum axioma constituendum fuisse, ut jam dictu pene sit horribile otiosus & acribus ingeniis & in exactissima disciplina versantibus, tales tamen commentationes accidisse,abundantia,vel redundātia potius & otii & ingenii ista fuit, aut etiam pythagorea illa senarii religio fuit. Sed pergamus, hic duo senarii propositionē nullam habent. Tertius qualis est, habet definitiones singularum residuarum, quæ residua prima,secunda,tertia,quarta, quinta, sexta appellantur, ut tertius ante senarius appellavit binomiam primam,secundam,tertiam,quartam,quintam,sextam, sed res hic confusius agitur quàm antea. Nam in tribus primis genus & generis definitio iteratur,in cæteris præponitur generaliter:Attamen omnes hæ definitiones etiam si hoc genere nil peccarent, tamē essent inanes & otiosæ,ut antea dixi. Residuam satis est semel definiri generaliter, genera, differentię, species,proprietates residuarum per genera,differentias, species, proprietates, satis superque intelligerentur.

85.86.87.88.89.90 p 10 quartus senarius residuarum sex specialium prorsus eandem inventionem habet quam senarius quartus binomiarum,multò etiam majorem tautologia putidis auribus molesta prorsus atque odiosa. Nam si binomiæ singulares ejusmodi inventionem necessario docerēt,residuæ tamen necessario non iterarent, cùm posset ex affirmatione negatio intelligi. At illic totam illam senarii inventionē supervacuam esse jam docuimus. Hic igitur quando binomiæ inventæ fuerint,minorq; pars tantū majori subducenda sit, quanto magis nugatoria est tota istiusmodi Geometria? Et quidem specialis ista invētio ad irrationales negatas comites sic iterata valde fatua, vel illinc arguitur.

27.28.29.30.31.32.33.34.35 p 10 instructa est inventio affirmatarum ducum, & novenarius illic consumptus est. Novenarius ille in ducibus negatis inveniendis non est iteratus,oblivio an judicium fuerit, divinato. Sed tamen geometres pythagoreus, quisquis hic fuit, judicavit duces negatas ex affirmatis inveniri posse. Ecquid,igitur,negatæ comites cur inveniri non poterunt ex affirmatis comitibus? cur in similibus caussis tam dissimilia judicia cernuntur? Quare quem logicum & attentum lectorem,non jam dico sophisticæ, sed miseræ vanitatis non tædeat,pudeatque?

91.92.93.94.95.96.97.89.99.100.101. 102 p 10 senarius quintus & sextus residuarum comitum respondent quinto & sexto senario compositarum ducum. Senarii duo illi tota pythagoreæ superstitionis mysteria valde anilia fecerunt, cùm ex eis habeatur una inventio generalis omnium ducum, pro quibus tamē tot ante propositiones,tamque difficiles erant institutæ. Et quis non miretur pythagoreas

thagoreis istorum senariorum somniatoribus tantum à seriis rebus otii superfuisse, ut ingenuæ juventuti somnia ista perdiscenda proponerent?

103.104.105.106.107 p 10 senarius septimus est mancus unius propositionis pede, ut septimus senarius binomiarum antea fuit, & tamen tam inanis & supervacaneus quàm superior ille fuit.

108.109.110 p 10 contrahitur senarius octavus in ternarium, qui antea contractus est in binarium. Vanitas tamen ejusdem generis est cum vanitate 71 & 72 p 10. quærere originem rectarum è rectangulis.

111 p 10 & scholium consequens senarium nonum, qui in affirmatis irrationalibus fuit, genere sophismatis plane referunt, utrobique enim communiones & differentias porphyrianorum categorematum dixeris. Differentiæ autem sunt ut antea è quadratis ad rationalē comparatis. efficitur numerus irrationalium tredecim: At ista differentia subductio nugatoria est, cùm generum definitiones speciesque perceptæ sint. Neque verò species sunt tãtum tredecim, si ultimarum numerus habeatur. Est enim media simplex una, quæ neque affirmatur, neque negatur. Sunt compositæ duces sex comites insuper quinque, totusque compositarum numerus est undecim, cui par numerus est residuarum. Itaque ad hujus authoris subductionem essent tres & viginti irrationales. At species non erant isto modo numerandæ, sed genus summum statuēdum, ἐναλλὰξ distribuenda, & ad extremas species perveniendum.

112.113.114 p 10 continent proportionem rationalis inter residuam & suam binomiam. Itaque quadratum rationalis comparatum ad binomiam habet in latitudine oppositam residuam, & comparatum ad residuam habet oppositam binomiam, vicissimque oblongum ex oppositis binomia & residua æquatur quadrato rationalis, qualis comparatio fuit antea in quatuor senariis quinto & sexto affirmatarum, quinto item & sexto residuarum, unde patet ut in bimedia prima & rationale mediumque potente, rationale comprehendi posse ab irrationalibus.

115 p 10 hæc propositio sequi debuerat 22 p 10: ubi de media actum est. Proponit autem à media infinitas medias diversas oriri. At medias esse necesse est, nec dicit quomodo. Sententia autem propositionis erat. *Si recta fuerit proportionalis inter mediam & rationalem, erit media & dissimilis.*

Media ut patet è definitione mediæ, & dissimilis, quia erit inter datam mediam & rationalem.

116 p videtur huc addita gratia Aristotelis à quo tam sæpe citatur: & quidem Aristotelis argumento demonstratur, quod impar æquaretur pari. Theon hoc loco & Campanus ad sextam hujus libri propositionem suam idē demonstrant etiam brevius, quia si diameter esset longitudine commensurabilis costæ, quadratum esset ad quadratum, ut numeri quadrati, & ut quadratum diametri duplum est ad quadratum costæ, sic quadratus numerus duplus esset quadrati: dupla autem ratio non est in numeris quadratis. At uterque tanquam principium sumit, quod numerus quadratus non possit esse quadrati duplus, quod

tamen demonstratum non est. Brevius autem & elegantius demonstratur ab authore de lineis individuis, ut in Geometria nostra docuimus. Attamen propositio hæc qualiscunque sit, ad rectas irrationales nihil admodum attinet: post sunt enim diameter & costa, rationales esse & potentia symmetræ, & post 5 p 10 protinus potuit ista propositio demonstrari. Ad finem veró libri totius Theon admonet de generali elencho libri universi, quod asymmetria longitudinis nō sit propria rectarum, sed communis magnitudinum. Nam ut duarum rectarum prima est ad secundam, sic est rectilineum comparatum primæ ad rectilineum comparatum proportionali inter utramque simile similiterque situm per 20 p 6. item. Circuli sunt inter se ut á diametris quadrata per 2 p 12. item in solidis. Nam pyramides prismata, coni, cylindri in eadem altitudine sunt inter se ut bases, ut patet é 29.30.31. 32 p 11:5.6.11 p 12. Itaque si bases sint symmetræ, corpora ipsa symmetra erunt: secus asymmetra. Quamobrem decimus liber centum & quindecim propositionibus elenchum admirabilem continuavit.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 24. DE NUMERATIONE *rationalium & irrationalium rectarum.*



Tametsi decimus elementorum liber studiose nobis expositus est, attamen veriti ne tanta obscuritas novitiis & rudibus satis aperta esset, constituimus totam libri materiam de lineis irrationalibus nostra ratione atque via tanquam artem aliquam deducere: ut apertissime planissimeque laboriosissimi operis laboriosissima quoque vanitas intelligatur. Cogitaveram primo in his cavernis thesaûrum sapientiæ quendam reconditum esse: sed rebus omnibus effossis palamque prolatis, & principiorum nostrorum igne lentius & fastidiosius probatis animadverti, nullum in his acuminibus irrationalium linearum usum in ulla humanitatis parte unquam versatum esse. Quod non dubito quin plerisque novum & insolens esse videatur: sed res ipsa penitus perspecta & animadversa fidem affirmationi nostræ faciet. Itaque pro demonstratione tanti paradoxi, totius libri quam clarissima fieri poterit, & ex algebreis etiam subtilitatibus repetita expositio nobis erit, in eoque vicesimus quartus & quintus scholarum mathematicarum libri consumentur. Ergo tanquam technologia quædam hic attendatur.

Ratio rectanguli in quadrato & oblongo complectitur numerationem & descriptionem rectarum irrationalium: numeratio veró sui generis hic quædam est, primo communis rationalium & irrationalium, deinde propria irrationalium.

Numeratur primum per signa + — id est plus & minus: Maius minori, ideoque affirmatum negato præponitur: ut dices non — 7 + 8, sed 8 — 7.

Additio

Additio & ſubductio in iiſdem ſignis habent idem ſignum, in diverſis additio eſt ſubductio, & reliquus habet ſignum majoris.
Subductio contrà eſt additio, & totus habet ſignum ſuperioris.
Subducendus ſi deſit à quo ſubducatur, relinquetur cum diverſo ſigno: Item ſi major eſt in iiſdem ſignis, tollitur ab eo ſuperior, & reliquus habet diverſum ſignum.

Additionis exempla.

$$\begin{array}{l|l} 10 + 8 - 6 & 7 + 8 - 5 + 4 \\ 6 + 4 - 8 & 4 - 9 + 6 - 4 \\ \hline 16 + 12 - 14 & 11 - 1 + 1 \end{array}$$

Subductionis exempla.

$$\begin{array}{l|l|l} 8 + 14 - 12 & 8 + 7 + 9 & 14 + 9 + 6 - 4 \\ 5 + 7 - 8 & 5 - 10 - 19 - 7 & 9 + 12 + 8 - 9 \\ \hline 3 + 7 - 4 & 3 + 17 + 28 + 7 & 5 - 3 - 2 + 5 \end{array}$$

Multiplicatio & diviſio ex iiſdem ſignis plus, é diverſis minus efficit.

Multiplicationis exempla.

$$\begin{array}{rcr} 8 + 9 & \qquad & 8 - 9 \\ 8 + 9 & & 8 - 9 \\ \hline + 72 + 81 & & - 72 + 81 \\ 64 + 72 & & 64 - 72 \\ \hline 64 + 144 + 81 & & 64 - 144 + 81 \end{array}$$

In ſecundo exemplo é duobus negatis ſit affirmatus, quia multiplicator non eſt integer. Itaq; ſi multiplices ſeparatim, veluti quadratos & inter ſe & cum numeris, fiet é quadratis biquadratus, é numeris numerus, é quadrato & numero quadratus, tumque planus factus per negatum in ſubductione negatus affirmabitur: quia tollendus relinquetur cum diverſo ſigno, ut hic vides.

$$\begin{array}{r} 8q - 9 \\ 8 \\ \hline 64bq - 72q \\ 8q - 9 \\ 9 \\ \hline - 72q - 81 \end{array}$$

64 bq — 72 q

72 q — 81

64 bq — 144 q + 81

Divisionis exempla.

9 + 4 (3 + 1 $\frac{1}{3}$: 18 — 12 (4 $\frac{1}{2}$ — 3

3 3 4 4

Atque hæc numeratio est communis: numeratio irrationalium magis hic peculiaris est ac primo simplicium. Additio & subductio simplicium irrationalium numeros reducit ad quadratos per communem divisorem, & è reductorum lateribus totum vel reliquum primo per se pro suo genere multiplicatum rursus per communem divisorem multiplicat, factique latus invenit.

Additionis exempla in quadratis.

l 27 ad l 12	l $\frac{9}{16}$ ad l $\frac{25}{16}$
3) 9 4	$\frac{1}{16}$) 9 25
3 2	3 5
5	8
25	64
l 75	l $\frac{64}{16}$ id est $\frac{8}{4}$ vel 2.

Si latus ad idem latus addendum sit, reductio erit eadem, ut l 7 ad l 7, sic

l 7 l 7

7) 1 1

1 1

2

4

l 28.

Additionis exempla in biquadratis.

ll 32 ad ll 162	ll $\frac{81}{16}$ ad ll $\frac{625}{16}$
2) 16 81	$\frac{1}{16}$) 81 625
4 9	9 25
2 3	3 5
5	8
625	$\frac{4096}{16}$
ll 1250	ll 256, id est 4.

Subductio

Subductionis exempla in quadratis.

l27 de l75 — l$\frac{9}{16}$ de l$\frac{25}{16}$
3)9 25 — $\frac{1}{16}$)9 25
3 5 — 3 5
2 — 2
4 — 4
l12 — l$\frac{4}{16}$ id est $\frac{1}{4}$.

Si latus ab eodem latere tollatur, numeratione alia non est opus.

l7 de l7
7)1 1
1 1
0
0
l0

Subductionis exempla in biquadratis.

ll32 de ll162 — ll5$\frac{1}{16}$ de ll39$\frac{1}{16}$
2)16 81 — $\frac{1}{16}$)$\frac{81}{16}$ $\frac{625}{16}$
4 9 — 81 625
2 3 — 9 25
1 — 3 5
1 — 2
l2 — 16
ll$\frac{16}{16}$ id est 1.

Multiplicatio & divisio liberior est per solos numeros servata figura, potestque ex irrationalibus lateribus rationale facere.

Multiplicationis exempla in quadratis.

l7 — l54 — l24 — l$\frac{25}{2}$ per l$\frac{9}{2}$ facit l$\frac{225}{4}$ i. $\frac{15}{2}$
l8 — l24 — l6
l56 — l1296. i. 36. l144. i. 12.

Quoties latus per se ipsum multiplicatur, quadratus assumitur pro plano, ut l7 per l7 facit 7.

Multiplicationis exempla in biquadratis.

ll21 — ll27 — ll$\frac{36}{5}$ per ll$\frac{4}{5}$ facit ll$\frac{144}{25}$ i. l$\frac{12}{5}$ vel 2$\frac{2}{5}$
ll12 — ll12
ll252 ll324. i. l18.

Divisionis exempla in quadratis.

l56 (l7. l72. (l9. i. 3. l$\frac{1372}{9}$ in l.21 (l$\frac{1372}{63}$. i. l21$\frac{7}{9}$
l8 — l8
l$\frac{36}{5}$ in l$\frac{4}{9}$ ($\frac{324}{20}$. i. l16$\frac{1}{5}$.

Divisionis exempla in biquadratis.

ll 84 (ll 12 : ll 48 (ll 4 vel l 2 ll $\frac{36}{7}$ in ll $\frac{16}{5}$ (ll $\frac{180}{112}$ vel $\frac{45}{28}$
ll 7 ll 12

Si termini sint diversi generis, reducentur multiplicatione minoris per nomen majoris, sic 2 & l 8 redeunt ad l 4 & l 8, sic l 9 & ll 16 redeunt ad ll 81, & ll 16. Ex hac reductione patet si latus sibi ipsi addendum sit, duplicandum tantum esse id est per 4 primum quadratum multiplicandum, si latus lateris sibi ipsi addendum, sic multiplicandum per 16 primum biquadratum.

Numeratio irrationalium compositorum sequitur leges simplicium.

Additionis exempla.

4 + l 7 l 27 + l 15
4 + l 8 l 27 + l 18
8 + l 8 + l 7 l 108 + l 18 + l 15

Hic duo irrationales sunt iidem, Itaque alter tantum duplicetur.

4 — l 7
4 — l 8
8 — l 8 — l 7.

At si prius addas l 7 & l 8, deinde totum tollas, summa erit 8 — composito l 8 + l 7.

l 48 — 6 l 1620 — 18
l 3 — 1 54 — l 1620.
l 75 — 7

hic si transponas terminos, facilius numerabis, sic

l 1620 — 18
— l 1620 + 54
36

Subductionis exempla.

l 12 + 3 12 + l 63 4 + l 8
l 12 + 2 8 + l 28 4 + l 7
1 4 + l 7 l 8 — l 7.

hic terminus superior cum suo, subducendus cum diverso signo relinquitur.

4 — l 7
4 — l 8
l 8 — l 7.

hic subducendus major relinquitur cum diverso signo.

4 — l 8
4 — l 7 Impossibile vel manet — toto
l 8 — l 7.

l 60 — l 20
l 20 — l 15 Transpositis terminis, facilius numerabis, sic

l 60 — l 20
— l 15 + l 20
l 15 — l 80.

6 — l 24.   l 108 — 9.   4 + l 7.   l 27 — 8. impossibile
3 — l 6.   l 48 — 4.   4 — l 7.   l 3 + 4.
3 — l 6.   l 12 — 5.   l 28.   l 12 — 12.

24 + l 24   24 + l 12
16 — l 12. vel 16 — l 24 manent 8 + l 24 + l 12.

Hic tanquam superior desit, subducendus relinquitur cum diverso signo.

24 — l 24
16 + l 12
8 — l 24 — l 12 vel man. — toto l 24 + l 12.

Multiplicationis exempla.

4 + l 7   4 + l 7   6 + l 12
4 + l 8   4 — l 7.   6 — l 12
16 + l 112 + l 128 + l 56.   9   24

In secundo & tertio exemplo & consimilibus duarum partium affirmatus per negatum multiplicatur tollendo quadratum minoris partis de majore quadrato, quia duo plani æquales alter affirmatus, alter negatus sese tollunt.

12 + l 20   6 + l 12   l 12 — 6   l 12 + 3
12 + l 20   6 + l 12   6 — l 12   l 12 + 2
144 + l 11520 + 20.   48 + l 1728.   l 1728 — 48.   18 + l 300.

6 — l 5
6 — l 5
41 — l 720.

Hic è septima secundi à quadratis totius & segmenti tollitur planus duplex totius & prædicti segmenti, ut relinquatur quadratus reliqui segmenti. Nam 6 est totus, & l 5 segmentum alterum.

Divisionis exempla.

8 — l 20 in 2 quotus est (4 — l 5
l 24 — 8 in 3 quotus est (l 2 $\frac{2}{3}$ — 2 $\frac{2}{3}$
8 + l 20 in l 5 quotus est (l 12 $\frac{4}{5}$ + 2
l 24 — 8 in l 6 quotus est (2 — l 10 $\frac{2}{3}$

P. RA-


Atque hæc numeratio est irrationalium, geometria dicatur é generibus irrationalium rectarum.

Si recta est symmetra irrationali, est irrationalis ejusdem speciei é 23.66.67.68.69.70 p 10.

Irrationalis est media inter rationalem & irrationalem. Ideoq; potest oblongum extremarum, & contra quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

Media autẽ dicatur dux irrationalis tertiæ, & tertia irrationalis comes mediæ.

Si recta sit proportionalis inter datam irrationalem & rationalem, erit media dissimilis datæ é 115 p 10.

Itaque

Mediæ innumerabiles & dissimiles oriuntur á media.

Irrationalis est simplex aut composita.

Simplex est media inter duas simplices rationales vi tantum symmetras é 21 p 10. ut ll 20 inter 2 & latus 5. quod é figura clarius est.

Atqui simplex irrationalis antiquæ authoritatis privilegio media appellatur, mediæq; quadratum medium & ei æquale oblongum medium. Tametsi in elementis quodlibet irrationale medium dicitur.

Triangulum æquilaterum lateris rationalis est irrationale. Camp. 12 p 14.

Oblongum comprehensum á rationalibus, vi tantum symmetris est irrationale 21 p 10.

Oblongum comprehensum á mediis, re symmetris est medium 24 p 10.

Hic enim oblongum l 32 per thesim & 1 p 6 & 10 p 10 est symmetrum quadrato l 128 medio, quia lateris medii. Ergo medium per 23 p 10.

Atque hæc de media, sequitur de composita generaliter primum.

Irrationalis composita est recta irrationalis, quæ componitur é duabus rectis re asymmetris.

Partes compositæ affirmatæ unico puncto dividuntur é 43.44.45.46.47.48 p 10. Neq; majus minusve majori minorive addi potest, ut eadem componatur.

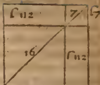
Negata dicitur residua quando pars compositæ minor negatur de majore. 73 p 10 ut 3—15: hinc tria sequuntur.

Partes residuæ unico puncto componuntur. Itaque unica recta addi potest residuæ, ut affirmatæ pars major compleatur. 79.80.81.82.83.84 p 10.

Genera

Genera ſpecieſque reſiduarum velut è regione reſpondent ſuis compoſitis, idcoque conjunctam doctrinam requirunt.
Compoſita eſt bipartita aut quadripartita.
Bipartita quę cõſtat è duabus ſimplicibus partibus, eſtq; binomia aut bimedia.
Binomia eſt bipartita è duabus rectis rationalibus vi tantum ſymmetris. Hic partes nomina dicuntur, quia rationales ſunt & numeris tanquam nominibus appellari poſsint è 36 p 10.
Itaque ſimplex irrationalis eſt media inter nomina binomiæ.
Reſiduæ binomiæ hic propriæ reſidua dicitur.
Binomia eſt exceſſus ſymmetri vel aſymmetri.
Symmetri quando majus nomẽ plus poteſt quàm minus quadrato re ſibi ſymmetræ, è ſecundis d 10 & 14.17.18.29.30.31.32 p 10.
Binomia exceſſus ſymmetri eſt alterius nominis, rationalis aut utriuſque irrationalis, quæ dicũtur prima, ſecũda, tertia, earũq; reſiduæ prima, ſecunda, tertia.
Binomia prima quando majus nomen eſt rationale ut 6 + l 20. Nam è 6 quadratum eſt 36, cujus ſupra 20 quadratum minoris nominis exceſſus eſt 16 quadratus è latere 4 ſymmetro ad ipſum 6, & 6 ipſe rationalis eſt. Reſidua autẽ prima 6 — l 20, è ſecundis d 10.
Binomia prima eſt comes binomiæ, 54 & 60 p 10.
Reſidua prima eſt comes reſiduæ, 91 & 97 p 10.
Binomia ſecunda quando minus nomen eſt rationale ut l 18 + 4. è ſecundis d. 10. Reſidua ſecunda. l 18 — 4. è tertiis d 10.
Binomia tertia quando utrumq; nomen eſt irrationale ut l 24 + l 18. Reſidua tertia l 24 — l 18, è ſecundis & tertiis d 10.
Binomia exceſſus aſymmetri eſt quando majus nomen plus poteſt quadrato re ſibi aſymmetræ.
Binomia exceſſus aſymmetri eſt nominis alterius rationalis, aut utriuſque irrationalis, quæ dicuntur binomia quarta, quinta, ſexta. Reſidua item quarta, quinta, ſexta.
Binomia quarta quando majus nomen eſt rationale, ut 6 + l 24. Nam 36 quadratum eſt majoris nominis, cujus ſupra 24 exceſſus eſt 12 quadratus è latere, aſymmetro ipſi nempe. Nam l 12 re aſymmetrum eſt ipſi 6. Reſidua quarta eſt 6 — l 24, è ſecundis & tertiis d 10.
Quinta eſt quando minus nomen eſt rationale, ut l 24 + l 12.
Binomia ſexta eſt quando neutrum nomen eſt rationale ut l 24 + l 12. Reſidua ſexta l 24 — l 12 è ſecundis & tertiis d 10.
Ergo hæc de binomiis earumq; reſiduis ſingulus quarum inventio patet è numeris in quoque exemplo propoſitis, & eorum ſimilibus. Ut enim numerus eſt ad numerum, ſic per cõſectarium ad 6 p 10. recta poteſt eſſe ad rectam è 48.49. 50.51.52.56.85.86.87.88.89.90 p 10.
Irrationalis compoſita quælibet eſt quadrata, ejuſque latus certum, ſed in binomiis earumque reſiduis res eſt tum facilior, propter nomina rationalia tum

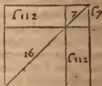
commodior ad inventionem reliquarum compositarum.
Binomia igitur est quadrata, ut patet é 4 p 2.



Est enim planus duplex duorum complementorum æqualiũ cum duobus quadratis, ut hic vides.
Latus autem retexitur, si quadratus de dimidio minoris nominis, tollatur á quadrato de dimidio majoris, & reliqui latus dimidio majoris addatur, & subducatur. Nam totius & reliqui latera partes erunt quæsiti lateris, ut hic vides.

23 + l 448.
$11\frac{1}{2}$ l 112
$132\frac{1}{4}$ 112.
$20\ \frac{1}{4}$
$\frac{81}{4}$
9
$4\frac{1}{2}$ (16 7.
4 + l 7.

Inventio autem lateris in binomiis est é 4 & 5 p 2, quod & genesis primum, deinde analysis docent. Nam cum quadratum feceris é latere 4 + l 7, ut patet in proxima figura.



Videbis in majore nomine propositæ comprehendi quadrata 16 & 7, in minore comprehendi duo oblonga l 112, & l 112. Atque hæc genesis brevior est per 4. p 2. unde etiam discimus oblongum l 112 medium esse proportionale inter quadrata 16 & 7, ejusque ideo quadratum æquari oblongo é 16 & 7. Analysis autẽ per 5. p 2. ut hic vides.



Sumit 23 tanquam rectam sectam æqualiter & inæqualiter, ejusque segmenta illa inæqualia 7 & 16 investigat subducendo quadratũ alterius oblongi in l 448 comprehensũ á quadrato de dimidio illius sectæ. Tum enim relinquetur intermedii quadratum, cujus latus tum additum dimidio facit segmentum majus, id est 16: tum detractum facit minus 7: Atque ut 23 pro duobus confusis quadratis una recta fuit, ita nunc ejus segmenta pro iisdem quadratis distinctis accipienda sunt, eorumque latera iccirco eruenda.
Bimedia est bipartita é duabus mediis é 25 p 10.
Bimedia est prima aut secunda.
Bimedia prima est é cujus partibus oblongum est rationale é 37 p 10.
Bimedia prima est dux bimediæ secundæ.

Rect-

Reſidua bimediæ primæ dicitur reſidua mediæ prima 24 p 10.
Reſidua mediæ prima eſt dux reſiduæ ſecundæ è 92. 98 p 10.
Sic recta potens oblongum è rationali pedali & binomia ſecunda, l 18 + 4 eſt bimedia prima, nempe ll 8 + ll 2. ſic. Reſidua mediæ prima eſt ll 8 — ll 2.
Bimedia ſecunda eſt è cujus partibus oblongum eſt medium è 38 p 10.
Bimedia ſecunda eſt dux binomiæ tertiæ è 56. 62 p 10.
Reſidua bimediæ ſecundæ dicitur reſidua mediæ ſecunda 75 p 10.
Reſidua mediæ ſecunda eſt dux reſiduæ tertiæ è 93. 99 p 10.
Sic recta potens oblongum è rationali pedali & binomia l 448. + l 336 eſt bimedia ſecunda nempe ll 252 + ll 28, ſic reſidua mediæ ſecũda eſt ll 252 — ll 28.
Quadripartita eſt cujus partes ſunt bipartitæ vi aſymmetræ, earumq; oblongum ſimulutrique quadrato aſymmetrum è 33. 34. 35 p 10.
Quadripartita eſt potens rationale aut potens medium.
Potens rationale eſt è cujus partibus ſimulutrumq; quadratum eſt rationale è 35 & 39 p 10: & major item dicatur.
Major eſt dux binomię quartæ è 57. 63 p 10.
Sic è rationali pedali & binomia quarta 24 + l 448. fiet major l 6. l 12 + l 32. + l r. l 12 — 3.
Reſidua majoris dicitur minor 76 p 10.
Minor eſt dux reſiduæ quartæ 94. 100 p 10. contrà minor erit l. 6. 12 + l 32 — l r. l 12 — 3.
Potens medium eſt è cujus partibus quadratum ſimulutrumq; eſt medium.
Potens medium poteſt etiam rationale aut duo media.
Mediũ & rationale potens eſt è cujus partibus oblongũ eſt rationale è 40. p 10.
Rationale mediumq; potens eſt dux binomiæ quintæ 58. 64 p 10.
Reſidua rationale mediumque potentis dicitur cum rationali medium totum faciens 77 p 10.
Cum rationali medium totum faciens eſt dux quartæ reſiduæ 95. 101 p 10.
Sic è rationali pedali & binomia quinta l 448 + 12 fiet rationale mediũq; potens l 6. l 112 + l 76 + l r. l 112 — l 76. Contra fiet cum rationali medium totũ faciens l 6: l 112 + l 76 — l r. l 112 — l 76.
Duo media potens eſt è cujus partibus oblongum eſt medium è 41 p 10. Duo media potens eſt dux binomiæ ſextæ 59. 65 p 10.
Reſidua duo media potentis dicitur cum medio totum faciens 78 p 10.
Cum medio medium totum faciens eſt dux reſiduæ ſextæ 96. 102 p 10. Itaque è rationali pedali & ſexta binomia l 448. + l 352 fiet duo media potens l 6. l 112 + l 76 + l r. l 112 — l 76. Contra cum medio medium totum faciens erit l 6. l 112 + l 76 — l r. l 112 — l 76.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 26. IN
definitiones undecimi elementorum.



Q Vinque postremi elementorum libri continent doctrinam variã de solidis, linea, superficie, corpore. Nam de propositionibus horum librorum quædam sunt de linea solida, quædam de superficie solida, id est quarum intelligentia in solido concipitur. Sic antea lineæ planæ dictæ sunt quæ in uno plano conciperentur. Pappus 7 theo. tertii libri facit problemata alia plana, alia solida, alia grammica, sed paulo secus. Totius autem stereometriæ magna inopia fuerit, si communia geometriæ & stereometriæ, si propria geometriæ subducantur, & antecedenti parti, ut methodus doctrinæ requirit, attribuantur. Nam de 85. propositionibus librorum quinque sequentium solæ 24 sunt stereometrici generis propriè, reliquę 61 sunt communes vel ad geometriã propriè attinent, ut in singulis libris subtiliter explicabitur. sed de libris singulis agatur.

Liber undecimus habet definitiones 29 communes quinque librorum euclidea methodo accumulatas, quarum 15 sunt communes geometricarum & stereometricarum rerum, quatuordecim tantum propriæ.

1 & 2 d 11 sunt simplices ut antea fuerunt in linea & superficie, corpusque triplici dimensione longitudinis, latitudinis, altitudinis, explicatur, unde perfecta magnitudinis trinitas agnoscitur, de qua Aristoteles primo de cælo.

3 & 4 d 11 definiunt perpendicularem solidam tum lineam, tum superficiem, sicuti decima definitione primi definita est linea perpendicularis plana: Neque tamen definitio hic ulla est, sed cõsectaria sunt ex illa definitione primi libri. Rectæ sunt perpendiculares quarum altera incidens in alterã æqualiter interjacet, æqualem verò interjacentiam si qua res efficiat, requiris, perpendiculum sublime in rectas omnes subjectas ostendet nempe ut in omnes partes æqualiter interjaceat. Sed Euclides ex antecedentibus consectariorum principia facit, & numerat in definitionibus. E conversis autem facit 4 & 38 p 11, de quibus postea dicetur. Deinde in tertia definitione quod recta sublimis dicitur perpendicularis plano si sit perpendicularis omnibus rectis, numerus (omnibus) sensum turbat, rectis in universum satis est, sive duæ tantum sint, sive innumerabiles. Sed hac de re ad 4 p 11 commodius agetur. Potest enim uni tantum comparari, ut mox 6 p 11: potest verò in eodem secum plano sitis parallelis infinitis recta perpendicularis esse, nec tamen ideo solida perpendicularis, nec eidem subjecto perpendicularis erit. Contactus autem verborum hic improprie sumitur. In quarta definitione communis sectio planorum (quæ dicitur) est una linea recta, ut nominatim proponetur 3 p 11 & re ipsa hic usurpatur pro principio, quod postea demonstretur, & similiter mox usurpatur 6 d 11. Talem logicam quinto libro præcipue Euclides expressit. Atque hic numerus etiam rem magis obscurat quam antea, unica enim recta sufficit, multitudine necessario non est opus.

est opus, ut nominatim proponetur 18.19.38 p 11. Quare & elenchus iste compa ratione propositionis illius manifestior erit. Veruntamen in his duabus definitionibus, quod appellatur linea perpendicularis, recta ad planum & planum perpendiculare, rectum ad planum proprié appellatur, quia ab ejus sublimi termino in subjectum planum brevior esse recta nulla potest, ideoque æqualiter interjacet: sic & rectum planum ad planum, quia ab ejus sublimi termino brevius in subjectum planum aliud esse planum non potest. Septem proximæ definitiones majorem cōsiderationem requirunt. Tres primæ de inclinatione nullum usum in Euclidis elementis prorsus habent: nec usquam appellantur, excepto ad 35 p 11 paululo quopiam & Isidori scholio quodā ad finem decimi quinti libri addito, de cujus ineptiis tum differetur. Sed tamen de singulis agatur.

5 & 6 d 11 definiuntur magnitudines inter se inclinatæ, sed obliquitas est declinatio vel inclinatio, declinatio facit obtusum angulum, inclinatio acutum. Inclinatio sola definitur ab Euclide. Quare pro genere species hic definitur: neque tamen obliquatio definienda fuerat, sed linea ad planum obliqua definienda fuerat, aut certé ex ipsa obliquitate rectitudini opposita intelligi debuit, ut é parallelismo contrarius nutus intelligitur, & tamen in 5 d 11 notabis perpendicularem à sublimi puncto in subjectum planum postulari, quod postea 11 p 11 tanquam dubium proponitur, & demonstratur: quod rursus ad 11 p 11 dicetur.

7 d 11 definitur planum ad planum similiter inclinatum, ubi logica Euclidis convincit superiorem proximam. Neque enim definitur similis inclinatio ut antea inclinatio & rectæ & plani, sed similiter inclinatum. Quod tametsi re idem est, attamen quoniam cœperat Euclides definire rectam perpendicularem, planum perpendiculare, non perpendiculum rectæ, nō perpendiculum plani, constantiæ fuerat perseverare, neque interponere definitionis genus in quinta & sexta definitione dissimile antecedenti & consequenti definitionum modo, sed id levius est, definitur igitur similiter inclinatum planum ex æqualitate angulorum. Similitudo autem in elementis sæpe jam dicta est. Sed hic ὅμοιον positum videtur pro ἴσον, quia inclinatio ipsa angulus est, ut definitiones proximæ declararunt. Theodosius ad 6 d 1 & ad 21 th. 2 sphæricorum similiter inclinatos circulos dicit pro æqualiter, ut hic Euclides loquitur, & sic (ut Proclus ad 5 p 1) Tales dixerat æquicruri angulos similes pro æqualibus: & sic Aristoteles 14 c 2 de cælo dicit gravia ferri deorsum ad similes angulos, id est æquales & rectos.

8 d 11 definiuntur parallela plana ἀσύμπτωτα inconcurrētia; id est quæ nusquā possunt coincidere, de quo argumento multa dicta sunt à nobis primo libro, & Campanus hic veré monet lineas non parallelas non esse necessario concursuras, nisi in eodem plano sitæ fuerint. sed intellecta generali definitione linearum parallelarum, quæ ubique distant æqualiter, specialis ista definitio vacabit, ut 5.6.7 d 11 vacarunt. Consectarium tamen hinc sumi potest.

9 d 11 definiuntur similes figuræ solidæ ex similibus planis, plana ipsa ex æqualitate angulorum & proportione laterum definita antea sunt, de qua speciali

ciali similitudinis definitione dictum est 10 d 3, & 1 d 6, 21 d 7, ut definitio generalis similium figurarum esset una, quæ angulos haberet æquales & æqualium crura proportionalia: quæ definitio etiam corporibus conveniet. In planis enim solidis crura angulorum solidorum erunt plana, quæ hic æqualia & similia dicuntur. Itaque definitio hic non est similitudinis, sed consectarium è definitione illa generali. Sed ista definitio elenchum præterea illum continet, quod definitum generale sit, nempe figura solida: definitio autem est figuræ solidæ planæ, neque enim sphæra, conus, cylindrus planis comprehenduntur. Itaq; pluribus convenit definitum, definitio ideoque vitiosa.
10 d 11 inani tautologia repetit definitionem similium figurarum, frustraq;. Nam definitio æqualium prior est. Sed elenchus superioris definitionis rursus offenditur in ista definitione, promittitur genus, præstatur species, logica nempe vel arithmetica æqualitas est, neque omnino antea definitæ sunt æquales vel lineæ, vel superficies, sed in illo summo ἐφαρμόζειν axiomate sensus iste sine ulla definitione mathematica sumptus est. Quæ eidē sunt aqualia, sunt inter se æqualia. Quare figuras solidas æquales definire supervacaneum est. Consectarium tamen hic esse poterat ex illa generali æqualitatis intelligentia, solida plana æquari, quorum plana sunt æqualia multitudine & magnitudine.
11 d 11 definitur angulus solidus duplici definitione, prima autem videtur nō satis accurata, quia angulus est lineatum in communi sectione terminorum. Atqui rectæ quamlibet multæ corpus terminare non possunt, nec secunda valde accuratior est. Angulus enim non omnis est planus, sed quidam est sphæricus, quidam mistus, unde fieri non potest iste Euclidis angulus. Itaq; superior elenchus ille huc redit, & vitiosas definitiones convincit, quæ definitis sint angustiores. Attamen utraque definitio videtur dicere voluisse angulum esse lineatum in communi sectione terminorum. sed de hoc in geometria.
12 & 13 d 11 definiuntur duæ species solidi plani pyramis & prisma, sed in singulis elencho duplici repetitur definitio generis. Nam solidū planum est, quod comprehenditur à superficiebus planis: pro qua definitione genus ipsum definitum satis esset in unaquaque specie cum propria differentia. Deinceps verò corpora definiuntur è differentiis superficierum à quibus terminantur, ut antea superficies definitæ sunt & distributæ è differentiis linearum à quibus terminarentur. Plana igitur solida definiuntur è superficiebus planis quibus terminantur. Græci plana ipsa ἕδρας appellant, unde tetraedrum, pentaedrum, hexaedrum, polyedrum corpus dicitur.
13 d 11 Campanus hic definit prisma presius quam Euclides, & quinq; planis tantum comprehendit. Euclidis autem definitio generalis est, prismaque facit è quavis basi triangula, quadrangula, multangula, ut fit pyramis, & sic demonstratio Theonis ad 10 p 12 manifeste faciet prisma etiam parallelopipedum, id est cujus latera omnia opposita sunt parallelogramma parallela, imo faciet prisma decaedrum ex octangula basi. Quare Campanus hoc loco, ut plerisque

risque aliis locis indicat Euclidem verum nunquã sibi cognitum fuisse, sed arabicum tantum, in eoque valde ac vehementer errat, dum ex infinita prismatum multitudine unicum esse arbitratur. Et tamen hic error ex Euclide ipso natus videtur, qui postea usurpat prisma pro pentaedro, ut 40 p 11:3 & 4 p 12. sed generis nomen pro specie hoc modo frequenter usurpat, ut antea rectangulum pro oblongo, ut postea pyramidem & tetraedrum pro tetraedro ordinato. Tres deinde sequentes definitiones sphæram, conum, cylindrum é sua compositione definiũt, qualis compositio circuli postulatur tertio postulato primi libri, é quibus definitionibus intelligimus fabricam cujusque figuræ, materiam esse principii assumendi propter insitam claritatem, non propositionis propter obscuritatem adjunctam demonstrabilis. Nam si fabricæ modum disertis verbis expressum conceperis, nihil ultra requires, ut antea patuit, & patebit postea. Convenientius tamen erat definire à suis superficiebus, ut planum intellectum est & superficies ipsas ante definire, ut in geometria fecimus.

14 d 11 sphæra definitur é modo fabricandæ sphæræ, quomodo definiri potuit quælibet figura, attamen elegantior definitio fuisset é genere & differentia: corpus comprehensum à superficie sphærica. De sphæra stereometria Euclidis perexigua est, in 17.18 p 12.

15.16.17 d 11 definiuntur axis, centrum, diameter, quæ tamẽ communia sunt non propria sphæræ. Centrum & diameter sunt omnis figuræ, & axis in iis definitionibus attribuitur sphæræ, cono, cylindro, postea etiam pyramidi. Itaque si quis existimet axem definiri diametrum, circa quã sphæra moveatur, ut Theodosius definit, quæri possit, an conversionis ullus motus in composito & fabricato corpore vel sphæræ, vel coni, vel cylindri ad geometram pertineat. fabricatur enim geometra figuras istas, earumque proprias affectiones interpretatur, utrum veró quiescant ea corpora, an moveantur, geometræ nihil esse videatur, ut axe nihil hic etiam sit opus, sed diametro tantum. Id tamen amplius considerari possit, ut geometricus sit etiam quidem motus. Deinceps definiuntur conus & cylindrus recti tantum, & quorum axes basibus ad centrum sunt perpendiculares.

18 d 11 conus definitur ab Euclide rectus, in eoque altitudinis differentia triplex sumitur é triplici angulorum differentia, qua dimidiati coni vertex distinguitur, cujus tamen differentiæ nullus postea in elementis usus erit, quin differentia hæc optica potius quam geometrica videatur. Conus enim eminus videtur instar trianguli. Itaque pro differentia altitudinis apparebit vertice rectangulo, obtusangulo, acutangulo, neq; ista differentia coni geometrica esset, sed optica. Verum præter hoc alienum neque postea in elementis usurpatum, tota de conicis stereometria apud Euclidem perexigua est. Itaque Apollonius post Euclidem libris octo (quorum quatuor extãt) materiam istam est persequutus; & Euclidem in proœmio nominatim carpit, velut inscium conicarum sectionum, nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas, ac vix quidem unam satis feliciter. Vide Eutocium hac de re in Apollonium & Pappum l 7. Co-

nus igi-

nus igitur ab Apollonio 1 lib. conicorum definitur non rectus solum, ut ab Euclide, sed generaliter conus quivis seu rectus seu obliquus, Apollonique sententia, si ab aliquo sublimi puncto ad peripheriam subjecti circuli recta infinita convertatur, cōficies duas superficies conicas infinitas, unde conus definitur corpus comprehensum à circulo & superficie conica, idemque Proclus ad 7 d 1. Rectus autem Apollonio est conus, cujus axis est perpendicularis basi, σκαληνὸς id est varius & obliquus, cujus axis varius est & obliquus basi. Hæc coni differentia fuit ignota Euclidi. Ideoq; Apollonius propter conicam doctrinam generalius & altius extructam magnus geometra dictus est, ut Geminus apud Eutocium author est. Talis autem definitio corporis per suam superficiem jam definitam congruentior est & affinior definitioni pyramidis & prismatis, quæ per suas superficies definiuntur. Sed Euclides nullam obliquæ superficiei geometriam didicerat, aut certe in elementis non docuit: atq; inde videtur orta vetus illa divisio artis metricæ in geometriam de planis & stereometriam de solidis, tāquam geometria de superficie sphærica & varia nulla tum esset: divisumque pro toto quod ex parte teneretur. Atqui in hac definitione & ejus differentia triplici obscuritas major est quam in plerisque demonstratis propositionibus, sicut ad 10 d 5 præmonui.

19 d definitur axis similiter ut in sphæra per fabricam, at fabricati jam corporis & constituti motus hic geometricus quisnam erit?

20 d definitur basis coni, ut postea 23 d basis cylindri. At ex fabrica in definitionibus & coni & cylindri comprehensa, bases istæ comprehensæ sunt: Conversio enim lateris in triangulo & parallelogrammo circulum efficit, ac perinde basis pyramidis & prismatis definiri potuerunt, & basis in triangulis sine ulla definitione sumpta est, sumpta in parallelogrammis: aut si basis definiēda fuit, generaliter definienda fuit, quia res generalis esset & cōmunis omnium figurarū.

21 d definitur cylindrus parallelogrammi conversione, ut definitus est conus conversione trianguli. Serenus hic Apollonium sequutus, eumque nominatim appellans similiter definit cylindraceam superficiem, atque inde cylindrum, superficies primo per cōversiones rectæ hoc modo, unde cylindrus definitur, corpus comprehensum à duobus circulis parallelis & cylindracea superficie, unde etiam axis ei definitur recta per centra circulorum: item latus cylindri, recta in superficie cylindri ad utramque basim terminata: definitur etiam è basi cylindrus rectus, ut antea conus, nempe cujus axis est perpendicularis basibus, σκαληνὸς autem cujus axis est obliquus basibus.

22 & 23 d definiuntur axis & basis cylindri, ut ante definiuntur in cono, similis elenchus est.

24 d similitudo specialiter definitur, sicuti 10 d 3, 1 d 6, 27 d 7, 9 d 11. At (ut antea dixi) definitio una & communis & generalis est. figuræ similes sunt, quarum anguli sunt æquales, & æqualium crura proportionalia: in cono enim & cylindro anguli sunt potentia: ut in circulo & sphæra, quibus sectione aliqua patefactis & expressis partes similitudinis in angulis æqualibus & æqualium propor-

tiona-

tionalibus cruribus manifestæ erunt: unde consectarium hoc in Euclidis 24 d comprehēsum similium conorum & cylindrorum axes esse proportionales diametris basium, id est altitudines basibus, id est caussas efficientes similium effectorum proportionales esse, & tamen consectarium videtur commune pyramidis & prismatis. Quamvis enim similitudo solidorum é suis planis antea verè rectéque sumpta sit, tamen videtur etiam ex axibus & diametris basium sumi posse. In solidis enim planis similibus videntur etiam axes esse proportionales diametris basium, quamvis enim neque basis neque axis definiantur antea in pyramide & prismate, sunt nihilominus, quin postea nominatim axis pyramidis dicetur diameter, & 39 p 11 in prismate cōstituentur. Quare considerandum hoc consectarium fuerit, saltem in quibusnam solidis id verum fuerit si non in omnibus. sed id alias. Interea tamē constet definitionem esse omnium similium figurarum. figuræ similes sunt quæ angulos habent æquales & æqualium crura proportionalia. Deinceps vero quinque corporum (quæ vulgo regularia dicuntur) definitiones sequuntur. Pappus & græci alii uocant τεταγμένα ὄντα ordinata ben e ordinata: & nos ita dicemus. figura igitur in universum est ordinata quæ terminis & angulis æquatur, ut patuit 7 e 4. Hæc verò definitio figuræ ordinatæ repetitur quinquies vel integra, ut in dodecaedri definitione, vel parte una ex qua aliæ sequuntur. Hic elenchus igitur quintuplex una admonitione admoneatur.

25 d definitur cubus per genus generalissimum, tanquam ὑπάλληλον & subalternum deesset, at cubus est species parallelopipedi rectāguli, ut quadratum parallelogrammi rectanguli. Idem prorsus elenchus est in reliquis postea definitionibus.

26 d prætermittitur proximum genus pyramis: At postea 13 p 13, item in scholio 13 lib. pyramis appellabitur. Atqui hoc nomē ut cetera deinceps octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum magis commune est quam res nomini subjecta: potest enim figura tot facies habere, ut pyramis octaedra, icosaedra, dodecaedra, item prisma octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum dicatur, neque tamen tales figuræ essent ordinatæ, quin corpora é planis æquilateris & æquiangulis, sed neque æqualibus inter se, neque similibus multo plura esse possunt, qualia sunt Archimedis tredecim corpora apud Pappum lib. 5. sed differentia horum corporum in eo est, quod comprehenduntur ab ordinatis quidem, sed inter se neque æqualibus neque similibus. Itaque ordinata ipsa esse non possunt: Primum octaedrum é quatuor triangulis & 4 sexangulis, deinde triplex tesseradecaedrum primum ex 8 triangulis, 6 octangulis: secundum é 6 quadratis, 8 sexangulis. Tertio duplex hoc icosaedrum primum ex 8 triangulis & 18 quadratis, secundum é duodecim quadratis, 8 sexangulis, 6 octangulis. Quarto duotriacontaedrum triplex, primum é 20 triangulis, 12 decangulis: secundum é 12 quinquangulis, 20 sexangulis: tertium é 20 triangulis, 12 quadratis. Quinto octotriacontaedrum é 32 triangulis, 6 quadratis. Sexto duplex duodeacontaedrum,

edrum, primum ē 20 triangulis, 30 quadratis, 12 quinquangulis: secundum ē 30 quadratis, 20 sexangulis, 12 decangulis. septimo duodenicontaedrum ex 80 triangulis, 12 quinquangulis. Ergo corpora hæc Archimedis tredecim sic à Pappo memorantur, de quibus singulis, si quis plura desideret, videat Pappum eo loco.

27 d comprehendit sub æquilateris planis æqualitatem angulorum.

28 d subtiliter explicat omnes differentias ex æqualibus æquilateris æquiangulis, quia hæc omnia in quinquangulis separari possunt.

29 d æqualitatem angulorum comprehendit sub æqualitate laterum, ut 27 d. Hoc enim ex basibus triangulis utrique commune est.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIB. 27. IN PROPOSITIONES undecimi elementorum.



Adhuc igitur 29 definitionum materies fuit: sequitur doctrina propositionum, in quibus primum declaratur ad vicesimam usq; propositionem linearum & planorum perpendiculum & parallelismus, è quibus propositionibus nulla est admodum demonstrabilis. Materies enim ferè est principii aut è principio proximus postulandi. Itaq; elenchus quinti & decimi libri huc præcipue recurrit, quo materies principiorum per se evidentiū in disputabiles quæstiones convertitur. Sed elenchus in singulis propositionibus manifestus apparebit. Duæ propositiones primæ sunt de lineis rectis planis, neque stereometricum quidquam habent.

1 p 11 negatio est, ideoque expers artis. Ars enim duntaxat præcepta affirmata recipit. Debuit igitur, si quid tamen interesset, sic affirmari. Recta tota est in uno plano. At isto modo etiam insolēs propositio esset, quia definitio quædam esset lineæ rectæ, ut patuit 4 d 1. Demonstratur autem à Theone per impossibile nō minus absurdum. Esto enim lineæ rectæ *abc* pars *ab* in plano, pars *bc* in sublimi, & continuetur *bd*, duabus lineis rectis *abc* & *abd*, ut hic vides *a*——*bc*——*d* non erit tantum unum commune punctum, sed totum segmentum commune erit, quod tanquam principium est Theoni. At id in nullo antea principio à Theone nominatum est. Et caussa fuit illa Zenoni epicureo Euclidem carpendi ad fabricam trianguli æquilateri, de quo antea. Campano autem deducitur è 13 p 1 tanquam si ad utriusque rectæ concursum perpendiculum aliquod caderet, faceret utrinque duos angulos æquales duobus rectis, unde pars efficeretur æqualis toti vel contra ἐφάρμοσιν, quod duarum rectarum pars congrueret, pars non congrueret. At aliud deduci posset incommodum brevius, quod recta uni ca faceret rectilineum angulum. Verum sumendum id fuit & postulandum multo etiam justius quam argumentum quo ab Euclide vel Theone demonstratur, postulandum (inquam) lineam rectā esse in uno plano: quod si objicias lineam rectam

rectam esse in superficie conica & cylindracea, respondebo rectam illam esse terminum plani conum & cylindrum secantis.

2 p 11 Si duæ rectæ secent sese, in uno sunt plano, & omne triangulum in uno est plano. Propositio hæc mistam habet doctrinam de linea & triangulo, & pars posterior probatur prius, unde prior posterius approbatur, hysterologia est Euclidi familiaris, ut elenchi cæteri. Triangulum veró non dicitur esse in eodē plano, ut accidēs, cum Euclidis triangulum ex se planum sit, & tam insolens est ista propositio, quam si proponeretur omnem hominem esse in animali: Triangulum siquidem Euclidis est species plani, nempe figura plana rectilinea, à tribus rectis lineis comprehensa. Quare materies ista non est demonstrabilis propositionis, cum sit generis de specie, sed principii. Talis elenchus fuit decimo libro de rectis irrationalibus, ubi genus similiter demonstratur de specie. Ergo cum demonstravit Euclides omne triangulum esse in uno plano, tum demum concludit ex eo rectas intersectas, quia latera sunt trianguli, esse in uno plano. At videntur etiam in diversis posse concipi. Sic enim recta est ad planum, nempe omnibus intersectis perpendicularis in communi sectione. Utrum igitur in 3 d 11 tot plana concipienda sunt, quot duarum rectarum concursus? sane: id enim 18 p 11 percipietur. Si recta est perpendicularis subjecto plano, omnia per eam plana erunt eidem perpendicularia, binarius tamen rectarum intersectarum nō major numerus. Nec enim tres aut plures intersectas in eodem plano esse necesse est. Quare propositionis hujus pars prima postulanda fuit, secunda ne postulanda quidem, cum ex suo genere intelligatur.

3 p 11 est de planis, demonstratur autem non obscuro impossibili. Quod si communis sectio non esset una recta, sed duæ rectæ, superficiem clauderent contra 12 ax. At consectarium est ex illo communi principio. Magnitudo secatur iisdem, quibus terminatur, planum terminatur linea: ergo secatur linea, linea lineam secat unico puncto, & planum planum secat unica recta, & planum secat solidam figuram unico plano, denique sectio magnitudinum fit unico ipsarum termino. Itaque propositio ista inanis est, debuitque é definitionibus assumi sententia hæc, quin quod antea jam monui id ipsum tanquam principium usurpatum est 4 & 6 d 11, & elenchus prorsus idem redit, qui antea fuit.

4 p 11 demonstrat duos angulos æquales esse per triangula quatuordecim ē propositionibus primi libri 15.4 15.26.4.4.8.4.8 & 3 d 11. Sed via ista valde tortuosa & obliqua est, duorum angulorum æqualitatem tot meandris tanquam præposteris exquirere. Et propositio tamen ista nihil à 3 d 11 differt nisi linearum numero, quia illic omnibus intersectis in subjecto plano, hic duabus sublimis perpendicularis efficitur: At neque omnibus neque duabus addi necesse fuit: Nam si duabus, etiam omnibus: Satis fuit in universum & generaliter intersectas dici & intelligi: sive duæ sint tantum, siue plures, nihil ad rem: duæ enim solæ etiam intersecantur & communem sectionem faciunt. Quare materies principii hic fuit assumendi per se, non propositionis demonstrabi-

lis. Atque hic interea etiam noto communem sectionem dici punctum in lineis intersectis, ut dicitur linea in planis intersectis. sed elenchus hic etiam gravior est, quod Euclides è conversa faciat principium (ut prædixi) hic autem ex antecedente faciat propositionem demonstrabilem, vel absurdius etiam quiddam est, quod idem hic proponatur de duabus quod illic de omnibus. Atque hic interea noto communem sectionem linearum dici punctum.

5 p 11 demonstratur impossibili non obscuro, quia pars toti esset æqualis, angulus nempe rectus pars recti. Consectarium est è perpendiculi & communi sectione, & tamen de duabus rectis intersectis etiam verum, sed vanum, quia de duabus intersectis est 2 p 11.

6 p 11 caussam manifestam habet è lege parallelismi & communi, nempe perpendiculo, neque ab Euclide demonstratur parallelismus propositus, sed situs rectarum in eodem plano, qui tamen propositus non erat. Itaque secundi libri Lycophron huc redit, aliud proponitur, aliud agitur.

7 p 11 impossibile habet idem quod habuit tertia, atque ut illa est in principio constituta, sic & ista constituatur.

8 p 11 est conversa quædam sextæ, qualis est axiomatis illa conversio. Si duo sunt eidem æqualia, sunt inter se æqualia: & si æqualium alterum est æquale tertio, reliquum erit æquale eidem. Itaque bella illa sextæ propositionis demonstratio huc iisdem vestigiis iteratur. Sed elenchus est hic manifestior. Nam definitione parallelarum æqualitas perpendiculorum intermediorum continetur, ut 35 d 1 dictum est à nobis, & mox dicetur 14 p 11.

9 p 11 tam principium est quam fuit. Quæ eidem æqualia. Neque plani diversitas magis immutat syllogismum parallelismi, quam immutat æqualitatis in illo principio. Itaque sexto loco jam sophisma simile continuatur, nempe 31 p 1, 11 p 5, 21 p 6, 12 p 10.

10 p 11 præcipue deducitur è parallelogrammi lege ad 33 p 1 proposita. Itaque ut illud postulandum fuit ad parallelogrammi definitionem, sic istud postulandum modo fuerit. Quin antecedens propositionis manifestam consequentis caussam continet ex axiomate æqualium angulorum: imo vero propositio ista plane nugatoria est, neque quicquam proponit nisi axioma illud æqualium angulorum, nempe angulos æquicruros & æquebasios æquari. Id enim re ipsa propositio ista proponit: in litera Euclidis est περὶ pro παρὰ.

11 & 12 p 11 respondent perpendiculis planis in 12 & 11 p 1, sed ordine præpostero, ut demonstratio Theonis procederet, sed utraque perpendiculi solidi constitutio constat per caussam 4 p 11, ut nempe perpendicularis sublimis sit duabus rectis in plano subjecto contiguis, id enim satis erat: nec aliud Euclides parallelismi hysterologia complectitur: sed absque parallelis, ut duæ primæ perpendiculares in subjectam communem, sic tertia duci potest in duarum intersectarum communem sectionem, quod Euclides ipse ad 5 d 11 antea usurpavit: denique ad idem punctum recti anguli ex sublimi cum intersectis totum hoc sublime perpendiculum comprehendunt. Quod autem hic casus nescio

quis

quis fortuitus adhibetur ab Euclide vel Theone, ut 1 p 4. 28 p 6: res artis aliena & indigna est, fac lineam ut fors tulerit, si perpendicularis est subjecto plano, habes quod quæris. At (inquam) præcepta artis é logicis legibus generaliter præcipere debent κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον non temere, ut hic Stereometres modo præcipit. Quare logica ista geometriam alioqui artium severissimam valde dedecet. Verum geometricus perpendiculorum usus jam antea disputatus est 11 & 12 p 1, & idem judicium de duobus istis problematis modo facimus scholarum διαγραμμάτων caussa confingi.

13 p 11 negatio est, quales fuere primi libri axioma ultimum & 7 p 1 & 1 p 11. Res autem affirmatè, imo generaliter de omni linea proponi potest, ut ad c 10 e 5. Adhibita est autem hæc propositio ad demonstrationem sequentium, ut decimæ nonæ. At de rectis perpendicularibus planis, id etiam postulari potest.

14 p 11 aperte indicat definitionem generalem parallelarum, quia lineæ parallelæ sunt, quæ distant communi perpendiculo.

15 p 11 thesim decimæ continet, & ejus antecedens est caussa consequentis ex illa generali parallelarum lege. Si lineæ rectæ connectunt æquales & parallelas, sunt æquales & parallelæ. itaque etiam id postulandum fuit. Atque hic etiam litera Euclidis habet περὶ pro παρά.

16 p 11 facilem probationem habet in Theone. si sectiones non essent parallelæ, neque plana ipsa essent parallela.

17 p 11 Euclides hanc deducit é 2 p 6: at totum contra: 2 p 6 deducenda fuit ex ista bene tamen proposita, ut 13 e 5 proposuimus. At certe Theon hic quidquid est, justius postulare potuit quam 10 d 5 quam partem 18 d 11.

18 p 11 Consectarium est quoddam é 4 d 11, & quidem disertius expressum quam antecedens illa definitio, satis enim est ad perpendiculum planorum, ut unica recta altero perpendicularis communi sectioni sit perpendicularis subjecto plano. Itaque ad rectam perpendicularem demonstrandum numero & multitudine contiguatum nihil opus est. At in perpendiculo planorum unica recta perpendicularis esse non potest, quin protinus sint innumerabiles.

19 p 11 est conversa proximæ: si rectè pronuntietur, hoc nempe modo: Si communis intersectio planorum sublimium est perpendicularis subjecto plano, intersecta plana sunt perpendicularia. Stereometria solidorũ sequit, cõplexa tamẽ propositiones octodecim varias de planis tum rectilineis generũ omnium, ut sunt triangula, quadrangula, multangula, tum obliquilineis, de quibus suo loco. Prima solidi doctrina est in angulis solidis.

20 p 11 respondet 20 p 1 de triangulis, & logica prorsus eadem est. Itaq; paratus etiam Zenoni jocus hic est. Nam si duo plani essent reliquo minores vel æquales, nullam magnitudinem intermediam cum eo concluderent. Jam vero quæri hic etiam potest, utrum generaliter de quibuslibet angulis, planis, sphæricis, mistis verum id fuerit. Tu id considerato.

21 p 11 elenchum generis habet pro specie, proponit enim generaliter quod

specialiter intelligatur de angulo solido plano, quod ostendit comparatio cum quatuor angulis rectis: demonstrationem autem habet non obscuram é subductis reliquis angulis triangulorum planorum solidum componennum. Est autem superioris proximæ adsimilis. Nam si quatuor rectis æquarêtur, plani com plerent locum planum, neq; angulum facerent. Erit autem usus propositionis hujus ad probandum quinq; duntaxat esse corpora ordinata ad finem 13 libri.
22 p 11 consectarium est é triangulis primi libri & tota est geometriæ, ad stereometricum nihil attinet: hic veró adhibita est gratia proximæ propositionis. At fructus ejus potest uberior esse in geometria, deinceps quę ad stereometriam possit traduci, ut omnia geometriæ elementa. Conjungatur igitur cum 22 p 1 ad trianguli fabricam. Quare res ipsa accuratius animadversa nullum demonstrationis argumentum requirit.
23 p 11 respondet 22 p 1, logicam autem continet in demonstratione prorsus admirabilem, propter ineptissimas nugas quinque partium, quod radius sive sit intra latera, sive in latere, sive extra, neque ęqualis, neq; major esse possit. Huc etiam sex & viginti syllogismi ex totidem propositionibus intexuntur, & hoc videlicet Theoni vel Euclidi est demōstrare rem per se manifestā, tot nebulis involvere & obscurare. Etenim propositio ista est conversa 20 & 21 p 11. Nam si tres anguli plani minores quatuor rectis constituant angulum solidum, duo quilibet sunt majores reliquo, & contra, si sunt tres anguli plani minores quatuor rectis, duo quilibet majores reliquo, constituent angulum solidum. Itaque sic antecedens per se manifestum sit, ut est, conversa quoque per se manifesta est. Nec tamen hæc anguli constitutio generalis est. Nec enim potest é planis angulis sphæricus aut mistus fieri. Itaque pollicetur hic Euclides genus, præstat speciem, ut sæpe jam antea.
24 p 11 de certo genere plani præcipit, sed valde incerta oratione. Itaq; Cāpanus hic obstrepens nescio cui ait, ista ꝓpositione solidū parallelis planis cōprehensum tantū esse parilaterum quidem á senario terminorū numero deinceps infinitū, neq; tamen pariterminum quodlibet hic intelligi posse, sed parallelogrammū duntaxat, cùm omnes termini sunt parallelogrāmi, ideoq; duntaxat sexaedrū, quod si verum est parallelepipedū respondet in planis parallelogrammo, id est quadrato, oblongo, rhombo, rhomboidi. Itaque propositio ista vera tantum esset de prismate, non de misto polyedro. Nec enim octaedrum, icosaedrum, dodecaedrum (quamvis comprehensa é planis parallelis) habent oppositos terminos parallelogrammos: habent enim triangulos octaedrum & icosaedrum: dodecaedrum autem habet quinquangulos. Quod autem Campanus ait propositionem istam intelligi posse tantum de solido parallelogrammo, accipio, sed hactenus, ut parallelogrammum dicatur etiam multangulum æquiterminum & pariterminum, cujus nempe opposita plana sunt parallela. Quod enim ait parallelogrammum solidum tantum esse hexaedrum, id si probasset probatio ejus æstimaretur. Cur enim paritermina illa á senario infinita, quæ facit, ista propositione non cōprehendentur? habent enim plana opposita parallelogramma

lelogramma & æqualia. Sic enim parallelogrammũ generaliter in multangulis accipi poteſt, ut Proclus docet ad 34 p 1. quamvis Euclides parallelogrammũ tantũ videatur in quadrilateris poſuiſſe, ut ex 41 p 1. perſpicitur. Et veró propoſitionũ de parallelepipedis veritas conveniet omnibus priſmatis pariterminis & parallelogrãmmis. Cauſſa autem propoſitionis tam captioſæ eſt omiſſa partitio & definitio. Nam ſi partitus eſſet Euclides genera ſolidi plani, ſi hoc ipſum parallelepipedum definiſſet, tota confuſio eſſet ſublata. Atqui ut in 33 & 34 p 1. definitio parallelogrammi, ita hic priſmatis parallelogrammi definitio in propoſitionem ſophiſtice eſt converſa.

25 p 11 deducitur é lege primarum figurarũ. Quapropter Theonis demõſtrationem ad eas aggregato, quibus principia & definitiones demonſtrantur, parallelismo enim indicatur æqualis altitudo, nec aliud hic adhibet Theon, præter illam ſingularem quinti libri ſextam definitionem, quam & 1 & 33 p 6 adhibuit. At hic duæ efficientes cauſſæ ſolæ comparantur altitudo & latitudo. Itaq; cum altitudo ſit eadem, ſolum diſcrimen eſt é baſis latitudine. Quare demonſtratio Theonis hoc loco ſimillima eſt ſuperiori. Sed docet hic Campanus hanc propoſitionẽ cõvenire ſerratilibus illis ſuis, id eſt priſmatis pentaedris, putatq; omnia quæ Euclides ſolis parallelepipedis duodecim ꝓpoſitionibus attribuit, priſmatis pentaedris cõvenire, quia ſunt dimidia parallelepipedorũ. Quod perinde eſt, ac ſi Euclides in planorum doctrina proprie attribuiſſet parallelogrammis, quæ eſſent tamen triangulorum cõmunia. Locus hic habet elenchum animadverſione omniũ, qui adhuc fuerũt, digniſsimũ, elẽchus ſpecialis doctrinæ pro generali infinitus antea deprehenſus eſt: hîc veró tot propoſitionibus continuatus cæteros omnes ſuperavit. Nec tamen Campanus hic ſatis vidit. Omnibus enim priſmatis nõ ſolũ ſerratilibus & pentaedris convenit quod proponitur. Priſmatis ſiquidem ſecti plano planis oppoſitis parallelo, ſegmenta ſunt ut baſes, quia parallelogramma ſunt æquealta.

26 p 11 ſpecialis eſt de angulo ſolido plano, non generalis de ſolido. Nec enim Theonis demonſtratio angulum ſphæricum aut mixtum conſtituit, & tamen quod Theon hic inſtituit nihil eſt aliud, quàm ſi partes partibus æquales ſint, totum toti æquale eſſe. Et hæc bella anguli æquatio continetur æqualium angulorũ axiomate, neq; ſtereometrici ſalis ulla præterea mica eſt. Ita duæ propoſitiones de angulo plano ſolidoq; ex uno æqualium angulorum axiomate fabricas diſputabiles & demonſtrabiles nobis invenerunt.

27 p 11 *σύσϛασιν* ſuperiori conſimilem habet, fabrica tamen poteſt omnibus priſmatis, imo figuris omnibus convenire, nõ ſolis parallelepipedis: neq; prorſus aliud hoc problemate traditur, quàm continetur definitione figurarum ſimilium & ſimiliter ſitarum ad 18 p 6, neque hic quicquam eſt diſputatione dignum aut demonſtratione. Ita duæ propoſitiones 18 p 6 & 27 p 11 é definitione ſimilium & ſimiliter ſitarum figurarum factæ ſunt, quæ tamen novi præcepti nihil requirerent.

28 p 11 ducitur é definitione parallelogrammi ad 34 p 1. unde admonemur aliquid

liquid esse cõmune planorum & solidorũ, id est figuræ parallelogrammæ proprium, imo esse omnino in omni magnitudine bisectionẽ aliquã, seu punctum, seu lineam, seu superficiem, quæ magnitudo bifariam secatur, id in figura plana diameter & diagonius, si est per angulos oppositos, dicitur, in solida nomine caret. Itaque nomine generali esset opus ad hanc generalem affectionẽ declarandum. Itaque propositio ista materiam principii ac definitionis habet.

Quatuor proximæ propositiones 29.30.31.32. præter elenchum propositum, parallelepipedo attribuunt, quod est prismatis commune, valde præpostero ordine positæ sunt. Nam 32 est maxime omnium generalis, & cæteras antecedentes speciales complexa, tum 31 simili ratione complectitur 29 & 30. Omninoque si 32 præcessisset, consequerentur tres reliquæ, item si præcessisset 31, concluderentur ex ea duæ 29 & 30. In 29 & 30 rectas insistentes esse & non esse in iisdẽ rectis, est superiorum planorum duo quælibet latera in unam rectam continuari aut nõ continuari, vel solida ipsa sub eandem rectam vel non eandem constitui. Sed multo præstantius est illud, atque nobilius, quod disputatum est à nobis primo libro, una propositione tam multas propositiones comprehensas esse. figuræ primæ inter se sunt ut bases, longeque præstantissima & nobilissima demonstratio una illa è geminis caussis planè perfectæq; satisfaciet, quarum altera per altitudinem data solum discrimen superest ex altera, id est è basi.

33 p 11 Derivata est propositio hæc è 19 & 20 p 6. At & illæ & ista in unam propositionem generalem geometria longe nobiliore & luculentiore includuntur, quod fecimus 15 e 4: caussaque tam generalis est illa è compositione rationum tradita ad 5 d 6. Ex hac verò propositione & ejus consectario deducitur via duplicandi cubi, de quo ad 4 e 24. Sed enim Campanus isto loco vehementius Euclidem aggreditur, quæ proposita sunt ab Euclide 25.28.29.30.31.32.33 p 11 specialiter de parallelopipedis, ea prismatis & serratilibus convenire, magnumque Euclidis errorem & multiplicem convincit, attribuentis solis parallelepipedis quæ prismatis aliis natura prioribus conveniant. At Campanus ipse licet caput altius extulerit, quam Euclides, summum tamen non attigit. Nec enim (ut dixi) theoria tot propositionum convenit solis prismatis pentaedris, quæ Campanus sola putat, & Euclidis parallelepipedis, sed omnibus omnino corporibus planis, quorum duo plana opposita sunt æqualia & similia & parallela, reliqua autem latera parallelogramma: imo convenit omnibus euclideis corporibus: primis primum, deinde æquemultiplicibus primorum. Itaq; Campani error hic aliquis, sed Euclidis multo est gravior, & tamen Euclides etiam videtur Campano & erroris istius caussam attulisse, qui prisma nõ aliud quam pentaedrum dicere videatur.

34 p 11 demonstrationem habet simillimam demonstrationi vicesimæ tertię. Partitio duplex est de perpendicularibus insistentibus vel non perpendicularibus, tum in primo genere de basibus æqualibus, vel inæqualibus totidemque conversæ sunt, ita demonstrationes fiunt sex pro unica, imo vero pro nulla. Deducta enim propositio est è primarum figurarum proprietate, ubi caussæ efficien-

cientes illæ solæ sunt basis & altitudo, & generalem propositionem faciendam esse è 14.15 p 6, è 34 p 11. demonstratio in his prorsus eadem manifeste demonstrat, nempe primarum figurarum æqualiū bases & altitudines esse reciprocas.

35 p 11 fabricam & demonstrationem admirabilem continet: Adhibentur enim sex & quadraginta syllogismi, quod unico angulorum ęqualium axiomate transigi potuit, æqualis nempe sublimibus & perpendiculis ad docendū crurum æqualium bases æquales esse. Itaq; & consectario Theonis concluditur, si tales anguli sunt æquales, etiam perpendiculares ipsas æquales esse, & tamē thesis de duobus planis deque binis æqualibus angulis æqualitatem angulorum continebat. Quapropter (ut sæpe antea) sic isto loco subiit admirari otiosos & literatos homines otio & literis tam intemperanter abusos esse. Nihil igitur hujus neq; propositionis neq; demonstrationis in geometria retinemus.

36 p 11 proponit generaliter de omni parallelepipedo æquiangulo, quod poterat similiter de quovis parallelogrammo æquiangulo 16 & 17 p 6, unde hæc derivantur, proponere. Hic tamen nihil proponitur analogum 16 p 6.

37 p 11 respondet 22 p 6, & magnum fuit indicium è duabus specialibus unam generalem fieri posse, cum demonstratio per soritem graduum quatuor duabus una conveniat. Neque verò parallelepipedis tantùm solidis convenit, sed omnibus primis figuris & earum æquemultiplicibus. Itaque ex hac propositione & illa unum generale consectarium in geometria fecimus.

38 p 11 non est in Campano, neque in geometria esse debuit. Est enim conversa quædam 4 d 11, & Ptolemæi adversus Euclidem logica hęc nostra est. Conversio tamen non rectè facta est: antecedens enim & conversa sunt. Si recta in altero intersectorum planorum perpendicularis communi sectioni est perpendicularis subjecto plano, plana ipsa sunt perpendicularia: & si intersecta plana sunt perpendicularia recta in altero perpendicularis communi sectioni est perpendicularis reliquo; sic (inquam) esset legitima conversio. At Euclides convertit præposterè. Si plana sint perpendicularia, recta in altero perpendicularis reliquo, cadet in communem sectionem, & probat per impossibile duorum rectorum in triangulo.

39 p 11 potest esse omnis prismatis, ut 25 & 28, dummodo diagonius generaliter in omni figura intelligatur, id nempe quo bisecatur figura: talis enim est in omni figura bisectio: & sic ad 28 p 11 monuimus. Atque hoc quidquid est, demonstrabile omnino non fuit, nisi forte & demonstrabile videatur ejusdem figuræ parallelogrammæ diametros inter se bisecari: nihil enim aliud ista propositio loquitur: adhibetur autem ad 17 p 13.

40 p 11 præponi debuit 33 p 11, quia de æqualitate præcipit. Nec tamen satis accurate proponit: Debuit enim addere prismata pentaedra, his enim solis id potest convenire. Quomodo autem loquitur, falsa est, ut si sumas prismata parallelepipeda hexaedra ejusdem & basis & altitudinis, erunt æqualia per 32 p 11. At si alternis dimidium cum altero integro compares, erunt æquealta, alteriusque basis triangula, alterius parallelogramma dupla triangulæ,

Pp neque

neque tamen erunt æqualia. Quare falsa hæc est propositio nisi specialiter intelligatur, ut in hoc libro, & definitiones & propositiones antea tam multæ, quæ generi tribuunt, quod est speciale, aut contra speciei quod est generale. Adhuc igitur stereometria fuit unius & viginti propositionum, é quibus tamen tres 22.35.38 fuerunt de planis, non de solidis. Itaque octodecim tantum erunt de solidis, de angulo solido quatuor 20.21.23.26. quatuordecim reliquæ de prismate parallelepipedo, quarum tamen duodecim 25.27.28.29.30.31.32.33.34.36.37.39 sunt communes omnium prismatum, ut prisma definitum est ab Euclide: 24 definit parallelepipedam speciem, nempe prismatis, cui tamen specialiter nihil esset attribuendum. Contra 40 tribuit generi prismatum, quod de unica specie tantum posset esse verum. Sed in toto libro undecimo multo magis est illud admirandum é propositionibus quadraginta nullam omnino propositionem esse, quæ demonstrationem meruerit, sed omnes unica vel definitione, vel propositione (unde sequerentur) contentas esse. Atque omnino é propositionibus quadraginta cum secreveris octo de lineis & planis solidis 4.5.10.15.16.17.18.19, septem de solidis 20.21.23.24.25.36.40. reliquæ omnes vigintiquinque vel communes vel propriæ geometrici generis reperientur, nil ad stereometriã proprie attinebunt. Atque ista est inopia quam initio proposui, quæque major etiam postea reperietur.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARVM LIBER 28. IN 12. elementorum.



Duodecimus liber habet propositiones 18. é quibus tres sunt de planis 1.2.16. reliquæ de solidis, quatuor de pyramide 5.6.8.9. tres de pyramidis & prismatis ratione 3.4.7. de sphæra duæ 17.18. de cylindro unica est 13. de cono & cylindro quinque 10.11.12.14.15. Sed quindecim de solidis propositionum, decem sunt communes 5.6.8.9.11.12.13.14.15.18. é quinq; reliquis duæ 7 & 10. solidam utilitatem habent, tres reliquæ 3.4.17. demonstrationum caussa videantur esse factæ. Prima igitur, secunda & decima sexta propositiones ad Geometriam pertinẽt, non ad ad Stereometriam.

1 p 12 elenchum habet in multis antea propositionibus deprehensum, speciei nempe pro genere. Proponit enim de multangulis, quod omnium rectilineorum commune est: imo vero quod omnium omnino figurarum commune videatur, ut amplius differetur 17 p 12. demonstratio non obscura est, caussam tamen aliam nullam habet, sed propositio ipsa suæ veritatis caussam cõtinet é diametro & similitudine figurarum.

2 p 12 specialis est tertia post 19. & 20 p 6. ad figuras similes 15 e 4. diametri enim sunt pro lateribus homologis, quod 18 p 12. manifestius efficiet. Itaque materies ista tam postulandi principii fuit, quàm 1 d 3: quæ valde huic homogenea est: materies non fuit, demonstrabilis propositionis: demonstratio tamen obscu-

obscurissima est omnium quæ adhuc fuerunt, & multis de caussis animadvertenda. Labyrinthum hic creticum quempiam stereometrico artificio affectatum credas. uno hoc in libro iteratus est sexies error iste inexplicabilis. Eo igitur diligentius tãquam filo Ariadnes retexendus est, ut ambages in uno semel explicatæ, nullum in cæteris negotium facessant. Ergo attendatur. Impossibile per partes inducitur, sed inductione valde insolenti. Tria enim sibi sumit Euclides ad impossibile cogẽdum obscuriora & magis improbabilia quæstione ad quam probandum adhibentur. Primò. Si non sit ut quadratũ ad quadratũ, ita circulus ad circulũ, erit igitur (ait geometres) ita circulus ad aliquod aliud spatium, χωρίον id nominat, neq; cujus figuræ sit explicat, spatium confuse dicit. At propositio adhuc nulla fuit, quæ circulum cum quovis spatio rationalem esse demonstraret, quin omnium (quæ in rebus geometricis adhuc versatæ sunt) difficillima quæstio est, utrum circulus ad quadratum & quamnam rationem habeat: ut tamen inde certum sit, circuli ad quadratum rationem non esse impossibilem, quãvis adhuc nemini possibilis, nemini nota fuerit, quæ etiam Aristotelis judicio possibilis est. Hoc igitur primũ est in ista demonstratione. Secundò. Si circulus esset rationalis ad quodlibet spatiũ, tamẽ nulla propositio fuit, quæ doceret tribus spatiis datis invenire quartũ proportionale: nam 11.12.13 p 6. de linea recta proportionali tertia, quarta, media invenienda præcipitur: nulla aũt de superficiei vel tertiæ, vel quartæ, vel mediæ, vel etiã talis corporis inventione geometria fuit. Itaq; sumere potuit Euclides datis tribus rectis quartã, datis aũt tribus spatiis non potest ponere proportionale quartũ. Cum vero spatium informe & infiguratũ ita sumptũ sit proportionale, neq; minus neq; majus esse secundo circulo, ad prius illud assumitur aliud rectilineum inscribi posse dato circulo majus quavis data superficie minore, quam sit datus circulus, quod antea nusquã demonstratũ est, sed utcumq; colligitur è 1 p 10. prærerea assumit inscriptũ majus esse dimidio circuli, quod etiam probat. Verumtamen si hic mireris, cũm duo inęqualia ita ꝓpinqua sint, ut inter ipsa nullũ sit mediũ, ut inter numeros 1 & 2. inter 2 & 3. sic in magnitudinib. duabus, quomodo ad 16 p 3. dicit angulũ semicirculi majorẽ esse quovis dato angulo acuto rectilineo, ut jam inter rectũ rectilineũ differẽtia interjecta nulla cogitari possit: qd (inquies) fiet huic sumpto, qđ inter duas quasvis magnitudines inæquales, tertiã tamẽ postulat minorẽ majore, majorẽ minore? Etenim si inter duas datas magnitudines intermedia nõ dico cogitari possit, sed reipsa ac naturæ veritate possit inveniri, poterit rursus quarta inter secundã & tertiã, quinta inter tertiã & quartã, & sic in infinitũ. Itaq; si quantulamcũq; differentiã jam inde ab initio ꝓposuero, tamẽ infinitis sectionibus sectilẽ facies, & quod vix initio semel secturus sis, tamẽ perpetuo atq; infinite secturum te profiteris. Admiratio tamen ista ad 10 p 1 sublata est. Archimedes tale quiddam sumpsit ad 5. th. 1. de sphera. Sed tamen rectilineum istud majus dato spatio inscriptum sit secũdo circulo, sequitur deinde ut simile inscribatur primo, de quo tamẽ nominatim antea propositio nulla fuit, videtur autem assumi è 18 p 6. Hoc est notabile tertium. Ergo jam percipimus

quàm perspicuis & illustribus rebus demonstrator theorema sit addicturus. Reliqua spectentur. His positis syllogismus ita concluditur. Ut primum quadratum est ad secundum, ita circulus primus est ad spatium: ut autem rectilineum primum est ad secundum, sic quadratum primum ad secundum: Itaque ut rectilineum ad rectilineum, sic circulus ad spatium. At alterné primū rectilineum minus est primo circulo. Ergo secundum minus est spatio, quo tamen majus esse ponebatur. Hoc impossibile est, idemque fuerit si incipias á secundo circulo, ut concludi omnino possit, ut est de quadratis alterum ad reliquum, sic circulum é duobus alterum ad spatium esse non posse, quod sit minus reliquo circulo. Atque id argumentum est secundi impossibilis futuri: Dicat igitur adversarius depulsus majoris assertione spatium illud esse minus secundo circulo, tumque rejectis rectilineis inscriptis syllogismus ita procedet inverso modo per 13 d.5. ut spatium ad primum circulum, ita secundum quadratum ad primum, & ut quadratum secundum ad primum, ita secundus circulus, si non ad primum circulum, saltem ad aliud spatium. Itaque ut primum spatium ad primum circulum, sic secundus circulus ad secundum spatium. At alterné primum spatium majus est secundo circulo. Ergo primus circulus major est secundo spatio. Quapropter erit ut é quadratis unum ad reliquum, sic é circulis secundus ad spatium minus reliquo circulo, contraquam primo impossibili erat conclusum. Hæc Euclidis vel Theonis est demonstratio ad 2 p 12. Hi sunt anfractus, hæ sunt ambages, hic deniq; labyrinthus. Veruntamen ut artificum licet excellentiū, tamen artificium vanum & inane intelligatur demonstratione hac tot modis, vel suspecta vel obscura, nihil omnino opus est. Materies enim est principii uti dixi, & (sicut antea sæpe factum est) conversa in propositionem demonstrabilē, quod non solum é generali illa caussa ad 19 & 20 p 6, sicuti proposuimus initio ꝓpositionis, sed ꝓpe oculis aspicitur. Etenim circuli sunt æquales, quorū diametri sunt æquales, materies definitionis fuit Euclidi ad 1 d 3: similes circuli definiti non sunt, sectiones contrá similes definiuntur 10 d 3. quæ capiunt angulos æquales, & 23.24 p 3 dictum est similes sectiones esse æquales in æqualibus basibus. Itaq; cum circuli omnes omnibus sint similes, ut quadrata quadratis, nec ideo speciali definitione sit opus attamen proprietas quædam proportionis é rationis æqualitate deduci potest, ut deducitur in triangulis, in angulis, & in centro peripheriave ad 1. & 33 p 6. triangula æquealta in basibus æqualibus sunt æqualia, & contrá, fuit 37.38.39.40 p 1. Hinc animadversum est 1 p 6. triangula æquealta esse ut bases. Itē. Si anguli in centro peripheriave circulorū æqualium sunt æquales, insistunt in peripheriis ęqualibus, & cōtrá fuit 26 & 27 p 3. Hinc animadversum est 33 p 6. angulos in centro peripheriave circulorū æqualiū esse, ut sunt peripheriæ in quibus insistunt. Sic cúm patuerit nō propositione quidem, sed definitione circulos æquales esse, quorum diametri sunt æquales, facile fuit animadvertere circulos item æquales esse, quorum á diametris, quadrata essent æqualia, unde sicut antea deducerē circulos esse ut á diametris quadrata, quia si quadrata essent æqualia, ęquales esse, si inęqualia, tanto

tanto circulos inæquales esse. Quamobrem caussa & generalis omnium figurarum communis & circulorum ipsorum propria convincit propositionem hanc postulandam fuisse, & digito si quid opus esset, atque exemplo demonstrãdam, non tot syllogismis obscurandam. Hæc logica mathematicis artibus imprimis periculosa & detrimentosa fuit. Itaq; evitabitur à nobis imposterum, ubicumq; similis reperietur, neque labyrinthum pro regia via proponemus. Utitur Euclides vel Theon principio in hac demõstratione, & postea utetur. Contentum minus esse continẽte, quod Archimedes primo de sphæra demonstrare voluit, sed specialiter é polygono & circulo, melius igitur id Euclides postulavit. Duæ sequentes propositiones mistam materiam habent de pyramide & prismate.

3 p 12 quinque partes habet, prima & secunda de æqualitate & similitudine particularium pyramidũ transfigũtur eodem argumento: triangula enim æquilatera sunt etiam æquiangula, ideoque similia, & tertia pars ex eadem triangulorum similitudine ducitur, quarta per 40 p 11. facilis est, quinta facillima omnium. Prismata autem in hãc comparationem inclusit, quia sex pyramides, quibus prismata continentur, non sunt omnes similes toti & inter se. Sunt illæ quidem omnes æquales, ut é 7 p 12 patebit. At similes nõ sunt omnes neq; inter se, neque toti: quaternæ enim similes sunt, ideoque facta est illa sectio. Fuerat veró elegantius secare pyramidem tetraedram in octo pyramides tetraedras æquales, quaternas similes: quatuor autem angulares similes etiam toti. Sed hoc totum & propositionis & demonstrationis artificium quid utilitatis ad stereometricum usum habiturum sit, considerato. Ex hac propositione deduces. Si trianguli æquilateri crura bisecta connectantur, quatuor æquilatera triangula constitui: quod ad 2 p 6 demonstravimus.

4 p 12 hysterologiam habet. Est enim consectarium quintæ & sextæ sequentium, vel potius consectarium est é proprietate primarum figurarum. Pyramides enim ipsæ æquealtæ sunt ut bases, item prismata æquealta ut bases, sed bases prismatum pentaedrorum sunt similes basibus pyramidum, quia æquiangulæ, & prismata ipsa pentaedra ut suæ bases, totaque parallelepipeda, ut pentaedra dimidia. Quare comparatio pyramidum & prismatum singularium ex illa generali caussa peti debuit. Sed tamen quarta propositio demonstrationem Euclidi vel Theoni nacta est, ut inde quinta & sexta demonstrarẽtur. At minimé principio tali indigebant. Atque artificii hujus, ut superioris usum multó libentius requirerem.

5. & 6 p 12 ita speciales sunt ad primas figuras, ut undecimo libro fuerunt 29. 30. 31. ad 32. Sed hic tamen nulla generalis facta est ab Euclide, ut illic. Campanus autem generalem fecit. Si pyramides sunt æquealtæ, sunt ut bases: unam veró generalem propositionem faciendam esse ex altitudine tam multæ propositiones admonere Euclidem potuissent, si quid unquam de logica cogitasset. Demonstratio veró quintæ propositionis simillima est demonstrationi secundæ, & secũdus labyrinthus pro via regia proponitur. Ariadnes filum exhibuimus, neque repetimus, præstabat igitur hic principium facere, quàm sine ulla caussa

tam obscurè demonstrare. Itaque talis demonstrationis gratia nequaquã quarta proponenda fuerat.

6 p 12 demonstrationem habet affirmatam, sed involucris propositionum variarum sæpius iteratarum perobscuram. Hic tamen labyrinthum non appello, totaq; res poterat solis 3 p 12 & 18 p 5 demonstrari: imo verò ut dixi poterat & debebat unum generale principium fieri, quo libri hujus quarta quinta, sexta, cum cæteris primis continerentur.

7 p 12 certæ utilitatis est ad pyramidum mẽsuram, & diserte proponit prisma triangulæ basis, non solum quod prisma genus sit omnium solidorum planorum, quorum duo plana opposita sunt æqualia similia parallela, reliqua parallelogramma, ut constat è 13 d 11. sed quia pyramides tres, in quas prisma quodlibet dividi possit, non perinde demonstrari queat. Itaque in generali corollario etiam illud diserté est propositum. Omnis pyramis est tertia pars prismatis æqualem basim & altitudinem habentis: quod exemplo dissecti prismatis & digito melius, quàm ullo argumento demonstratur, ubi videas in prismate pentaedro tres pyramides æquales, duas extremas similes, tertiam valde tota figuræ specie dissimilem: in cubo similiter. At in parallelopipedo oblongo, in rhombo, romboide dissimilitudo major apparebit Itaque non collegit Euclides omne prisma dividi in tres pyramides æquales, sed omnẽ pyramidem esse tertiam partem prismatis, & velut ambiguum reliquit, utrum sesquialterum reliquum duas pyramides perspicuis partibus æquaret. Dissectio (inquam) id totum oculis subjiciet, & dissectio quam Euclides sibi permisit: neque demonstrat dissectionis facultatem aut modum, sed assumit segmenta, eaque demonstrat æqualia & similia in 3 & 4 p 12, æqualia tantum in 7 p 12. Quod etiam oculis & antea & postea è comparatione planorum comprehendentiũ perspicuum dissectio fecerit.

8 p 12 specialis est, sed corollarium habet generale. At ex generali speciale contrá fuerat concludendum: elenchus igitur est speciei pro genere. Et tamen generalis etiam propositio de similibus pyramidibus specialis erit ad propositionem de figuris similibus: & consectarium protinus illinc assumendum. Quare & propositio & propositionis demonstratio vacabit, ut jam 5 & 6 vacarunt.

9 p 12 similem elenchum habet de pyramidibus triangulis, quum tamen res sit omnium pyramidum communis. Imó ut antea consectarium è genere illo altiore, primarum æqualium bases & altitudines esse reciprocas. Itaque ut 34 p 11. sic 9 p 12 vacabit, & propositionis item demonstratio vacabit neque præcipuum quicquam stereometriæ hic est, commune totum est planorum & solidorum.

10 p 12 solidæ item utilitatis est, ut 7 p 12, ad dimensionem quippe conorum è cylindris: Sed demonstratio ipsius involvitur labyrintho, tertium è 2 & 5 p 12 repetito, attamen caussam habet è 7 p 12, & ejus consectario, quod prisma sit triplum pyramidis eandem & basim & altitudinem habentis. Nam cylindrus

refert

refert prisma, & conus pyramidem, imo veró latera cylindri sunt latera prismatis, & basis cylindri intra eadem latera complectitur basim prismatis, & polyedrum prisma possis intra eadem latera facere, ut cylindrus videatur é prismate fieri, sic latera coni, pyramidisque communia sunt, neque hic plana & bases pyramidis admodum polygonæ & polyedræ valde differant: denique intra eosdem terminos cylindri & coni, prismatis & pyramidibus sunt proportionales: quod tam juste postulabitur quám postulat Euclides conos & cylindros esse similes quorũ diametri sut proportionales diametris basium. Itaq; si prisma pyramidis est triplum, & cylindrus coni triplus erit. Hæc caussa fuit ad illam demonstrationem proferenda. Quare repetere huc labyrinthos 2 & 5 p 12. ut Euclides & Theon fecére, est impensa sophisticæ nimium gravis & importunæ stereometriam onerare.

11.12.14.15 p 12 confuse de cylindris & conis præcipiunt. Itaque pro quatuor propositionibus, si tamen necessariæ fuissent, octo faciendæ erant, sed neq; quatuor neque octo, imó nulla prorsus requirebatur.

11 p 12 est specialis ad illam inclytam matrem. Primæ figuræ æquealtæ sunt ut bases. Quare consectarium est hæc specialis, ideoq; vacat labyrinthus é demonstratione 2.5.10 p 12. ad hanc propositionem revocatus quarto loco.

12 p 12 specialis est ad similes primas, & labyrintho demonstrationis simillimo. Itaque demonstrationes 11. & 12 p 12 demonstrationibus secundæ, quintæ, decimæ simillimæ sunt demonstrandi genere, & labyrinthos germanissimos involvunt.

13 & 14 p 12 invertunt illud é primis: quod altitudines comparant ex basibus, cùm antea contrà ex altitudinibus bases sint comparatæ. Sunt igitur ex eadem tautologia vicesima & vicesima prima propositiones factæ. Nam antea novemdecim præcesserant, quo licebat pro novemdecim antecedentibus totidem effingere, & triginta octo facere propositiones pro una.

13 p 12 demonstratur nugatorio illo demonstrationis modo, quo 25 p 11 demonstrata est. At consectarium est é primis æquealtis.

14 p 12 conversa quædam est 11 p 12. coni & cylindri æquealti sunt ut bases di xit 11 p 12. & nunc coni & cylindri basium æqualium sunt ut altitudines. Itaque Campanus hanc propositionem non repetivit.

15 p 12 respondet nonæ hujus, & elenchum superioris habet, estque de genere tautologiæ hujus sexta: nempe post 14 & 15 p 6. post 33 p 11. post 8. & 12 p 12.

16 p 12 sententiam problematis hanc habet.

Si perpendicularis inscripta majori duorum concentricorum circulorum, tetigerit minorem in communi diametro, totiesque dimidium tollatur é dimidio peripheriæ majoris dum relinquatur minus comprehenso à perpendiculari & diametro, subtensa huic minori erit latus multanguli æquilateri & pari-

& pariter parilateri majori circulo sic inscribendi ut minorem non tangat. Hæc sententia problematis est geometrici non stereometrici. Itaque & antea in geometria esse debuit, si tamen esse debuit: ut pleræque propositiones aliæ. neque propositio ista si verbis problema esset expressum, quicquam demõstrabile haberet, demonstrationem suam complecteretur: videtur autem adhibita tantum ad labyrinthum 18 p 12. Et enim hæc decimasexta ad decimam septimam proximam attinet, ut duabus bis obsecundantibus columnis exædificetur demonstratio decimæ octavæ, sed artificioli quis præterea erit usus?
17 p 12 præcipue ducitur é proxima. Sententiaque problematis est. Si multangula æquilatera & pariter parilatera inscribantur maximis circulis sphæræ continentis concentricam sphæram, primum quod contentam non tangat, reliqua transeuntibus per angulos inscripti, latera inscriptorum omnium parallelis connexa inscribent polyedrum continenti sphæræ: quod contentam concentricam nõ tangat. Hæc sententia problematis est stereometrici, Polyedrum enim in solidis dicitur ut polygonum in planis, id veró quoniam fit exemplo polygoni æquilateri & pariter parilateri, necesse est, ut minimũ tot hedrarũ sit, quantus erit numerus planus ex angulis polygoni archetypi per dimidium multiplicatis, ut si polygonum fuerit angulorum 8, polyedrum erit basium 32. si fuerit angulorum 16, polyedrum erit basium 128. si fuerit angulorum 32, polyedrum erit basium 512. & sic deinceps. Nam tot sunt intervalla polyedri inscripti inter polos sphæræ circumscriptæ, quot sunt latera polygoni, at in unoquoq; intervallo, tot sunt bases, quot sunt latera in dimidio polygoni. Quare numerum basium dabit planus ex angulis polygoni per ipsius dimidium factus. Demonstratio igitur ista elegans & valde logica est ex argumẽto partium & caussarum totum constituentium concludere de ipso toto, ut si polygonum fuerit laterum 8, polyedrum erit basium 32, & é tricesima secunda parte de toto concludetur. At Theonis demonstratio quod quadrilatera id est bases polyedri sunt in uno plano, & quod inscriptum polyedrum non tangat, valde est inepta. Nam fabrica disertis verbis expressa demonstrationem suam totam complectitur, ut superior proxima complexa est, atque ista nimirum altera caussa fuit problematis à theoremate separandi. Assumit autem Theon interea é 14 d 11 & 15 p 3. Si sphæra secatur plano, communẽ sectionem esse circulum, & maximum circulum esse, qui transit per centrum sphæræ, ut sphærica é circulis majoribus & minoribus doctrina tum quædam fuisse videatur, licet ab Euclide in elemẽtis nequaquam tradita, & doctrina tamen simplex & suo sensu contenta, ut Theodosii demonstrationes nihil requireret. Ex eadem propositione decima septima deducitur corollarium, quod polyedra similia sphæris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphæricarum. Vtrum vero corollarium hoc generaliter etiam verum est? Solida similia sphæris inscripta sunt in triplicata ratione diametrorum sphæricarum. Nam de planis propositio præsens docet, de conis & cylindris utrum res conveniet propter proportionem cum pyramidibus & prismatis? Nã coni similes inter se habent rationem triplicatam, quam diametri basium per

12 p 12. & pyramides inscriptæ conis habent triplicatam rationem laterum, & sphæræ rationem habent, quam similes pyramides inscriptæ, idque tandem cylindris per conos conveniet, imò de figuris omnibus similibus utrum verum est, figuræ similes rotundis inscriptæ habēt inter se rationē diametrorum æquemuluplicatam demensionibus. utrum inquam, res ita est, & sic de propositionibus primariis tertia est hæc una: Hoc attendito & considerato. Atq; inde etiam aliud consequetur. Sphæræ inter se sunt in ratione polyedrorum similium ipsis inscriptorum. Hæc autem propositio de polyedris inordinatis tantùm est ut res ipsa manifestè demonstrat, è planis inæqualibus & inæquilateris, majora enim sunt à polo remotiora, totaque polyedri & inscriptio & demonstratio adhibita est, ut inde proximæ demonstrationis labyrinthus procederet. At id minime omnium requirebatur.

18 p 12. elenchum habet speciei pro genere, quem habuere 19 & 20 p 6. 33 p 11. item 8 & 12 p 12. Nam de corporibus omnibus similibus non solum sphæricis, sed planis & mistis res omnino vera est, imo de figuris omnibus similibus, ut antea jam patuit. In sphæris autem diametri sunt pro lateribus homologis. Itaque potuit etiam de circulis idem dici quod de rectilineis similibus. Circuli inter se habent duplicatam rationem diametrorum, ut antea dixi, ad 2 p 12 ut pateat omnium figurarum similium commune esse habere rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimensionibus. Demonstratio autem polyedrum inscriptum ita comparat ad sphæram, ut antea ad conos & cylindros pyramides inscriptæ & prismata inscripta comparantur, conclusioque per labyrinthum non majoris, non minoris, atque utriusque partis incommoda procedit. Ita sexto loco cretensis labor inextricabilis iteratur. fuit enim labyrinthus iste 2. 5. 10. 11. 12. & nūc 18 p 12 ita sex demonstrationes in stereometria prorsus admirabilem logicam habuere, ut valde vehementerque addubitem, utrum post authorem harum demonstrationum logico quisquam & considerato judicio ista perpenderit, labor cogitationum primarum fine authoribus gravissimus fuit: & videntur posteri difficultate deterriti nihil melius exquisisse, & certè experiēdo facile adducor ut ignoscam, aliud tamen est veniam, aliud laudem mereri. Itaque eadem spe atque voluntate huc progressis minime in extremo concidendum fuit, sed ad finem usque perseverandum. Quare ex octodecim propositionibus duodecimi libri tres fuere de planis 1. 2. 16: de pyramide quatuor 5. 6. 8. 9: de prismate & pyramide tres generis stereometrici propriæ 3. 4. 7. de sphæra duæ 17 propria, 18. in genere comprehensa, de cono & cylindro communiter quinque in generalibus comprehensæ 11. 12. 13. 14. 15. unica 10 de cono & cylindro stereometrici generis propria: ita quod initio proposueram ex 18 propositionibus hujus libri, quinque solæ sunt stereometrici generis propriæ: è reliquis tredecim, tres sunt de planis, aliæ decem sunt inanē tautologia ex generalibus factæ, & tamen ex illis quinque propriis 3. 4. 17. ludicra stereometriæ potius quam seria & commoda documenta videantur.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. 29. IN DECIMUM TERTIUM ELEMENTORUM.



Ecimus tertius liber magis ad geometriã planorum attinet, quàm ad stereometriam solidorum. Nam de propositionibus octodecim primæ duodecim sunt de planis, & quatuor primæ propositiones subtilius & curiosius à Theone demonstrantur, cum tamen fere consectaria sint ex 11 p 2, sicuti quinta nominatim à Theone deducitur ex eadem. Theon hic adhibet præterea σύνθεσιν καὶ ἀνάλυσιν compositionem & resolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. σύνθεσις est assumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem, ἀνάλυσις est assumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Hæ sunt definitiones Theonis, quibus cõsentanea sunt illa, quæ Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes esse à principiis vel ad principia, à principiis per se notis vel aliunde demonstratis, ad principia esse resolutiones & deductiones. Resolutiones quæ ponẽdorum principiorum vim habent, quibus compositiones opponuntur, cum à principiis ad quæsitum ordine progredimur. Deductiones ad impossibile habent vim destruendi: similiaque his, Pappus affert initio septimi libri, velut ἀνάλυσις sit ἀνάπαλιν λύσις, eaque duplex ζητητικὴ & πορισ[τι]κὴ, quin libros τοῦ ἀναλυομένου narrat 32 à tribus authoribus Euclide, Apollonio, Aristeo. Hæc (inquam) Procli & Pappi consentiunt cum Theonis ista doctrina, totumque genus hujus retrogradæ (ut loquitur Campanus) doctrinæ commentitium est, & valde nugatorium. Hic enim pro quinque demonstrationibus factæ sunt à Theone quindecim: Primo quinque propositiones demonstrantur separatim deinde duæ cujusque demonstrationes aliæ factæ sunt, prima per resolutionem, secunda per compositionem. Analysis vero ista & sic à Theone definita rebus inveniendis utilis quidem est, eamque Plato veritatis inquirendæ viam in mathematicis invenisse dicitur. At in componendis & demonstrandis rebus inventis contrariam geneseos viam adhibendam esse Plato idem admonet: ἀνάλυσις (inquam) ista est primæ observationis & experientiæ, artis & doctrinæ ordinãdæ non est: aliter res singulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur: aliter docendæ posteaquam inventæ sunt, à generalibus nempe incipiendo, & descendendo ad species. Hæc enim via sola præponit ea, quæ natura clariora sunt, at contra cum agitur, necesse est natura obscuriora præcedere, qua hysterologia nullus est in docendo fœdior elenchus. Sed tamen analysim hanc ad formandam artem & doctrinam necessariam non esse Euclides vel Theon magno nobis argumento est, qui in tot pro-

tot propositionibus aliis & antecedentibus antea, & postea in consequentibus nusquam adhibuerit. Nec in solis mathematis ullus ἀναλύσεως usus reperitur quàm in quadrato & cubo numero retexendo: cujus tamen analyseos in elementis Euclidis nullum verbum est. Elenchus igitur hic etiam Euclidis testimonio convincitur: Elenchus (ut dixi) valde fœdus & sophisticus, sed unde interpretes Aristotelis, & Galenus in primis longe magis fœdum, magisque literis omnibus exitiosum elenchum in scholas induxerunt, cum formam disciplinæ & ordinem id est methodum duplicem ἀναλυτικὴν καὶ συνθετικὴν commenti sunt. Nec enim mathematicus ἀναλυτικὴν illam methodum in tota vel Arithmeticæ vel Geometriæ disciplina, totoque artis unius corpore quisquam sequutus est, sed duntaxat in uno unius quæstionis syllogismo, idque, ut docui, omnino sophisticè. At interpretes hi docent non syllogismum quæstionis unius specialis, sed totius artis ordinem formamque analysi constitui posse: cujus commenti exemplum nullum in mathematica, imo nullum in ulla generis cujusquam disciplina unquam viderũt. Sed hac de re actum est in dialectica ad caput de methodo. De singulis verò propositionibus aliquid separatim dicendum est. Sectio rectæ per mediam & extremam rationem tres proprietates in elementis habet reciprocas.

1 & 2 p 13 continent primam & simplicissimam, ubi quadratum unum quintuplum est unius, quæ materies est 1 & 3, in quibus etiam conversa vera est. Ex hac verò quintupli proprietate via patet secandæ rectæ proportionaliter à Remondo Poyneo Petragorio nobis proposita.

Si datæ rectæ continuatæ, dimidio sit perpendicularis diametro ad idem dimidium hinc æquali, illinc quintuplæ, secabitur à peripheria proportionaliter. Ut in figura



Secunda proprietas sequitur.

4 p 13 *Si recta secatur proportionaliter, tota & minus extremum possunt triplum majoris.* Conversa hic etiam vera est, ut antea. Si recta & rectæ segmentum possunt triplum reliqui, recta ipsa secatur proportionaliter, & majus segmentum est reliquum. Ergo in hac utraque proprietate, & quintupli & tripli quadratorum est inter se comparatis, unde Euclides tamen nullam rectæ proportionaliter secandæ viam docuit. Proprietas ultima est in comparatione quadrati cum oblongo.

5 p 13 Ex hac æqualitatis comparatione viam geometria reperit rectæ proportionaliter secandæ ad 11 p 2 & 30 p 6.

6 p 13 proponit segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia, neque id tantum, sed speciem addit ἀλογίας, nempe residua. At ut proponeretur generaliter irrationalia esse, certe specialiter residua nihil attinebat, & exemplo cujuscumque numeri satis erat de genere dicere. Nam quemcumque numerum toti sectæ dederis, nullam unquam partem ipsius quotam segmentis attribues, idque

tamen perinde postulari potuit in geometria & assumi, sicuti postulatur à Theone ad 11 6 p 1 numerum quadratum numeri quadrati duplum nullum esse, & hic sumitur ac postea sumetur quadratum quintuplum sub quintupli quadrati nullum esse, id (inquam) sic declarari & absque decimo libro percipi perinde potuit: imo veró cum geometriæ partes pleræq; sunt irrationales, quæ sine illo dogmate præcipuo é definitione rationalis intelligantur, nihil necesse fuit doceri segmenta rectæ proportionaliter sectæ esse irrationalia: una definitio rationalium satis superque fuerat irrationalibus omnibus, neque demonstratione generis, sed multo minus speciei opus erat: sed de his prædictum est in præfatione 10 lib. Hic veró nil aliud actum video, quam ut libri decimi aliquis videlicet usus ostenderetur.

7 p 13 demonstrationem difficilem non habet, caussam tamen suæ veritatis videtur ipsa continere, & secunda demonstratio de angulis non deinceps communis est utrique parti, & facilior superiore.

8 p 13 demonstrationem perinde facilem habet, ac proxima. Demonstratio autem demonstrat de inscripto quinquangulo, ex eaque deducitur fabrica pentagoni ordinati.

9 p 13 Conversio etiam vera est & demonstratur á Campano: verum sumi potest ut consectarium é demonstratione antecedentis.

10 p 13 demonstrationem eandem iterat, ut probet duo oblonga separatim æqualia quadratis sexanguli & decanguli.

11 p 13 proponit diametrum circuli rationalem esse irrationalem ad latus inscripti quinquanguli, & demonstrat demonstratione omnium quæ adhuc fuerunt, prolixissima & odiosissima, satisfactio ad elenchum erit eadem quæ fuit in præfatione decimi libri, quæ 6 p 13 & hic affectatio consimilis fuit ad pompam libri decimi, cuius tam ingenti artificio opus esset ad rem nihili demonstrandum.

12 p 13 tam facilem demonstrationem, quam difficilem habuit superior proxima.

13.14.15.16.17 p 13 Sequentes quinque propositiones continent veteris theologiæ stereometriam opinione Pythagoreorum & Platonicorum admirabilem ad mundanorum corporum figuras constituendum: At in figuris elementorum constituendis Aristoteles philosophus Pythagora & Platone accuratior atque elegantior fuit, dum totam illam cosmopœiam per figuras ordinatorum corporum ab istis philosophis constructam diruit. In singulis propositionibus Euclides complectitur ordinati corporis fabricam, inscriptionem, rationem lateris ad axem circumscriptæ sphæræ: At separatim hæc tria fuerunt explicanda. fabrica enim fuerat separatim in singulis declaranda antequam de sphæra diceretur, tandē expositis sphæricis inscriptio & comparatio laterum demonstranda. Hæc enim tria temere permiscentur, neq; tamen fabrica Euclidis generalis est, sed inscriptioni accommodata. In geometria planorum Euclides λογικώτερος

κάτιμ& & accuratior fuit, docuit fabricā trianguli quadrati multāguli circuli, primo libro, quarto adſcriptionē docuit: Sic in ſtereometria ſeparare artes iſtas debuit. Pappus tertio libro inſcribit quinq; eadē corpora per circulos parallelos: & fortaſſe poſsit alius aliter, ſed inutilis ſubtilitas non placet. Nos igitur fabricas cujuſque corporis ſuo loco in geometria tradidimus, tum ſphæricis expoſitis communem inſcriptionem & rationem laterum conjunximus. Hæc ſemel illic expoſita, huc repeti nihil neceſſe erit.

13 p 13 habet inſcriptionem propriam tetraedri: inſcriptio autem reliquorum quatuor corporum communis eſt. figuræ enim æquilateræ ſunt & æquiangulæ. Itaque per converſam 31 p 3. Si ſemicirculus diametri æqualis diametro datæ ſphæræ tranſeat per angulum unum qui neceſſario rectus eſt, nempe crurum ad terminos diametri connexorum, tranſibit eadem de cauſſa per reliquos, & unuſquiſque angulus inſcripti tanget peripheriam & inſcribetur. Itaq; elenchus hic quadruplus eſt. Tertia pars de ratione diametri ſphæricæ ad latus tetraedri adhibet propoſitionem geometricam, quæ præcedere in geometria debuerat, & ad omnes res (quibus ſervire poterat) accommodari, quam ideo fecimus 6 e 12.

14 p 13 geometricam proportionem in tertia parte continet. Si baſis trianguli rectanguli biſecetur á perpendiculari ex angulo recto, poterit duplum ꝓportionalis inter ſectam & biſegmentum, ut patet ex 8 p 6 & 47 p 1. Campanus deducit é 14 p 13 octaedrum ſecari in duas pyramides æquealtas, quarum altitudo ſit radius ſphæræ, baſis autem quadratum ſubduplum ad quadratum axis, ſed præterea deducit é 13 & 14 p 13 baſim tetraedri eſſe potentia ſeſquitertiam ad baſim octaedri eidem ſphæræ inſcripti. Nam triangula in quadratis eadem baſi habebunt rationem quadratorum: At quadratum lateris tetraedri eſt ad quadratum lateris octaedri, ut 4 ad 3. Itaque & triangula baſis ad triangulam baſim talis erit. Contra docet ſuperficiem octaedri eſſe ſeſquialteram ad ſuperficiem tetraedri. Nam cum ſuperficies tetraedri conſtet é baſibus 4, quarum quælibet ſit ut 4, omnes erunt ut 16: contra cum ſuperficies octaedri conſtet ex octo talibus baſibus quarum quælibet ſit ut 3. Ergo omnes erunt ut 24: tota itaq; ſuperficies octaedri ad ſuperficiem tetraedri erit ut 24 ad 16, id eſt ſeſquialtera. Una præterea Campani eſt indidem deducta propoſitio ejuſmodi.

Octaedrum ad octaedrum eidem ſphæræ inſcriptum, ut quadratum axis ad rectangulum é recta potente ſeſquitertium ad tres quartas lateris tetraedri, & é recta ſuperquintupartiente viceſimas ſeptimas earum quartarum. Indidem ab eodem deducitur. Perpendicularem á centro ſphærę in baſim tetraedri inſcripti æqualem eſſe ſextę parti axis, quæ omnia geometram ingenii plenum demonſtrant, mallem demonſtrarent de artis uſu fructuq; ſolicitum: talium enim inventionum ultima nunquam dabitur.

15 p 13 Prima pars ſeparatim tractatur & communiter de fabrica cubi paulo tolerabilius: neque hac in parte ambitio ſuperiorum demonſtrationum iteratur: attamen definitio cubi hanc etiam fabricam complectebatur. Neq; omnino quadrata ſex ad quatuor angulos componi poſſunt, quin cubus efficiatur.

Qq 3 Ergo

Ergo hic etiam fabrica demonstrationis est, non demonstratio fabricæ. Tertia pars propositionem habet item geometricam ejusmodi.

Si basis trianguli rectanguli secetur dupla ratione à perpendiculari ex angulo recto, poterit triplum proportionalis inter sectam & minus segmentum. Hoc autem corpus ordinatum singulare est in genere quadrangulorum. Hinc etiam Campanus deducit duplex quadratum diametri sphæricæ æquale esse superficiei cubi. Nam quadratum axis est triplum ad quadratum lateris cubici, id est ad unam basim cubi. At in cubo sunt sex bases. Itaque duplex erit æquale sex basibus. Indidem etiam deducitur è dimidio lateris cubici in bessem quadrati axis fieri soliditatē. Quam ingenii elegantiā in propositionibus hisce postremis Campanus præcipue demonstravit, sed ostentatio ista fructum artis exquirentibus valde putida est. Fumi enim ejusmodi nil nisi geometricas utilitates impediunt.

16 p 13 ἀναλογίαν lateris ad diagonium & ἀλογίας speciem proponit, sed hac de re antea jam ad 6 & 11 p 13 docui, speciem ἀλογίας exquirere vanæ ostentationis & otiosæ, totusque liber decimus ad istorum corporum mysteria compositus videatur.

17 p 13 Demonstrationem Euclides prima parte triplicem facit, quod quinquangulum sit in uno plano, quod æquilaterum, quod æquiangulū. At quod demonstrat Euclides in uno plano esse quinquangulum, superstitiosa admodum demonstratio videatur, & tamen potuit etiam conclusio demonstrationis negari: Neque enim si una recta sit in quinquangulo, necesse protinus est omnes rectas esse, potest enim id accidere in quinquangulo cylindraceo & conico, tamen si planum unum est, quia recta in eo una est, cum rectæ fabrica permittatur regulæ, cur non & regulæ permittitur judicium de planicie? In hac tamen bella demonstratione notabilis est 32 p 6, quæ nusquam alias adhuc adhibita est. Tertia pars propositionis proponit lateris ἀλογίαν & ἀλογίας speciem: elenchi refutatio erit hic eadem quæ fuit ad 6.11.16 p 13.

18 p 13 Epilogus quidam est recollectus è 13.14.15.16.17 p 13: unde promptum est data circumscriptæ sphæræ diametro invenire latera inscriptorū corporum: In tribus primis repetitur idem prorsus, nisi quod tetraedrū & cubus cōjunguntur propter sectionis similitudinem, quia in utroque diameter secatur dupla ratione, & cubus etiam pyramidatum est natura prius octaedro: icosaedri autem latus curiose admodum & prolixè investigatur, cum breviter possit vel Theonis argumento inveniri, ut in geometria docuimus. Scholium autem hic adhibitū nomine Theonis in græco exemplari est. At ejusmodi antea scholia in sexto & decimo authoris cujusdam diversi facta sunt, quamvis plana ordinata innumerabilia possint esse: attamen demonstratio hæc accurate sane & manifeste colligit è generibus angulorum quinque tantum corpora ordinata institui posse, unde tetraedrum, octaedrum, icosaedrum, basi triangula, cubus quadrangula, dodecaedrum quinquangula componitur. Atque ita geometria Pythagoræ theologiam quandam ex iis quinque corporibus ordinatis reperit. Itaque sic in Timæo mundum deus architectatur, ut igni tetraedrum, terræ cubum, aëri octaedrum,

aquæ icosaedrum,universo dodecaedrum tribuat,omnia in eandem & æquale sphæram concludat,in quo tamen analogiam potius figurarum quam veritatẽ & naturam cernas,ut figuræ illæ symbola sint in elementis quietis & motus, respondeatq; tetraedrum ignis velocitati, cubus terræ immobilitati, octaedrum aëris liquori,icosadrum aquæ fluxui,dodecaedrum cæli capacitati. Alia etiam caussa est apud Alcinoũ de 12 signis in Zodiaco divisis in quina triangula: numeroq; trecẽta sexaginta,quot & Zodiaci sunt gradus. Itaq; Aristoteles 8 cap. 3 de cælo labefactavit genus hoc geometriæ physicæ,id est geometricis figuris incongruis elementa physica demonstrantis. Neq; verò Aristoteles geometricas figuras ad motum vel quietem rerum naturalium ineptas vel incongruas putavit: imo contrariũ plane,ut in mathematico proemio docuimus, affirmavit: sed judicavit corporibus illis tales figuras non congruere. Neq; si pythagoreum somnium ab Aristotele merito derisum est,idcirco ulla geometriæ vel dignitas vel utilitas imminuetur. Sed id in physica ipsa considerabitur amplius.

P. RAMI SCHOLARVM MATHEMATICARUM LIBER 30. IN 14. *lib. elementorum.*



Libri duo reliqui,ut nescio qui in titulis librorũ ignari librarii dubitant,non sunt Euclidis,sed ex Apollonio per Hypsiclem descripti,ut epistola declarat. Euclides comparationẽ quinq; pythagorearum figurarum instituit, rationemq; laterum docuit in tribus primis cum diametro sphæræ. Latera vero icosaedri & dodecaedri ἄλογα esse demonstravit,nihil præterea,quod idem cum plerisq; aliis à veteribus mathematicis traditũ fuerat,ab Aristeo præsertim, quẽ Pappus Euclide facit antiquiorẽ,sexq; librorum de solidis authorem memorat in in̄o lib 7,& certe Aristeus nominatim in his postremis liberis appellatur: sed res Euclidi fortassẽ visa est imperfectior aut alienior,ut hinc constat duobus his libris institui doctrinam non modo nõ euclideam,sed Euclidi ipsi improbatã. Susceperat igitur Apollonius nobilis geometra,cujusque hodie ẽ multis monimentis supersunt quatuor libri de conicis icosaedri & dodecaedri,cõparationẽ uberius explicandam,libroq; primũ edito nõ satisfecerat,ideoq; emendatus à Basilide & Hypsiclis patre accuratius eam quęstionẽ rescripserat, unde subducta est ab Hypsicle materia decimi quarti & decimi quinti libri. Decimi quarti libri materia est in quintuplici ratione,ut superficies dodecaedri ad superficiẽ icosaedri,sic oblongũ ẽ perpendiculari & latere dodecaedri ad oblongũ ẽ perpendiculari & latere icosaedri. Hæc prima est ẽ duabus rationib. ꝓportio tractata ad 2 p 14. deinde ut oblonga inter se,sic latus cubi,ad latus icosaedri, quod cõprehẽditur 4 p 14 magis quam præcipuẽ demonstratur. Hæc secunda est proportio ẽ secunda ratione & tertia. Tertio,ut latera hæc inter se, sic recta potẽs sectã ꝓportionaliter & majus segmentũ ad rectam,quæ possit eandem & minus segmẽtum. Hæc tertia est ꝓportio ẽ tertia & quarta ratione. Quarto, ut latera eadẽ, sic dodecaedrũ ad icosa-

to tanquam principio, unde postea fiet in hoc libro demonstrabilis propositio decima (ut duarum rectarũ proportionaliter sectarum prima est ad suũ majus segmẽtum, sic secunda est ad suum:) Hunc elenchum Campanus evitavit: propositionemque istam secundam hoc in libro fecit. Pappi tamen est prorsus eadem lib 5 th 51.

3 p 14 demonstratio 41 p 1 tantum utitur & numeris, ejusq; corollarium præcepuum & fundamentum sequentis. Tum veró propositionis hujus materia etiã geometrica est triangulis oblonga comparantis, stereometricũ hic nihil est. Additur hic corollarium, ut superficies ad superficiem, sic oblongum ad oblongũ.

4 p 14 logicam secundæ simillimam habet, lemma pariter admiscet.

Si de rectæ proportionaliter sectæ dimidio dimidium majoris segmenti secetur, dimidium secundum erit majus segmentum primi proportionaliter secti. Et hoc item geometricum est, non stereometricũ. Positis autem cõsectario superioris propositionis & hoc geometrico lemmate ad figuram propositionis accommodato, & quatuor proportionalibus per illud principium postea demonstratum distinctis in latere cubico & latere quinquanguli & duabus perpendicularibus, ut oblongum extremorum sit æquale oblongo mediorum, sorite quatuor graduum propositio concluditur, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic per corollarium præcedentis, oblongum é perpendiculari & latere quinquanguli, id est é minore perpendiculari, & latere cubico (quoniam ei per 16 p 6 est æquale) oblongũ ex eadẽ perpendiculari & latere icosaedri: atq; ut sunt oblonga, sic tum per 1 p 6 latus cubi ad latus icosaedri: quia sunt bases æquealtorum. Ergo de primo ad ultimum, ut superficies dodecaedri ad superficiem icosaedri, sic latus cubi ad latus icosaedri. Hæc enim gradatio erit hujus demonstrationis. Adhuc igitur materies octo propositionum fuit primæ, secundæ, & ad secundam propositionem duorum lemmatum, tertiæ & sui corollarii, quartæ & sui lemmatis. Sequuntur tres propositiones, in nullo tamen propositionis numero habitæ. Nona igitur decimi quarti propositio erit.

Latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmentum ad rectam, quæ possit eandem & minus segmentum. Cujus demonstratio prima est é cubi latere ad latus dodecaedri potens latera sexanguli & decanguli per 10 p 13, id est rectam sectam proportionaliter & majus segmẽtum per 2 lemma ad 2 p 14: At latus icosaedri per 12 p 13 potest triplum lateris sexanguli, & continuata é latere sexanguli & minore segmento potest per 4 p 13 triplum majoris segmenti. Itaq; ut potentia tripla ad subtriplam, sic potentia tripla ad subtriplam, ac per 22 p 6 rectæ quatuor proportionales, alternéq; item ꝓportionales, ut tripla ad triplam, sic subtripla ad subtriplam, id est secta proportionaliter ad majus segmentũ, ideoq; per 17 p 13 ut latus cubi ad latus dodecaedri, id est ad rectã quę potest proportionaliter sectam & majus segmentum, sic latus icosaedri ad rectã quæ potest eandẽ sectã & minus segmentũ: quomodo & latus icosaedri fuit ad rectam quæ potest eandem sectam & minus segmentũ. Quare alterne latus cubi est ad latus icosaedri, ut recta potens sectam proportionaliter & majus segmen-

atque latus cubi ad latus icosaedri, quo eodem sophismate tota gradatio repeti potuit, de reliquis antecedentibus rationibus oblongorum & sectarum proportionaliter. Si quæras igitur quæ sit ratio icosaedri ad dodecaedrum, dicet Apollonius: Primò, eandem esse, quæ superficiei ad superficiem: Secundò, eandem esse, quę est oblongi ad oblongũ: Tertiò, eandẽ esse, quæ lateris cubici ad latus icosaedri: Quartò, eandẽ esse, quæ rectę potentis sectã ꝓportionaliter & majus segmentum ad rectam quæ possit eandẽ & minus segmentũ. Hæc (inquam) Apollonii erit ad istã quæstionẽ responsio, & ista undecim ꝓpositionũ materia.

P. RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER 31. IN

decimum quintum elementorum.



DEcimus quintus liber habet materiam decimi tertii consimilẽ, sed inopem admodũ, & vix elementorũ nomine atq; inscriptione dignam, quisquis ejus author fuerit sive Apollonius, sive Hypsicles, sive Aristæus, sive quivis alius. Definivit Euclides 1 & 2 d 4 inscriptionem & circumscriptionẽ rectilineorũ inter se, speciale tamẽ nihil instituit, quomodo triangulo triangulũ, quadrangulo quadrangulũ, aut triangulũ quadrangulo ascriberetur. Rectilinei adscriptionẽ cum circulo tantum quarto libro instituit, & solidorum corporum adscriptionem cum sphæra decimo tertio dũtaxat instituit. Apollonius, Aristæus, Isidorus, Hypsicles, aut nescio quis alius superare hic Euclidẽ voluit, & adscriptionẽ solidorũ corporũ ordinatorũ inter se docuit, negotiolũ sane pusillũ, tamẽ hoc etiã ad extremũ cõplectamur. Propositiões numeranť quinq;, sed materies est minimũ decẽ, omniũ tamẽ stereometricarũ, ut libri superioris elẽcho hic simile quiddã sit, q̃ddã dissimile.

1 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si tres ab eodem cubi angulo diametri quadratorum reliquorum diametris connectantur, inscribent tetraedrum cubo.

Demonstratio hic brevis est de triangulis æquilateris, quia latera sunt diametri æqualium quadratorum. Sed quæstio hic gravior est, quomodo ad 1 & 4 d 4. possit inscribi tetraedrum cubo, cum quatuor anguli non videantur posse sex plana cubi tangere, de quo jam antea ad 1 & 4 d 4 dictum est. Singuli tamen tetraedri anguli hic singulos terminos cubi tangere, nempe singuli ternos, sed extremos. Hypsicles nihil definit. Campanus autem ambigue præcipit ad 12 p 15. Tetraedro (ait) non posse inscribi cubum, icosaedrum, dodecaedrum. Non enim (ait) sunt in tetraedro bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi, icosaedri, dodecaedri possint extrema tetraedri contingere. Hic Cãpanus inscriptionem ostendit esse in contactu angulorum inscripti cum extremis circumscripti, & quidem in basibus, vel angulis, vel lateribus ejusdem circumscripti, iterum ibidem ait octaedrum non posse inscribi icosaedro, quia sex anguli octaedri non possunt contingere sex vel bases, vel angulos, vel latera

icosaedri. Hæc (inquam) ambiguitas est Campani, contactum tripliciter definientis à planis, à lateribus, ab angulis. At necesse est si figura figuræ inscribitur, ut singuli anguli inscriptæ tangant singulos terminos circumscriptæ. Itaque cùm hic solidi terminus sit basis plana, contactus inscripti & circumscripti fiet ex angulis inscripti, & terminis circumscripti. Nec videtur ad Euclidis definitionem tetraedrum inscribi, nisi extremorum terminorum contactus intelligatur.

2 p 15 sententiam hanc habet.

Si latera tetraedri bisecta connectantur, inscribent octaedrum tetraedro.

Demonstratio hic facilitate par est superiori. Atque ut in prima propositione contactus intelligendus est. Hic enim sex anguli octaedri, contingunt quatuor terminos tetraedri, sed extremos, singuli binos, tresque vicissim eandem.

3 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si è centris quadratorum cubi duo opposita cum reliquis cõnectantur, inscribent octaedrũ cubo.

Demonstratio hic perinde prompta est per fabricam & 4 p 1. quod octaedrũ sit inscriptum. Latera enim sunt bases triangulorũ æquicrurorũ & rectangulorũ, sed hujus inscriptionis facultas etiã per contrariũ primæ & secundæ patere potest. Nam si tetraedrum inscribatur cubo, & octaedrum tetraedro, sane & octaedrum inscribetur cubo. Octaedrũ aũt inscriptum cubo contingit non latera vel angulos, sed bases cubi, sicuti tetraedrũ, & hic manifestissima est illa inscriptionis ratio, neque dubia ut antea fuit in tetraedro & octaedro inscriptis.

4 p 15 sententiam problematis hanc habet.

Si centra triangulorum octaedri connectantur & inter se supera, inferaque, tum superis infera, inscribent cubum octaedro.

Demonstratio brevis ut antea bisectis lateribus octaedri: æqualitas enim laterũ patebit per 4 p 1, & æqualitas angulorũ in triangulis, unde p 13 p 1 rectus erit in cubo. Est autem propositio hæc conversa tertiæ, & inscripti cubi contingunt tantum terminos circumscripti octaedri ut in superiore adscriptione, & hinc altera sumetur inscriptionis illius manifesta ratio: Hinc veró patet cõversa secundæ. Nam si cubus inscribatur octaedro & tetraedrum cubo, tetraedrum inscribetur octaedro, & tetraedri anguli tangent tãtum terminos octaedri. Octaedro autem vel cubo neque icosaedrum neque dodecaedrum possunt inscribi, quia anguli illius 12, hujus 20, non possunt singulas illas bases contingere.

5 p 15 problema sic habet.

Si centra triangulorum icosaedri connectantur inter se supera inferaque, tum superis infera inscribent dodecaedrum icosaedro. Demonstratio hic item facilis. Atque hic manifesta est inscriptio, cum anguli tangat terminos non extremos, sed intermedios. Possunt etiam inscribi icosaedro cubus & tetraedrum. Nam cum dodecaedrũ fuerit inscriptum icosaedro per 5 p 15, & cubus dodecaedro per 17 p 13, cubus erit inscriptus icosaedro, & hic anguli cubici singuli contingent binos terminos extremos. Itẽ si cubus inscribatur icosaedro per proximũ corollariũ per & tetraedrũ cubo per 1 p 15, tetraedrum inscribetur icosaedro, & hic anguli tetraedri singuli cõtingent quinos terminos extremos. Atque ita icosaedrũ suscipiet hospitio suo

tetraedrum,

tetraedrum,cubum,dodecaedrum: octaedrum autem solum nõ suscipiet, quia sex anguli singulas icosaedri bases & singulos terminos contingere nõ possunt. Atque (inquam) Hypsicles parum hic pythagoream philosophiam animadvertere videatur. Nam cum pythagorei similitudine quadam motus & quietis attribuissent,tetraedrum igni,octaedrum aeri,icosaedrum aquæ, cubum terræ, capacitatis argumento (ait Campanus) attribuerunt dodecaedrum mundo, propterea quod ambitu suo omnia complecteretur. At hic Hypsicles includit icosaedro dodecaedrum, cum debuerit contra icosaedrum inscribere dodecaedro. Itaque merito Aristoteles istam figurarum in elementis comparationem 8 cap.3 lib. de cælo,ut antea dictum est,irrisit, neq; nos in arte ingenua & nobili & in humanæ vitæ auxiliũ reperta argutias quamlibet admirabiles,nisi etiam utiles fuerint,irridendas potius arbitramur,quam ejiciendas,multo etiam magis Campani consimiles accessiones,quibus bellam istam stereometriam locupletavit. Adhuc propositiones quinque numeratæ sunt,reliquæ sine numero sequuntur, quinta de numero laterum & angulorum cujusque corporis ordinati per scholiastem fortassis eundem qui fuit antea ad 5 d 6.19 p 10. & in fine duorum proximorum librorum. Proclus tamen non videtur hos extremos libros Euclidi annexos legisse, qui tredecim tantum Euclidi tribuit, ut primo scholarum mathematicarum libro dictum est. Sed tamen quisquis scholiastes hic fuit, colligit arithmeticé magis quam geometricé numerum laterum & angulorum, quod definitionum consectariis in geometria complectimur, sed minima levissimaq; in his corporum miraculis inventa maxima & gravissima amatoribus & admiratoribus suis visa sunt. Atque ita in una propositione scholii hujus propositiones quodammodo quinque sunt. Apollonius, Aristæus, Hypsicles, Campanus authores variarum subtilitatum adhuc fuerunt, reliquæ accessionis author ab Hypsicle appellatur Isidorus, & honorifice cognominatur, modo *μέγας διδάσκαλος* magnus præceptor, modo etiã *ἐνκλεέστατος ἀνὴρ* clarissimus vir. Hic igitur magnus doctor & clarissimus vir inclinationes corporũ simpliciter sine demonstratione exposuerat ex unico dato comprehendentium planorum. Hypsicles autem demonstravit,& materiam in quatuor prolixas demonstrationes dilatavit, neque quamvis summo doctori viroque clarissimo rem simpliciter exponenti credidit. Itaque Isidorum etiam hic Hypsicles ut antea Apollonium demonstrationis laude vincere studuit. Sed res ipsa subducatur,& victoriæ laus æstimetur. In cubo nulla est *κλίσις* inclinatio, quia anguli sunt recti: Inclinatio tantum est quatuor reliquorum ordinatorum corporum. Ergo in tetraedro sic invenietur.

Si detur tetraedri triangulum, & ab ejus vertice perpendicularis in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales á terminis basis concurrentes comprehendent angulum inclinationis.

Hæc problematis primi est inventio.

Si detur intermedium octaedro quadratum & perpendicularis á vertice trianguli in basim, rectæ duæ perpendiculari æquales, á terminis diametri concurrentes comprehendent inclinationem octredri.

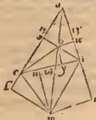
ridicula est, nec metricæ artis quicquam nisi impedimentum, ut superiora pleraque alia continet. Quamobrem subductis quindecim elementorum libris summum illud tertio mathematicarum scholarum libro positũ problema concludatur, arithmeticam & geometriam præclaras quidem & humanæ vitæ fructuosissimas artes esse, sed quindecim elementorum libris sic esse obscuratas, ut non mirum sit, vulgo (cum propter obscuritatem ignotæ sint) inutiles etiam judicari, insigniaque hominibus emolumenta comparaturum, qui obscuritate rejecta exemplo atque opere fructum arithmeticæ & utilitatem geometriæ demonstraverit.

FINIS.

DEMONSTRATIO GEODAESIAE TRIANGULARIS,

hue rejecta propter hysterologiam obscuram.

SI é dimidio collectorum dati trianguli laterum latera ipsa sigillatim subducantur, latus continue facti é dimidio & reliquis erit area dati trianguli.



Esto igitur triangulum *aei* cujus latera sint 13. 14. 15, totus ex iis numerus est 42, dimidium 21, differentiæ laterum á 21 sunt 8.7.6. factus é dimidio & reliquis est 70 56, latusque 84, area trianguli: hujus numerationis geometricã caussam Jordanus & Tartalea quæsivere, sed miris ambagibus, & Apollonii logicam longissime superantibus. Huc itaque demonstrationem talem rejecimus, sic igitur demonstrationem accipe. Biseca angulos *aei* & *aie* à concursu bisecantium perpendiculares in latera æquantur: æquantur item segmenta *iu* & *iy*, *ey* & *es* per 26 p 1, quia æquantur dimidii anguli bisectorum & duo recti, & latus commune est. Esto jam infinita recta *ao*: Hic item verticis angulus bisecatur, lateraque *as* & *au* æquantur per 47 p 1 & 1 ax. Tertio crura continuentur æqualiter alternis basis à perpendicularis segmentis *air* & *ael*, continuata æquantur inter se, quia ternæ partes æquantur *as* & *ae*, *se* & *ir*, quia ambæ æquantur ipsi *ey*, tum æquantur *el* & *ei*, quia ambo æquantur ipsi *ey*, æquantur item continuata & semiperimetro quia ambo æquantur toti perimetro. Hic notabis tria segmenta continuati lateris tres esse reliquias laterum á dimidio subductorum. Nam si tollantur à continuato latere *air*, primo latus *ai* relinquetur *ir* velut 8: tum reliqua per partes ut *ie* per *ui* & *ir*, item *es* & *sa* per *ir* & *au*, relinquentur pro secunda tertiaque differentia *au* & *ui* tanquam 7 & 6. Quarto perpendicularis esto *rm* cõnexa per *ml* æqualẽ & in angulo recto, ut triangula *mal* & *mar* docẽt per 4 p 1. Quinto rectæ sunto *im* & *em*, quadrata earũ different pro

diffe-

differentia continuationum *i r e l* per 47 p 1 & 4 ax. Sexto secetur *b n* æqualis *y i* & connectatur *n m*: ea perpendicularis erit super *e i*, quia ita secat: basim *e i* trianguli *e i m*, ut quadrata crurum differant pro differētia segmentorum, quod cum fit in triangulo, recta secans est perpendicularis, ut patet per 47 p 1 & 5 axi. Secus accideret differentiam partium magis inæqualium eandem esse cum differentia partium minus inæqualium, ut in 7 & 3, partibus denarii, atque in 6 & 4 ejusdem totius partibus. Hic angulus *l m n* bisecatur per *e m* per 47 & 8 p 1, ipseque cum angulo *l e m* æquatur duobus rectis, quia duo reliqui oppositi ad *l* & *n* recti: item per 13 p 1, perque 1 ax. cum angulo *s e n* æquatur duobus rectis: Itaque & bisegmenta æqualia. Quare triangula *o s e* & *e l m* sunt æquiangula, ideoque similia per 4 p 6, oblongumque extremorum *o s* & *m l* æquatur oblongo mediorum per 16 p 6. Atque ut quadratum ex *o s* ad rectangulum extremorum, id est mediorum, sic perpendicularis *o s* ad rectam *m l*. Recta enim est ad rectam, ut quadratum alterius ad rectangulum utriusque per 1 p 6, sic item *a s* ad *a l*. Oblongum igitur extremorum æquatur oblongo mediorum, id est plano trium differentiarum. Atque uterque planus multiplicatus per semiperimetrum facit duos iterum planos æquales. Hic rursus planus differentiarum multiplicatur per dimidium, & planus è quadrato perpendicularis per semiperimetrum est planus è quadrato perpendicularis & è quadrato semiperimetri. At planus è duobus quadratis æquat quadratum ex area trianguli. Nam si triangulum sumatur æqualis tum basis dati trianguli perimetro, tum altitudinis perpendiculari æquabit per 1 p 6 datum triangulum: itemque parallelogrammum æquealtum & basis dimidiæ: quod ipsum erit medium proportionale per 1 p 6 ad quadratum è lateribus ipsius. Itaque multiplicare hæc duo laterum quadrata est quadrare datum triangulum, ejusque quadrati latus erit area dati trianguli. Hæc igitur demonstratio Jordani & Tartaleæ egregiam suorum authorum in mathematicis intelligentiam demonstrat, at vellem etiam egregiam logicam una demonstraret.